

CONFIGURACIÓN DE UNA PRÁCTICA CURRICULAR PARA MOVILIZAR LA
COMPETENCIA MATEMÁTICA MODELIZAR SOCIOCRTICA. UN ESTUDIO CON
PROFESORES EN EJERCICIO

DERMIN ROGELIO SARMIENTO RIVERA



UNIVERSIDAD DEL QUÍNDIO - RUDECOLOMBIA
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: EDUCACIÓN MATEMÁTICA
ARMENIA, COLOMBIA

2020

CONFIGURACIÓN DE UNA PRÁCTICA CURRICULAR PARA MOVILIZAR LA
COMPETENCIA MATEMÁTICA MODELIZAR SOCIOCRTICA. UN ESTUDIO CON
PROFESORES EN EJERCICIO

Tesis que presenta

Dermin Rogelio Sarmiento Rivera

Como un requisito para obtener el Grado de

Doctor en Ciencias de la Educación

Director

Dr. Eliécer Aldana Bermúdez



UNIVERSIDAD DEL QUÍNDIO - RUDECOLOMBIA
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: EDUCACIÓN MATEMÁTICA
ARMENIA, COLOMBIA

2020

AGRADECIMIENTO

Al nuestro Señor Jesucristo por la oportunidad de escribir estas páginas que constituyen mi proyecto de vida y a mi familia por el apoyo moral y afectivo en este largo proceso.

A la Universidad del Quindío por el respaldo que recibí en todo el proceso de formación doctoral; en particular al programa de Doctorado en Educación. Principalmente, un reconocimiento especial al Doctor Eliécer Aldana Bermúdez quien, se donó a si mismo con sus virtudes como persona y como investigador, en el transitar como director de mi proyecto de investigación.

Al Doctor Horacio Solar (Pontificia Universidad Católica de Chile) quien, con su experiencia investigativa está contribuyendo al fortalecimiento de esta línea de investigación sobre Competencias matemáticas y particularmente a la competencia modelizar. Sus trabajos fueron mi soporte en el momento de vislumbrar caminos a recorrer.

Al Doctor Jhony Alexander Villa Ochoa de la Universidad de Antioquia, por su aporte y generosidad incondicionales al compartir su vasta experiencia investigativa en el dominio de la modelización matemática y actuando siempre como ojo crítico y a la vez como luz en mi proceso investigativo.

A mi compañero de formación doctoral Johnny Fernando Alvis Puentes, por la oportunidad de discutir, dialogar y construir significados en el marco de esta línea de investigación cada vez más consolidada.

Al Doctor Bernardo García y el grupo de investigación en su momento denominado Desarrollo Institucional integrado-UA, por su apoyo para ingresar en esta línea de investigación en Competencias Matemáticas, aportando a mi formación investigativa desde la Maestría en Educación con énfasis en didáctica de las matemáticas de la Universidad de la Amazonia.

Al programa Todos a Aprender y mis compañeros tutores del Caquetá y Huila quienes realizaron importantes preguntas que contribuyeron a repensar posibles direcciones de la investigación, especialmente a la Mg. Marybel Capera Tovar por sus lecturas y cuestionamientos que ayudaron a clarificar y avanzar en momentos críticos.

Y agradezco a la Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro, en particular, a su Rectora Luz Miryam Villaquirá Sarrias al conceder los espacios necesarios en mi labor como tutor y en mi proceso de investigación. Un caluroso abrazo a los profesores de matemáticas Fabio y Adriana quienes fueron fundamentales para realizar la investigación en la Institución en el año lectivo 2019.

Armenia, agosto de 2019

Señores
Consejo Curricular
Doctorado en Ciencias de la Educación-Rudecolombia

Cordial saludo,

El Dr. Eliécer Aldana Bermúdez, profesor de la Facultad de Ciencias de la Educación en el Programa de Doctorado en Ciencias de la Educación- Rudecolombia en la Universidad del Quindío.

CERTIFICO

Que la presente investigación titulada “Configuración de una práctica curricular para movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica. Un estudio con profesores en ejercicio”, ha sido realizada bajo mi dirección por Dermin Rogelio Sarmiento Rivera y constituye su Tesis Doctoral para optar al grado de Doctor en Ciencias de la Educación, en la Línea de Investigación en Educación Matemática.

Y para que conste y tenga los efectos oportunos ante la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad del Quindío, en el mes de agosto de 2010.



Fdo. Eliécer Aldana Bermúdez
CC. 14.241.527
Director de Tesis Doctoral
eliecerab@uniquindio.edu.co
Cel.: 3178039086
Armenia, Quindío

CONTENIDO

1	ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	18
1.1	El transcurrir de la línea de investigación en competencias matemáticas.....	18
1.2	Las competencias matemáticas en el currículo de matemáticas y la práctica curricular....	32
1.3	El currículo de matemáticas y la competencia matemática modelizar.....	37
1.4	Justificación.....	58
1.5	Objetivos de Investigación.....	60
1.5.1	Objetivo general.....	60
1.5.2	Objetivos específicos.....	61
2	MARCO TEÓRICO.....	62
2.1	Prácticas de los Profesores.....	62
2.2	El currículo y una perspectiva curricular de las prácticas de los profesores.....	66
2.3	Propuesta de componentes de la práctica curricular de los profesores.....	73
2.4	Configuración inicial de los componentes de la práctica curricular de los profesores.....	82
2.4.1	El ejercicio de la crítica a través de la reflexión y la participación.....	83
2.4.1.1	La reflexión en el ejercicio de la crítica.....	85
2.4.1.2	La participación en el ejercicio de la crítica.....	90
2.4.2	La competencia matemática modelizar como contenido del currículo.....	96
2.4.2.1	Las competencias como contenido del currículo de matemáticas.....	97
2.4.2.2	La competencia matemática modelizar como contenido del currículo de matemáticas. .	120

2.4.3	Prácticas de diseño curricular del profesor para promover la competencia matemática modelizar crítica.....	143
2.4.3.1	El Estudio de prácticas socioculturales para generar oportunidades de movilización de competencias matemáticas.....	147
2.4.3.2	El diseño de oportunidades de movilización de competencias matemáticas.....	149
2.4.4	Los actos evaluativos en la competencia matemática modelizar crítica.....	158
3	METODOLOGÍA.....	166
3.1	Perspectiva metodológica.....	166
3.2	El método.....	169
3.3	Diseño de la Investigación.....	172
3.4	Diseño.....	172
3.4.1	El contexto.....	173
3.4.2	El caso y las categorías.....	176
3.4.3	Estudio piloto.....	181
3.4.3.1	Recolección de datos: fuentes, técnicas e instrumentos.....	181
3.4.3.2	Fuentes de información, técnicas y procedimientos.....	182
3.4.3.3	La entrevista.....	187
3.4.3.4	La observación participante.....	188
3.4.3.5	La observación no participante.....	189
3.4.3.6	Documentos escritos.....	190
3.4.3.7	Consideraciones éticas.....	191
3.4.3.8	Análisis de la información.....	191

4	CONFIGURACIONES DE LAS PRÁCTICAS CURRICULARES PARA PROMOVER LA COMPETENCIA MATEMÁTICA MODELIZAR CRÍTICA	195
4.1	Objetivo 1. Ejercicio de la crítica en las prácticas curriculares, una trayectoria	195
4.1.1	Discernimiento de las prácticas del profesor	197
4.1.1.1	la <i>Tekné</i> : Desprofesionalización o división del trabajo.....	198
4.1.1.2	<i>Eidos</i> por la homogeneización en los resultados de la evaluación estandarizada	201
4.1.1.3	El <i>eidos</i> de la Educación Superior en un contexto rural versus la formación para la ciudadanía.....	208
4.1.2	Construcción de acuerdos.....	215
4.1.2.1	Necesidades de formación colectiva	216
4.1.2.2	La competencia matemática modelizar	220
4.1.2.3	La evaluación de la competencia matemática modelizar	224
4.1.2.4	Aproximaciones al contexto, prácticas sociales y prácticas de riesgo como componente fundamental de los diseños.	235
4.1.3	Consolidación de la Autonomía	243
4.1.3.1	Evaluación	244
4.1.3.2	El diseño	262
4.2	Objetivo 2 caracterizar los diseños.....	276
4.2.1	Significado 1: La competencia matemática modelizar cognitiva.....	278
4.2.2	Significado 2: La competencia matemática modelizar sociocultural	293
4.2.3	Significado 3: La competencia matemática modelizar sociocrítica	311
4.3	Objetivo 3. La evaluación en la competencia matemática modelizar sociocrítica.....	321
4.3.1	Marco de referencia.....	323
4.3.2	Producto.....	331

4.3.2.1	Profesor Fabio	332
4.3.2.2	Profesora Adriana	343
4.3.3	Contingencia.....	351
5	CONCLUSIONES.....	357
5.1	Objetivo 1: Analizar las contribuciones de los procesos de reflexión y participación a la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica	357
5.2	Objetivo 2: Caracterizar los diseños propuestos por los profesores para promover la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica	363
5.3	Objetivo 3: Caracterizar los componentes de la evaluación que permiten la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica	371
6	PROSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN	381
7	BIBLIOGRAFÍA.....	383
8	ANEXOS	399
8.1	Consentimientos informados	399
8.2	Tareas profesora Adriana	404
8.3	Tareas profesor Fabio	414

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Prácticas de reflexión de los profesores	87
Tabla 3.1. Descriptores y codificación.	178
Tabla 3.2. Momentos de cada sesión proceso de formación cooperativa.	185
Tabla 3.3. Diseño del proceso de formación.	186
Tabla 4.1. Práctica guiada por el libro de texto como idealización de aprendizajes.	199
Tabla 4.2. Práctica guiada por la evaluación como producto del proceso educativo.	202
Tabla 4.3. Reconocimiento del Eidos de educación superior del profesor Fabio.	210
Tabla 4.4. Reconocimiento de la necesidad de cambio.	212
Tabla 4.5. Necesidades de formación continua.	218
Tabla 4.6. Acuerdo de formación sobre la modelización como competencia matemática.	220
Tabla 4.7. Acuerdo de formación sobre la evaluación del proceso de modelización matemática.	225
Tabla 4.8. Acuerdos sobre ampliación de la matriz de evaluación	231
Tabla 4.9. Introducción de la autoevaluación.	235
Tabla 4.10. Incorporación de contextos como aspecto central de los planes de aula.	237
Tabla 4.11. Reconocimiento de prácticas sociales de riesgo.	241
Tabla 4.12. Identificación de posibles subprocesos asociados a las tareas de modelación basado en el modelo propuesto en Maass (2006).	247
Tabla 4.13. El contexto como Fuente de prácticas de riesgo.	249
Tabla 4.14. Relación entre las fases del proceso de modelización y la tarea: desperdicio de agua.	250
Tabla 4.15. Matriz de evaluación para la tarea: despilfarro de agua.	251
Tabla 4.16. Retroalimentación de PF.	256
Tabla 4.17. Retroalimentación de PA.	257
Tabla 4.18. Gestión de la metacognición motivacional.	258
Tabla 4.19. Metacognición declarativa promovida por PA en el ambiente de estudio del cultivo de café en el grado 7.	259
Tabla 4.20. Gestión de la metacognición declarativa por PF.	259
Tabla 4.21. Metacognición en el proceso de evaluación con estudiantes.	260

Tabla 4.22. Emergencia de las herramientas para el diseño compartido.	269
Tabla 4.23. Emergencia de prácticas de riesgo.	270
Tabla 4.24. Contraste entre las dimensiones de la competencia matemática modelizar y la tarea “exportación de café”	281
Tabla 4.25. Emergencia de CMM cognitiva: la tarea modificada por Fabio.	282
Tabla 4.26. Reflexión sobre la implementación de la tarea -exportación de café y Día de Invierno	284
Tabla 4.27. Argumentación de PA sobre de la selección de tareas de modelización	289
Tabla 4.28. Contraste entre el proceso de modelización y la tarea: temperatura en un día de invierno.....	290
Tabla 4.29. Supuestos para la Emergencia de CMM cognitiva en PA	291
Tabla 4.30. Identificación de prácticas en el contexto del cultivo del café.....	298
Tabla 4.31. socialización de la tarea aplicada por Fabio.....	300
Tabla 4.32. Socialización de las tareas "desperdicio de agua" construida por Adriana.	303
Tabla 4.33. Estrategias de diseño usada en las tareas del "lote de café".....	307
Tabla 4.34. Reflexión sobre el proceso implementación de las tareas sobre el terreno con café.	310
Tabla 4.35. Elaboración de la problemática.	313
Tabla 4.36. Acuerdos de transformación.....	314
Tabla 4.37. Problemáticas identificadas con la implementación de la cartografía en grado séptimo.	318
Tabla 4.38. Identificación de problemáticas relacionadas con el cultivo del café.	319
Tabla 4.39. Fragmentos de diálogos de estudiantes en la identificación de situaciones de riesgo en caficultores.	319
Tabla 4.40. Fragmentos de dialogo de los estudiantes.	320
Tabla 4.41. Acuerdos de transformación propuestos por estudiantes.	321
Tabla 4.42. Reconocimiento de la práctica de exportación.....	333
Tabla 4.43. Formulación inicial de preguntas por parte de los estudiantes.....	335
Tabla 4.44. Nuevas preguntas de los estudiantes.	336
Tabla 4.45. formulación de preguntas a expertos en siembra de café.....	343
Tabla 4.46. Problemáticas develadas frente al cultivo del café.....	344

Tabla 4.47. Modelo de gastos en el proceso de abono.	348
Tabla 4.48. reflexión del grupo sobre la mejor práctica de abonado.	349
Tabla 4.49. Contingencia de PA en relación al proceso de trabajo matemático	354
Tabla 5.1. El juicio ético en las reflexiones de los profesores.	358
Tabla 5.2. Oportunidad de participación política de los sujetos.	360
Tabla 5.3. Oportunidad de problematización a partir del análisis de las prácticas sociales.....	361
Tabla 5.4. Construcción de la competencia matemática modelizar sociocultural.....	366
Tabla 5.5. Identificación de problemáticas a partir de narrativas y cartografías.....	368
Tabla 5.6. Rúbrica de evaluación de la primer tarea diseñada por el profesor Fabio.	372
Tabla 5.7. Rúbrica de evaluación del segundo momento de formación.....	374
Tabla 5.8. La participación ciudadana en la evaluación de la CMM sociocrítica.....	376
Tabla 5.9. Reconocimiento de riesgo de los recolectores de cafe.....	378

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Relación entre Contenidos matemáticos, procesos matemáticos y competencias matemáticas.....	23
Figura 2.1. Niveles del currículo según los participantes.	77
Figura 2.2. Ubicación de la práctica curricular.	78
Figura 2.3. Perspectiva curricular de la práctica de los profesores.....	81
Figura 2.4. Estructura de la participación en las prácticas del profesor.....	92
Figura 2.5. La reflexión y la crítica.....	96
Figura 2.6. Competencia matemática del estudiante.....	109
Figura 2.7. Modelo de competencia Matemática Crítica (MCMC).	116
Figura 2.8. Propuesta de los componentes de un modelo para movilizar la Competencia Matemática Modelizar sociocultural.....	125
Figura 2.9. Modelo de Competencia Matemática	128
Figura 2.10. Competencia de Modelización basada en niveles de complejidad cognitiva	133

Figura 2.11. Propuesta de configuración de la Competencia Matemática Modelizar crítica-CMMC.	140
Figura 2.12. Fases de la Cartografía Educativa.....	157
Figura 3.1. Categorías de análisis.	177
Figura 3.2. Trayectorias de las prácticas en los Momentos de las sesiones.....	184
Figura 4.1. Relación incidente críticos y necesidades de formación y acción crítica.	214
Figura 4.2. Rúbrica inicial de la tarea día de invierno	226
Figura 4.3. Modelo C: Tres dimensiones de la CMM.....	228
Figura 4.4. Uso del modelo de Blomhøj y Højgaard Jensen (2003) en el diseño de tareas de modelización para el grado 7.	229
Figura 4.5. Configuración de la competencia modelizar promovidos en la tarea:.....	230
Figura 4.6. Configuración del acuerdo de evaluación de la CMM.	230
Figura 4.7. inclusión de la participación en la matriz de evaluación. Encabezado del diseño de una matriz de evaluación.....	233
Figura 4.8. Inclusión de la participación ciudadana en la matriz de evaluación. Diseño de evaluación de los profesores.	233
Figura 4.9. Adopción de la CMM en el plan de área.	237
Figura 4.10. Tarea inicial de modelización, construida a partir del libro de texto.....	239
Figura 4.11. Uso del contexto en las tareas.....	239
Figura 4.12. Matriz de evaluación de la CMM para la tarea de exportación del café del grado 10.	248
Figura 4.13. Evaluación asociada a la movilización horizontal de la CMM.	254
Figura 4.14. Evaluación asociada a la movilización vertical de la CMM en el grado 7.....	255
Figura 4.15. Configuración de la evaluación formativa de la CMM asociada a la gestión de aula y al diseño de tareas de modelización.	261
Figura 4.16. Proceso de reconocimiento de la realidad en la tarea: Actividad económica en torno al cultivo de café.	265
Figura 4.17. Reflexión sobre la realidad en poblaciones minoritarias en la tarea del cultivo de café.	266
Figura 4.18. Tarea de enunciado verbal auténticos: Recogiendo la cosecha.	267
Figura 4.19. Participación ciudadana en la tarea de modelización: recogiendo la cosecha.....	268

Figura 4.20. Caracterización de la ideación suicida en la sede principal de la IE Nuestra Señora del Socorro.	272
Figura 4.21. Lectura crítica del mundo motivada por la profesora Adriana en las tareas de modelización.	273
Figura 4.22. Movilización transversal de la CMM en los diseños del profesor Fabio	274
Figura 4.23. Movilización transversal de la CMM en los diseños de la profesora Adriana.	275
Figura 4.24. Tarea de problemas verbales realistas: exportación del café.	279
Figura 4.25 Complemento de tareas de enunciado verbal realista en la exportación de café.	280
Figura 4.26. Interpretación propia del Investigador del modelo de Maass (2006).	284
Figura 4.27. Fragmento de tarea: Día de invierno.	286
Figura 4.28. Proceso de modelación en la tarea: Un día de invierno.	292
Figura 4.29. Enunciados verbales auténticos de valor.	295
Figura 4.30. reflexión sobre la realidad en la tarea: recolección del café para el grado 9.	296
Figura 4.31. Tarea enfocada en la construcción de representaciones.	302
Figura 4.32. Enunciados verbales auténticos de valor	305
Figura 4.33. Tarea de enunciados verbales auténticos de valor.	306
Figura 4.34. Participación democrática de los estudiantes en el diseño.	316
Figura 4.35. Trabajo matemático emergente.	317
Figura 4.36. Conversión de la escala cualitativa a la escala cuantitativa para la evaluación del aprendizaje	324
Figura 4.37. matriz de evaluación centrada en la interacción.	329
Figura 4.38. Matriz de evaluación centrada en la participación ciudadana.	331
Figura 4.39. reflexión frente a la problemática del suicidio	336
Figura 4.40. Preguntas de los estudiantes.	336
Figura 4.41. Proceso de construcción de modelos matemáticos a partir de un modelo real.	337
Figura 4.42. Desarrollo del teorema del coseno.	338
Figura 4.43. Planteamiento del teorema del coseno.	338
Figura 4.44. Interpretación y Validación de los resultados.	339
Figura 4.45. Derecho de petición solicitando orientadora escolar	341
Figura 4.46. Video sobre identificación de ideaciones suicidas	342
Figura 4.47. Cartografía educativa aplicada por el grado séptimo.	345

Figura 4.48. Modelo real del terreno cultivado.....	346
Figura 4.49. Contraste entre orientaciones teóricas y empíricas del proceso de abonado.	349
Figura 4.50. Informe del análisis del cultivo de la institución.	350
Figura 4.51. Proceso de modelación emergente.....	351
Figura 4.52. Acción de contingencia: salud mental.	352
Figura 4.53. Configuración de la práctica.....	355
Figura 5.1. contribuciones de la reflexión y la participación a la movilización de la CMM sociocrítica.	362
Figura 5.2. Características de los enunciados verbales realistas.	364
Figura 5.3. Práctica curricular emergente.	379

INTRODUCCIÓN

La investigación que se presenta en este documento está centrada en la configuración de las prácticas curriculares usadas para movilizar la Competencia Matemática Modelizar Sociocrítica con profesores en ejercicio. En este plano de investigación en competencias matemáticas Solar, García, Rojas y Coronado (2014) identifica tres líneas en consolidación, a saber: aprendizaje, currículo y formación de profesores, la presente investigación se ubica en la intercepción entre las líneas de currículo y formación docente, en tanto que apunta a describir las relaciones entre los significados construidos y compartidos socialmente por los profesores sobre la competencia matemática modelizar en el marco de un nivel curricular en el cual ellos toman decisiones sobre los fines y contenido de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de y para el aprendizaje, dicho de otra manera, le dan vida a un currículo institucionalizado.

Este documento se ha organizado en cinco capítulos. El primer capítulo aborda los antecedentes, el planteamiento del problema y los objetivos de la investigación, en este recorrido se reflexiona sobre el transcurrir de las competencias matemáticas como línea de investigación en Educación Matemática (Niss et al., 2017; Valero et al., 2015). Esto incluye, las competencias matemáticas en el currículo de matemáticas y la práctica curricular, así como el papel de los profesores en consolidar oportunidades de emergencia de la competencia matemática modelizar (Kaiser y Brand, 2015), en el segundo capítulo, en el marco teórico, se consolidan los referentes teóricos que sustentan la construcción del problema de investigación y las estructuras investigativas que aducen la propuesta de investigación. Se ahonda en el currículo como una interacción cultural

(Grundy, 1994) y como construcción dinámica de oportunidades de movilización (Cherryholmes, 1988); de igual manera se analizan las prácticas de los profesores hasta llegar a una estructura de prácticas en una perspectiva curricular anclada en un nivel de toma de decisiones del profesor (Sacristán, 1995), constituida por el ejercicio de la crítica, la competencia matemática modelizar (Blomhøj y Højgaard, 2003; Maass, 2006; Solar, 2009) como contenido del currículo resignificada a partir de la noción de competencia matemática democrática (Skovsmose, 1999; Valero y Skovsmose, 2012; Valero, 2006; Valero et al., 2015; Valero, 2017) y la modelización crítica (Da Silva y Kato, 2012); prácticas de diseño de tareas de modelización (Kaiser y Brand, 2015; Fred, 2013; Strobel et al., 2013; Villa-Ochoa et al., 2017) y los actos evaluativos (Sacristán, 1995; Solar y Deulofeu, 2014).

El tercer capítulo da cuenta de la metodología utilizada para el desarrollo de los objetivos propuestos en la investigación. En este aspecto, se considera la configuración de la práctica curricular del profesor a partir del interés por movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica lo cual, condujo a la convergencia entre los métodos de Investigación –Acción y el estudio de caso. Como población objeto de estudio, se estudió el caso de la práctica curricular de la profesora Adriana y el profesor Fabio en el marco de un proceso de formación constituido en ciclos de: bases para la reflexión, diseño, implementación y evaluación.

El cuarto capítulo, presenta el análisis de los datos a partir de tres objetivos: el ejercicio de la crítica en las prácticas curriculares, caracterización de los diseños y tipificación del acto de evaluar. El ejercicio de la crítica se desarrolló en tres momentos, discernimiento de las prácticas del profesor, construcción de acuerdos y consolidación de la autonomía. Por otra parte, la

caracterización de los diseños giró en torno al análisis de las intervenciones, tareas diseñadas y la interacción en la clase para cada momento del proceso de formación, análisis que condujeron a reflexionar sobre los significados de la competencia matemática modelizar, cognitiva, sociocultural y crítica. Finalmente, la evaluación se consolidó en el actuar responsable del profesor frente a los marcos que guían el acto de evaluar, los productos y la contingencia que apoyan la movilización de la competencia matemática modelizar crítica.

Por último, el quinto capítulo, presenta las discusiones y conclusiones en torno a los tres objetivos propuestos. En este capítulo, se consolidan los desplazamientos de las prácticas de diseño y evaluación de dos profesores de matemáticas en ejercicio; tales desplazamientos están fuertemente vinculados con las oportunidades de reflexión frente a su actuar cotidiano. Las fuentes para dicha reflexión provienen tanto de su recorrido histórico como de un proceso de formación basado en la lectura de documentos y la implementación misma de los diseños. Así mismo, este proceso de reflexión dilógica y crítica vincula la competencia matemática modelizar crítica con un currículo democratizante que tiene como centro la interpretación de las prácticas de riesgo y necesidades sociales de los sujetos políticos y en el que el profesor actúa como un cooperador de un proceso de transformación en el que el estudiante tiene voz (Betancourt, 2010).

1 Antecedentes y Planteamiento del Problema

En este capítulo se presenta una revisión de las investigaciones relacionadas con la línea de competencias matemáticas, la competencia matemática modelizar, el papel de la modelización matemática en los currículos de matemáticas y las prácticas de los profesores para movilizar la Competencia matemática modelizar en el aula. Con base en las problemáticas identificadas se presenta, al finalizar, las preguntas de investigación y los objetivos.

1.1 El transcurrir de la línea de investigación en competencias matemáticas

El discurso sobre competencias matemáticas emerge principalmente del ámbito curricular en reformas que buscan incorporar otras visiones de la naturaleza de las matemáticas, aquellas que reconocen una visión pragmática de los significados, la falibilidad de sus productos y particularmente que la reconoce como una construcción humana a través de la historia (Niss, 2002; MEN, 2006; Niss y Højgaard, 2011; Alsina, 2018; Niss y Højgaard, 2019). Un ejemplo de esto lo presenta Alsina (2018) cuando afirma “Es, como decía, un cambio de paradigma que implica dejar de enseñar contenidos matemáticos de forma aislada y descontextualizada para centrarse en dotar a los alumnos de procesos de pensamiento matemático” (p. 3). En relación con esta afirmación, algunas investigaciones reconocen que un aporte del enfoque por competencias es vincular el contexto extramatemático y desarrollo de los procesos matemáticos al currículo (Ortíz, Solar, Ulloa y Rojas, 2013; Solar, García, Rojas, Coronado, 2014).

En el contexto internacional, las investigaciones enmarcadas en el campo de la Educación Matemática que se relacionan con las competencias matemáticas, además de estar orientadas hacia la caracterización, también han centrado su atención en la comprensión de su conceptualización (Niss et al. 2017), en su desarrollo en ambientes institucionales (Niss y Højgaard, 2019; Alsina, 2016), en la evaluación de estudiantes (Niss y Højgaard, 2019) y en la evaluación de los profesores (Martínez y Checa, 2017).

En su conceptualización las investigaciones muestran acepciones muy variadas; pero que guardan cierta relación con una naturaleza dual que reconoce los aspectos subjetivos y socioculturales de las personas. El aspecto subjetivo, hace alusión a que una competencia está presente en un individuo el cual es competente en algún nivel; en el aspecto sociocultural, la teoría muestra que el individuo está inmerso en una cultura particular en la que interactúa y activa diferentes discursos y la competencia misma (Blomhøj y Højgaard, 2003). Esta naturaleza es reconocida por diferentes autores, por ejemplo, en los reportes de Niss y sus colaboradores se sostiene que:

La competencia, es la disposición perspicaz de alguien para actuar adecuadamente en respuesta a los desafíos de situaciones dadas. Esta definición es un intento de capturar las características claves de la noción de "competencia". En el lenguaje cotidiano, la "preparación" puede ser tanto cognitiva como afectiva y volitiva.

Sin embargo, en línea con el enfoque adoptado en el Proyecto KOM, esta palabra se presenta en el sentido cognitivo (Niss y Højgaard, 2019, p. 4, traducción del autor)

En esta postura, se puede apreciar que en el periodo de tiempo (2003 - 2019) existe una dualidad entre una dimensión cognitiva y otra sociocultural de las competencias, favoreciendo generalmente, en el aspecto cognitivo como foco de la eficacia en la resolución de problemas. Esta inclinación por la dimensión cognitiva se puede apreciar en los planteamientos de Godino y Batanero (2009) cuando hablan del uso del término competencias en la enseñanza, la evaluación y el currículo, ellos plantean que la “competencia es la facultad de movilizar un conjunto de recursos cognoscitivos (conocimientos, capacidades, información, etc.) para enfrentarse con pertinencia y eficacia a una familia de situaciones” (p. 13). En esta conceptualización, los términos usados para referirse a las competencias son muy variados, por ejemplo: procesos nucleares de la actividad matemática (Solar et al., 2014), procesos significantes, proficiencia matemática, alfabetización matemática, alfabetización cuantitativa, competencias o su plural, competencias matemáticas, capacidades y actuar con maestría. En este sentido, Niss et al., (2017) plantean que en las conceptualizaciones sobre competencia matemática existe una convergencia entre el dominio de aspectos formales de las matemáticas, procesos matemáticos, aspectos metacognitivos que dan cuenta del cómo se llega a adquirir ese conocimiento y el uso de tal conocimiento.

Por otra parte, se puede reconocer una la naturaleza sociocultural de la competencia. En las investigaciones internacionales se han preocupado por vincular la interacción de los estudiantes en dos sentidos: uno relacionado con la comprensión de la realidad, particularmente mediante

proyectos de clase (Blomhøj y Højgaard, 2003). Otro sentido menos explorado, vincula la competencia matemática con la competencia democrática del ciudadano (Skovsmose, 1999).

Las revisiones sobre el transcurrir de las competencias presentan posibilidades de ampliación investigativa, particularmente llaman la atención en la necesidad de caracterizar los aspectos volitivos, afectivos y disposiciones en el sujeto (Niss y Højgaard, 2019; Niss, Bruder, Planas, Turner y Villa-Ochoa, 2016; 2017). Sin embargo, hay ausencia de una línea que relacione las competencias matemáticas con una posibilidad de crítica social y ejercicio de los valores democráticos. De esta manera, las investigaciones priorizan la postura cognitiva, incluso cuando se refieren al ejercicio de la ciudadanía o el reconocimiento de otras dimensiones del ser humano, su uso favorece el interés por dominar las matemáticas para encontrar una solución a la tarea, en este caso el desarrollo de sujetos políticos está ausente en tanto que la participación ciudadana es coartada; un caso recurrente es la inclusión de lo social en las tareas matemáticas para favorecer el dominio de conceptos y procedimientos matemáticos al interior del aula, esta elección nutre el empoderamiento intrínseco, en el cual las matemáticas otorgan un poder amparado en las estructuras matemáticas (Valero, 2006, 2002, 2017; Skovsmose y Valero, 2006, 2012).

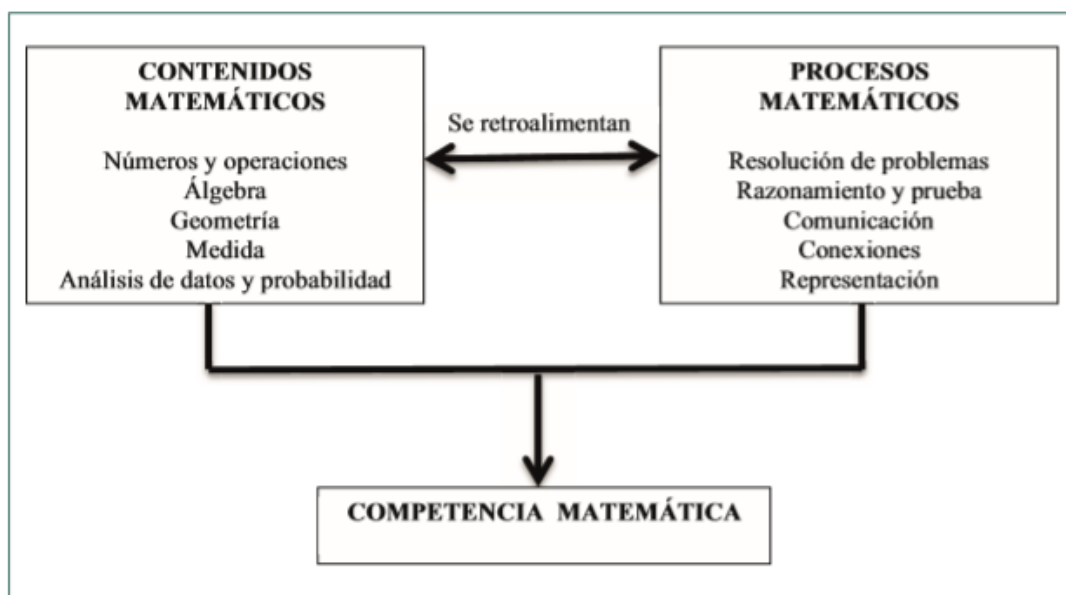
El hallazgo anterior, tiene varias implicaciones en relación con la formación ciudadana, en primer lugar, oculta la integralidad de las dimensiones del ser humano y su influencia en la aceptación o rechazo de cierto tipo de formación matemática dada sus condiciones de vida, particularmente de los sujetos en estado de vulnerabilidad social, económica o política, quienes deciden no aprender matemáticas porque no la consideran relevante para transformar sus condiciones de vida (Valero, Andrade-Molina y Montecino, 2015). Esto deja al descubierto la

necesidad de investigar unas competencias matemáticas más humanas, es decir, de carne y hueso (Valero, 2006). En segundo lugar, en las investigaciones es evidente la exclusión de los sujetos que aprenden de la participación ciudadana y por tanto del ejercicio de los valores democráticos (Skovsmose y Valero, 2012). Esto tiene que ver, especialmente, con la posibilidad de reflexionar sobre el papel de las matemáticas y la educación matemática como herramienta de discriminación ejercida debido al poder que otorga su dominio, es decir la acción de la ideología de la certeza (Borba y Skovsmose, 1997), pero avanza hacia la caracterización de las prácticas sociales de riesgo, ideologías y vulneración de derechos; particularmente, en el uso de las matemáticas para dilucidar tales prácticas y las oportunidades de cambio que posibilita o dificultan la educación matemática. Esto deja ver la necesidad de indagar sobre mecanismos por los cuales se favorece o frustra una competencia matemática crítica (Valero et al., 2015).

En América latina, Solar (2009) en su trabajo doctoral, incorpora y contribuye a expandir la línea de investigación sobre competencias matemáticas. En su tesis, el investigador plantea un modelo de competencia matemática compuesto por: procesos, tareas matemáticas y niveles de complejidad; aunque este marco de competencia matemática había sido estudiado hasta el momento por otros autores con características similares, en países europeos principalmente, con una fuerte relación con la perspectiva curricular (NCTM, 2000; Niss, 2002; Rico, 2007; Rico y Lupiáñez, 2008) y sus implicaciones para la evaluación (OCDE, 2003), el autor valida un modelo para el desarrollo de competencias matemáticas en el aula, en el que las competencias matemáticas son procesos nucleares de la actividad matemática, los cuales están presentes de forma transversal a los contenidos (Solar, 2009; Rojas y Solar, 2011). Este vínculo, proviene de la restructuración de algunos currículos de matemáticas que optaron por incluir procesos matemáticos con

adjetivaciones tales como mentales (Niss, 2002), generales (MEN, 2006), nucleares (Solar et al., 2014) y estándares de proceso (NCTM, 2000) además de los contenidos matemáticos que tradicionalmente los habían organizado. Alsina (2016), al igual que Solar (2009), sintetizan la noción de competencia matemática como una convergencia recíproca entre procesos y contenidos (ver Figura 1.1) que es movilizada por la actividad matemática mediante la realización de tareas matemáticas con diferentes niveles de complejidad (Rojas y Solar, 2011; Solar et al., 2014; Solar y Deulofeu, 2014, 2016).

Figura 1.1. *Relación entre Contenidos matemáticos, procesos matemáticos y competencias matemáticas.*



Fuente. Alsina (2016)

La postura anterior, sigue privilegiando la construcción de conceptos matemáticos y su dominio, aspectos que son compartidos en el campo evaluativo. En este campo evaluativo, las competencias matemáticas también son implementadas como procesos matemáticos que deben ser dominados en situaciones presentes en diferentes contextos para participar en la sociedad (OCDE,

2003; 2012; Alsina, 2018), esta vinculación estrecha entre competencias y aspectos evaluativos direcciona las prácticas de los profesores hacia el interés por obtener buenos resultados y condiciona el acceso de los estudiantes a otros niveles educativos y mejores condiciones de vida (Valero, 2012).

En la investigación sobre competencias matemáticas en la región se distinguen dos grupos de investigación: el grupo de investigación COMAT de la Universidad Católica de Chile y el grupo de investigación Desarrollo Institucional Integrado de la Universidad de la Amazonia en Colombia, ellos articularon el Modelo de Competencia Matemática (MCM) en tres líneas de investigación: currículo, formación de profesores y aprendizaje de los estudiantes (Solar, García, Rojas y Coronado, 2014). En la formación docente, el Modelo de Competencia Matemática (MCM) es un insumo que permite a los “docentes promover competencias matemáticas en esta disciplina articulando a la enseñanza de contenidos matemáticos escolares” (Solar, Rojas, Ortiz y Ulloa, 2014, p. 259). A partir del MCM se diseña una estrategia de trabajo docente para estudiar y promover la reflexión sobre el uso del modelo como herramienta para impactar las prácticas de aula. Esta metodología se estructura en: estudio de una temática específica prediseñada, elaboración propia de una secuencia de enseñanza, implementación de la secuencia y análisis y reflexión colectiva (Solar, García, Rojas y Coronado, 2014; Solar y Deulofeu, 2014). Aunque el uso del modelo en la formación docente busca reflexionar sobre la *praxis* de la competencia matemática en términos de la contingencia, la reflexión y la gestión en el aula, esta se limita al estudio de contenidos matemáticos específicos y a un significado de la competencia matemática, el cognitivo (Solar et al, 2014; Solar, et al., 2011; Solar, Rojas, Ortiz y Ulloa, 2012; Solar, Ortiz y Ulloa, 2016).

En relación con la línea de investigación asociada al aprendizaje de los estudiantes, el MCM es ampliado al considerar aspectos que tienen que ver con una visión sociocultural del aprendizaje el cual, resalta la participación (Sfard, 2008; Bishop, 1999; 2005) y las dimensiones del desarrollo humano (García, Coronado y Montealegre, 2011). En relación con la participación, los procesos de interacción son indispensable para conformar comunidades de aprendizaje que posibiliten la construcción social del conocimiento matemático, lo cual genera un enfoque social y cultural de las competencias. Por otra parte, al considerar que son los sujetos quienes desarrollan competencias en un proceso de formación integral es necesario considerar múltiples aspectos del desarrollo humano, entre ellos: el cognitivo, el afectivo y la tendencia de acción. Esta visión da lugar a la configuración del Modelo Teórico a Priori (MTP) que incluye dos componentes más: la actividad matemática de aprendizaje y la evaluación del aprendizaje, este nuevo modelo busca resaltar la complejidad del proceso de desarrollo de la competencia matemática en relación con el aprendizaje, el cual, tiene que ver con el transitar por tareas con diferente nivel de complejidad asociadas a objetivos a corto y largo plazo (Gómez, 2009), en este sentido los investigadores logran configurar un modelo de movilización de competencias matemáticas (García et al, 2013; García et al., 2015; García, Coronado y Giraldo, 2016).

En el marco del MTP, la actividad matemática del aprendizaje del estudiante implica: la discusión e implicación en una problemática que se encuentra anclada a un contexto particular (económico, político, ambiental, entre otros); la negociación de los significados matemáticos y construcción social del conocimiento fruto de la argumentación y validación de los resultados en un ambiente cooperativo y dialógico. Por otra parte, el componente de la evaluación tiene como

propósito valorar los procesos asociados a los aspectos del desarrollo humano integralmente a través de tres roles del estudiante: autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación. Sin embargo, en las investigaciones desarrolladas bajo este MCM “la evaluación se centra en lo cognitivo y en el desempeño individual del estudiante” (Solar et al., 2011, p. 63), generalmente esta valoración del componente cognitivo se realiza mediante la aplicación de tareas matemáticas diseñadas con un nivel de complejidad particular como sucede en las pruebas PISA (OCDE, 2003, 2009, 2012, 2015). Como consecuencia, es pertinente considerar en la investigación sobre competencias matemáticas una línea relacionada con la evaluación que rescate el interés por el sujeto político, es decir, la evaluación de y para el desarrollo de la competencia democrática, la cual claramente sobrepasa la opción de niveles complejidad cognitiva para resaltar la participación ciudadana. En este sentido, aún tienen vigencia los cuestionamientos de Solar (2009) sobre la necesidad de investigaciones empíricas para estudiar, por ejemplo ¿Cómo se desarrollan y promueve la movilización de las competencias matemáticas en el trabajo de aula? pero particularmente la competencia matemática democrática o crítica (Valero et al., 2015).

En términos del currículo, entendido como estructuración de planes y experiencias de aprendizaje, este modelo de competencia matemática contribuye a fortalecer cuatro dimensiones, a saber: integración de procesos, relevancia matemática, transversalidad y afinidad. La integración de procesos contempla subprocesos o procesos específicos del proceso nuclear, por ejemplo, la modelación. La relevancia matemática hace referencia a la posibilidad de potenciar la actividad matemática que emerge de las tareas matemáticas asociadas a procesos como la modelización o la resolución de problemas. Por su parte, la transversalidad resalta la característica del desarrollo a largo plazo de esos procesos. Mientras que la afinidad, permite establecer relaciones entre procesos

y contenidos, es decir, responde a la pregunta ¿cuáles competencias se pueden desarrollar con la enseñanza que resalte fenómenos en los que tiene lugar, usos y significados de ciertos contenidos matemáticos? En esta línea relacionada con el currículo, los autores muestran una configuración de las relaciones entre procesos, contenidos y contextos en un nivel de prescripción ya que es formulado por instancias gubernamentales (Solar, Espinoza, Rojas, Ortiz, González, Ulloa, 2011; Niss, 2002; Rico y Lupiáñez, 2012), y consideran que la movilización continua depende de la capacidad de reproducción de esta lógica en los diseños de los profesores.

De acuerdo a lo identificado anteriormente, la línea de investigación en la perspectiva curricular de las competencias matemáticas asociada al MCM vincula el diseño de tareas matemáticas con el contexto, el cual según Valero (2002) es usado generalmente como un “recipiente” de aspectos matemáticos. Esta forma de usar el contexto, oculta aspectos importantes relacionados con la formación para la democracia como la participación directa del estudiante en el cuestionamiento del uso de las matemáticas en la sociedad (Valero, 2002; 2006; 2012; 2017). El contexto también se ha usado en el marco del MCM, como herramienta que fomenta la interacción y la participación en el aula de clases, alrededor situaciones que afectan la democracia. Por ejemplo, el proceso de paz (García, Coronado y Giraldo, 2017); sin embargo, este se hace desde y para introducir un objeto matemático limitando la posibilidad de generar nuevos cuestionamientos sobre los aspectos sociopolíticos y más aún implicarse en la transformación de la situación identificada.

Este tratamiento del contexto, resalta el hecho de centrar la movilización de la competencia matemática en la interacción y la construcción de significados para la conceptualización matemática, es decir, para el dominio de aspectos matemáticos exclusivamente (contenidos y

procesos), sin desconocer la presencia de otros aspectos del desarrollo humano como el afectivo y la tendencia de acción, pero ellos tributan al dominio del cual se viene hablando. Al mismo tiempo, deja ver una postura que favorece la resonancia intrínseca y la ideología de la certeza, aspectos que destacan las matemáticas como una herramienta poderosa, tal vez la más poderosa, para actuar ante cualquier situación debido a que su dominio solo lo adquieren las personas con condiciones especiales (Skovsmose, 1999; Skovsmose y Valero, 2012). Estos aspectos mencionados anteriormente, realzan una visión del sujeto cognitivo, dejando de lado aspectos críticos relacionados con el ejercicio directo de la participación ciudadana.

En síntesis, la convergencia de las tres líneas de investigación presentadas en los párrafos anteriores, el MCM y el MTP promueven la articulación entre perspectivas didácticas y curriculares de las competencias para hacer posible su movilización, en estos términos las tareas matemáticas y la evaluación de la actividad matemática del estudiante permiten diseñar y apoyar diversos caminos y oportunidades de progreso en los niveles de complejidad. Sin embargo, los resultados de investigación muestran que la movilización de competencias matemáticas está asociada principalmente al componente cognitivo, lo cual devela la necesidad de explorar otros significados de estas competencias, por ejemplo, la relacionada con la competencia democrática del estudiante y las condiciones institucionales para su movilización a largo plazo.

En la perspectiva nacional, las investigaciones sobre competencias matemáticas se desarrollaron, principalmente, alrededor del MCM propuesto en Solar (2009) y de aspectos centrales del desarrollo humano entre ellos: actividad, pensamiento, conocimiento y lenguaje, configurados en tres aspectos complementarios propuestos por D'Amore, Diaz y Fandiño (2008):

el cognitivo, el afectivo y la tendencia a la acción. Bajo este marco conceptualizó como las “actuaciones integrales del estudiante para identificar, analizar y resolver problemas integrando el saber ser, el saber conocer y el saber hacer” (García et al., 2013, p. 35), las cuales permite observar el desarrollo de procesos generales de la actividad matemática tales como: representar, comunicar, modelizar, uso de herramientas y símbolos, plantear y resolver problemas; proceso afectivos y procesos de tendencia de acción los cuales se desarrollan a largo plazo, los cuales se movilizan en interacción con tareas vinculadas con contextos particulares y relaciones de los contenidos matemáticos. Estos supuestos son retomados, como se indica en párrafos anteriores, por el grupo de la investigación: Desarrollo Institucional Integrado de la Universidad de la Amazonia (Colombia) como base para el desarrollo investigaciones en el nivel de maestría, en el marco del proyecto denominado: *Formación y desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de educación básica y media del departamento del Caquetá* (García, et al., 2013). En la primera etapa de este proyecto, docentes en ejercicio caracterizaron competencias matemáticas asociadas a contenidos específicos como la función cuadrática, el triángulo y la circunferencia (Olmos y Sarmiento, 2013; Sánchez y Martínez; 2013; Cruz, 2013; Floriano y Floriano, 20013; Torres y Bornachera, 2014); en la segunda etapa, usando el Modelo Teórico a Priori (MTP), se diseñaron unidades didácticas para caracterizar su desarrollo emergente en los estudiantes (Acosta & Hermosa, 2014; Alvis y Puentes, 2015; Bustamante y Penagos, 2014; Murcia y Perdomo, 2015). En esta segunda etapa del proyecto toma fuerza la evaluación como herramienta de caracterización del desarrollo de las competencias matemáticas, el modo de uso se remite a la construcción de rubricas asociadas a los aspectos del desarrollo humano y a la participación de los sujetos en procesos de autoevaluación, metacognición, coevaluación y heteroevaluación.

En las investigaciones realizadas en el marco de este proyecto, existe un desplazamiento hacia la perspectiva sociocultural, primero, al considerar el enfoque comunicacional de las matemáticas como base para la construcción social de significados matemáticos (Bishop, 2005; Sfard, 2008). Segundo, al considerarse otros aspectos del sujeto que aprende en la estructura o significado de la competencia matemática, es decir aspectos volitivos, afectivos y disposicional (D'Amore, 2008). Tercero, el reconocimiento de aspectos sociales en el proceso de formación y competencias matemáticas (Valero, 2002; Planas, 2005). En esta perspectiva, las competencias matemáticas se caracterizan por:

- Considerar en la formación del ser humano tres aspectos: cognitivo, afectivo y tendencia de acción (D'Amore, 2008).
- Desarrollar un ambiente de interacción en el que la comunicación y la negociación de significados le permitan ser parte de una comunidad matemática escolar (García et al., 2013).
- Consolidar la comprensión y solución de problemas sociales y culturales de una comunidad (Valero, 2006).
- Ampliar el modelo de competencia matemática presentado en Solar (2009, 2012a) al ubicarse como centro el aprendizaje en la perspectiva sociocultural (Solar et al., 2014).

Estos aspectos mencionados más que confirmar un enfoque sociocultural de las competencias matemáticas ya establecido, muestran puntos de convergencia para su fortalecimiento. En particular, con los trabajos del grupo de investigación de la universidad de la Amazonía existe una ampliación del modelo de competencia matemática (MCM) de Solar (2009) al incorporar aspectos relacionados con: el aprendizaje como construcción social de significados

(Sfard, 2008), procesos de enculturación de las matemáticas (Bishop, 1995) y el reconocimiento otras dimensiones del ser humano además de la cognitiva D'Amore et al. (2008). Sin embargo, al igual que en el contexto internacional y regional aún está ausente una postura que cuestione la participación social del estudiante no solo en comprender la realidad si no en la transformación de prácticas sociales de riesgo e ideologías como centro de un modelo de competencias. Así mismo, aunque García et al., (2003) reconoce que la evaluación de competencias debe inscribirse en una perspectiva crítica para atender las necesidades del ciudadano actual y del futuro, esta sigue ubicando su interés primordial en la clasificación del rendimiento como indicador de eficiencia educativa y del desarrollo económico.

Hasta el momento, el transcurrir de la investigación sobre la competencia matemática, muestra avances en diferentes líneas educativas como el aprendizaje, la formación de profesores y el currículo. Como producto de estas investigaciones se han construido aproximaciones teóricas, métodos para la formación inicial y continua de profesores, modelos para su desarrollo, modelos de evaluación y ampliación de modelos hacia una perspectiva social o de modelos centrados en el aprendizaje. La distinción entre diferentes enfoques para el estudio de las competencias en general y de las competencias matemáticas en particular, es necesaria porque, según el enfoque elegido serán las decisiones del profesor para su movilización (Díaz- Barriga, 2011; Valero, 2006; García et al., 2003). Tal como lo expresan García, Coronado y Montealegre (2011) “se requerirá precisar sus implicaciones en procesos didácticos y curriculares” (p. 161).

En síntesis, las investigaciones sobre la competencia matemática a nivel internacional tienden por una parte a la construcción de conceptos matemáticos y por otra parte, a la participación

democrática y crítica del ciudadano en la sociedad. En el primer caso, los desarrollos son diversos, en su mayoría, centrados en el dominio de contenidos, también se presentan algunos trabajos con desplazamientos hacia una perspectiva sociocultural, en el sentido que integran aspectos relacionados con la interacción, el uso del discurso para la construcción de significados matemáticos y la discusión de aspectos relacionados con la realidad social de los sujetos. Otros aspectos discutidos tienen que ver con factores afectivos y de tendencia de la acción. El segundo caso, muestra una perspectiva en consolidación que relacionan las competencias matemáticas con la participación del sujeto en la transformación de prácticas de sometimiento, naturalización y riesgo social (Skovsmose, 1999; Valero et al., 2015; Valero 2017), por lo cual, es necesario plantear nuevas investigaciones en el campo de la educación matemática que indaguen por ejemplo, por los desplazamientos de las prácticas de los profesores en la perspectiva curricular y didáctica de la competencia matemática sociocrítica; las posibilidades de incorporación en la formación de profesores; los modelos de evaluación de la competencia matemática centrada en el sujeto social y político; concernientes con la competencia democrática y la posibilidad de crítica del uso de las matemáticas en la sociedad (García, Acevedo y Jurado, 2003).

1.2 Las competencias matemáticas en el currículo de matemáticas y la práctica curricular

En el campo curricular las competencias matemáticas han emergido como una posibilidad de descentrar la enseñanza de las matemáticas de los contenidos y como una oportunidad de hacer frente a un aprendizaje memorístico. Sin embargo “las reformas curriculares están acompañadas de certidumbre de quienes las elaboran, que tienen una perspectiva utópica de las mismas y por cierta incertidumbre en los docentes, quienes no tienen claridad del por qué” (Díaz-Barriga, 2013,

p. 354). Esta problemática afecta la práctica, ya que el docente generalmente, no está formado para trabajar en esa reforma, ante lo cual prefiere aplicar un currículo contenidista o mecanicista. Así la práctica curricular es motivada por un interés técnico orientado hacia el cumplimiento acrítico de las ordenanzas, adquiriendo el currículo el nivel de prescripción, es decir, existe una preocupación por la reproducción de los decretos y circulares relacionadas con el currículo nacional (Grundy, 1994).

Esta problemática general de formulación del currículo en relación con la práctica docente es considerada por Jackson (1968) cuando habla de la definición preactiva del currículum como una formulación preexistente e independiente del sujeto implicando; a esta forma de práctica curricular genera resistencia en el profesor hacia nuevas construcciones. Acción que desemboca en la aplicación acrítica de las nuevas propuestas ya que las encuentra complicadas, por lo que decide seguir en su práctica habitual. En este sentido, para Agudelo-Valderrama (2005), la persistencia del profesor en una actitud de resistencia al cambio está relacionada con las formas de saber que determinan su práctica de enseñanza, habitualmente centradas en un modelo de aprendizaje fundamentado en la acción de recibir conocimiento y repetirlo, contrario a un modelo de crear significados. De manera similar, Suárez, Ramírez, González y Luna (2019) advierten que la falta de formación e información es otra limitación que influye en la resistencia al cambio por parte del profesor.

En el caso de las competencias, existen diversas corrientes de pensamiento que no necesariamente aportan a generar cambios en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Díaz-Barriga, 2013), esta diversidad de enfoques y discrepancias entre ellos, junto a la falta de claridad de algunos documentos curriculares a nivel global o nacional y la polisemia misma del término

generan resistencia e inseguridad a la hora de su implementación en el aula. En el caso particular de las competencias matemáticas, la realidad no es diferente, García et al. (2011) en sus conclusiones plantean que el carácter polisémico del término dificulta su concreción en el aula. Así mismo, como se indicó en el apartado anterior, existen múltiples adjetivaciones, conceptualizaciones y modelos, por ejemplo, en la propuesta de D'Amore et al., (2008) se presenta con un concepto complejo y dinámico asociado la comprensión conceptual y procedimental de los objetos matemáticos; por otra parte, para Niss y Højgaard (2019) la conciben como la disposición perspicaz para actuar con las matemáticas, en un entramado de contenidos, procesos y contextos. Mientras que Valero et al. (2015) consideran que debe resignificarse como una herramienta de empoderamiento crítico; mostrando con esto que la comprensión de los modelos de competencia por parte de los profesores puede constituir un factor que limita su implementación a un enfoque particular que pueden contribuir a prácticas de injusticia y discriminación. Para Díaz-Barriga (2011) en el corto tiempo de presencia del enfoque por competencias en la educación ha generado una diversidad de perspectivas, ocasionando en los profesores que:

... la falta de claridad de los rasgos centrales de las competencias los lleva a realizar lecturas de autores que pueden reflejar escuelas diferentes de análisis de este tema, llevando a realizar articulaciones con baja coherencia [...] sin realizar necesariamente una modificación de práctica educativa previa (p. 18).

Continuando con el debate, el autor considera que los hechos contradicen las competencias en el sentido que teóricamente se promueven menos contenidos y más relaciones con prácticas sociales en contextos determinados para promover la construcción del conocimiento. Sin embargo,

la realidad del aula se enfatiza en promover mejores resultados con lo cual se incrementan temas y contenidos, de esta manera aparece aquí, la consigna “no hay tiempo”. Esta consigna se refiere a la presión a la que es sometido el profesor: por una parte, la evaluación estandarizada y al mismo tiempo reflexionar sobre otros aspectos en los que podría centrarse el concepto de competencia matemática, tales como: el papel de las prácticas sociales y la participación ciudadana en la transformación social, aspectos que deben ser considerados en el diseño de tareas matemáticas.

Desde este panorama, es necesario más que establecer una metodología o una estrategia para cumplir con un plan, realizar investigaciones que permitan comprender las características y el papel del acompañamiento de las reflexiones del profesor sobre sus prácticas; el estudio del impacto en el proceso de clarificación de la escuela de pensamiento con la cual aborda su práctica curricular y didáctica para la formación en el marco del enfoque en competencias matemáticas; así como llegar a comprender los diversos significados de competencias matemáticas, especialmente aquellos centrados en aspectos que le permitan a los sujetos la participación dialógica, reflexiva y crítica en asuntos de su ciudadanía (Valero, 2006; Valero et al., 2015).

Siguiendo los argumentos, como lo mencionan Gallardo et al., (2014) no se trata de una visión complementaria de aspectos cognitivos de la competencia matemática sino de “una perspectiva más inclusiva, en la que el objetivo es compartir diferentes modos de ver y comprender las matemáticas antes que insistir en una versión correcta de ellas y una supuesta buena comprensión o competencia” (p. 4). Es decir, se trata de llegar a fortalecer una perspectiva de las competencias matemáticas que esté relacionada con las necesidades vitales de los sujetos sociales y políticos más que con intereses evaluativos orientados a la clasificación de sus aprendizajes. Esta

perspectiva de las competencias matemáticas, en proceso de consolidación, sugiere una convergencia entre formación docente y práctica curricular, ya que las dos desarrollan en una relación interdependiente que influye en el significado que los docentes y los estudiantes les imprimen a sus actuaciones.

Así, esta propuesta de investigación se relaciona con dos aspectos investigativos en los que el modelo de competencia matemática de Solar (2009) se ha consolidado: la formación de docentes en ejercicio y el currículo. Sin embargo, se distancia de la perspectiva cognitiva y antropológica para vincular aspectos como el ejercicio de valores democráticos y el cuestionamiento del uso de las matemáticas en la sociedad, los cuales están en la dirección del enfoque sociocrítico de la Educación Matemática. En el aspecto curricular, es considerado el nivel de moldeado del currículo (Sacristán, 1995) en el cual, el docente reflexiona sobre el currículo prescrito y diseña su actividad de enseñanza y evaluación. De esta manera, la práctica curricular orientada a la formación por competencias se presenta como una intercepción de la reflexión sobre los componentes del currículo y la formación autónoma del profesor en ejercicio, en la cual el profesor construye socialmente nuevos significados y toma decisiones para concretar esta formación por competencias en el aula. Esta práctica curricular, se justifica al considerar la característica de desarrollo a largo plazo de las competencias, la cual requiere establecer los intereses y propósitos de desarrollo de las competencias matemáticas en cada nivel educativo (primaria, secundaria, media), lo que implica la valoración del nivel de competencia de acuerdo al significado al cual está vinculada y el acompañamiento continuo para avanzar a niveles de competencia más complejos.

Bajo estas consideraciones, surge la pregunta: ¿Qué caracteriza la movilización de las competencias matemáticas en la formación de sujetos políticos? Si atendemos a una perspectiva

crítica y sociopolítica de la educación matemática enfocada en la formación de valores democráticos y el ejercicio de la ciudadanía, la tensión se orienta hacia el cuestionamiento del papel de prácticas en la organización de la educación matemática escolar que se imparte en los establecimientos educativos, entonces surge otro cuestionamiento ¿Qué papel juegan las prácticas sociales en los diseños que los profesores construyen para la movilización de competencias matemáticas de este tipo? Si bien, Solar (2009), Solar et al. (2011) y Gómez (2009) plantean que la progresión en tareas con diferente nivel de complejidad permite el desarrollo de las competencias matemáticas, no se ha indagado la práctica curricular para promover el paso en estos niveles en la perspectiva sociocrítica y sociopolítica en un ciclo educativo. Por lo tanto, es primordial preguntar ¿Qué compone la práctica curricular orientada a la movilización de competencias matemáticas en la perspectiva sociocrítica? ¿Qué interés orienta esta práctica curricular? ¿Cómo propiciar la reflexión y el cambio de la postura teórica que guía su práctica curricular?

1.3 El currículo de matemáticas y la competencia matemática modelizar

En la comunidad internacional el interés por investigar sobre el currículo de matemáticas ha ido creciendo en los últimos años. Por ejemplo, Li y Lappan (2014); Schoenfeld (2014); Törner et al. (2007) documentan cambios del currículo de matemáticas escolares en algunos países. Schoenfeld (2014) distingue entre currículos centrados en el estudiante, que promueven la participación y la comunicación en la resolución de problemas (como el caso de E.E.U.U) y los currículos centrados en el maestro (como en Japón y Finlandia). En su investigación destaca la reforma del currículo de matemáticas de Estados Unidos, el cual está estructurado por estándares. La importancia de esta estructura se atribuye a la inclusión de estándares de procesos y estándares

de contenidos matemáticos, ya que esta propuesta marcó el inicio para que diferentes países (Colombia, España, Dinamarca, Portugal, Brasil, Chile) elaboraran propuestas de renovación curricular en las que se incluyen además de los temas o contenidos habituales, procesos de la actividad matemática y contextos, es decir, se estructuran currículos de matemáticas en el marco del desarrollo de competencias (Alsina, 2012; 2016; 2018; Alsina, García y Torrent, 2019; NCTM, 2000; 2003).

Entre los procesos matemáticos que promueven estas reformas curriculares se encuentran: modelizar, formular y resolver problemas, comunicar matemáticamente, representar, argumentar, razonar, ejercitar, usar herramientas (Niss, 2002; Abrantes, 2001; MEN, 2006; Solar et al., 2011; NCTM, 2000). En el caso del proceso de modelización matemática, algunos currículos lo consideran como competencia matemática específica, por ejemplo, en Dinamarca (Niss, 2002; Niss y Højgaard, 2003; 2011). También, como proceso matemático asociado a otros procesos que configuran la noción de “ser matemáticamente competente” (MEN, 2006; González y Gómez, 2017), como eje central del currículo de matemáticas (Stillman, 2007) o como aspecto relevante del currículo de matemáticas (Suurtamm and Roulet, 2007; Cheng, 2013; Solar et al, 2013; Solar et al, 2019). Así mismo, es una competencia organizadora en proyectos evaluativos como las pruebas PISA (OCDE, 2003; 2012).

Las investigaciones sobre la competencia matemática modelizar tiene sus orígenes en la década de los años 70, Schukajlow, Kaiser y Stillman (2018), sostienen que los primeros trabajos sobre el tema fueron reportados en múltiples actas de los encuentros de la *International Community*

of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA), en ellas los profesores e investigadores caracterizan la modelización matemática como una competencia asociada a las fases del proceso de modelización asociados y a otros componentes como la capacidad y disposición para llevar a cabo todas las fases de este proceso (Kaiser, 2006) y la metacognición (Maass, 2006). Sin embargo, las primeras investigaciones no hacían referencia al término competencia, inicialmente se referían a habilidades y capacidades, posteriormente a competencias. En su primera acepción como habilidades de modelización (Treilibs, 1979, como se citó en Schukajlow, 2018) se preocupa por identificar la capacidad de los estudiantes al abordar el proceso de modelización refiriéndose a la capacidad de generar variables, identificar aquellas pertinentes, establecer relaciones entre variables, entre otras que permitían a los estudiantes construir un modelo matemático. En los años 80 y 90 de siglo XX, Kaiser y Messmer (1986) diferencian entre las habilidades de problemas del mundo real y las habilidades de modelización, Blum y Niss (1989) genera curso de modelización en el nivel universitario y Gillespie (1993) plantea la necesidad de evaluar las habilidades de modelización generando a partir de este momento un amplio trabajo investigativo sobre ¿Qué y por qué evaluar tales habilidades? Estas preguntas dieron lugar a varios instrumentos, escalas y modelos de evaluación (Haines et al., 1993; Haines et al., 2001). Solo a finales de este periodo Stillman et al., (1998) introduce el término competencias de modelización asociado a la metacognición.

Iniciando el siglo XXI en las actas del ICMAT 14 y en el volumen 10 de la *International Commission on Mathematical Instruction- ICMI* se dedicaron sesiones completas para discutir sobre el tema de las competencias de modelización. En el caso del ICMI 10, Galbraith, Henn y Niss (2007) el capítulo 3, fue destinado a presentar trabajos de investigación que muestran diferentes usos y miradas sobre la modelización como competencia matemática. En estas

investigaciones, esta competencia es activada por los estudiantes al enfrentarse a determinado tipo de tareas matemáticas (Blomhøj y Jensen, 2003; Blomhøj, 2004; Stillman, Galbraith, Brown y Edwards, 2007). También esta competencia es caracterizada a partir de sub-competencias vinculadas con las fases del proceso de modelización y con las condiciones que promueven la autonomía para llevar a cabo este proceso (Maass, 2006). Otras investigaciones, reportan diferentes modelos de evaluación de esta competencia (Jensen, 2007; Henning y Keune, 2007; Brand y Kaiser, 2015)

Por otra parte, las investigaciones a nivel internacional también muestran tipificaciones de esta competencia, Por ejemplo, en Estados Unidos, Anhalt, Cortez y Bennett (2018) se refieren a la competencia matemática de modelización cognitiva al centrarse en las fases del ciclo de modelización. De manera similar, Greer y Verschaffel (2007) distinguen entre competencias para la modelización implícita, competencia para la modelización explícita y competencias para la modelización crítica. Otra publicación destacada en *The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA-14)*, que lleva por título: *Modelando la competencia de modelación matemática de los estudiantes*, es destinada a construir modelos de la actividad de modelización, en tres actores relacionados con la movilización de la competencia matemática modelizar (CMM), a saber: el estudiante, el profesor y el investigador. En este documento la CMM es percibida como la actividad de construir modelos matemáticos para diferentes usos en particular para construir teoría, lo cual es evidente cuando afirma: “Entonces, el objetivo de muchos de nuestros estudios más productivos se centra en el desarrollo de modelos poderosos, compartibles y reutilizables, que luego, a su vez, influyen en el desarrollo de la teoría” (Lesh y Fennewald 2013, p. 17). En esta forma de concebir la modelización matemática, persiste

la tendencia hacia el dominio de la modelización como aspecto indispensable para el desarrollo de sujetos cognitivos y la construcción de teoría en matemáticas. En esta perspectiva, los autores poco destacan el papel de esta competencia en la formación de ciudadanos y en la crítica a modelos matemáticos usados en prácticas de vulneración de derechos fundamentales o se asume que esta se adquiere por defecto.

En las investigaciones anteriores, realizadas a nivel internacional sobre la competencia matemática modelizar o competencias de modelización, sobresalen tres aspectos. El primero, relacionado con la posibilidad de caracterizar la emergencia de esta competencia matemática en distintos niveles de escolaridad. El segundo asunto, relaciona la caracterización explícitamente con el proceso de modelización para la construcción teórica relacionada con el dominio del proceso de modelización y un tercer acercamiento corresponde a modelos para la evaluación de la actividad de modelización.

En el contexto regional, en América Latina, las investigaciones también muestran que esta competencia matemática emerge al transitar por el proceso de modelización cuando los sujetos se enfrentan a tareas matemáticas de complejidad creciente (Solar, 2009). De forma complementaria, con un desplazamiento hacia posturas socioculturales de la actividad matemática, otras investigaciones caracterizan esta competencia a partir de procesos, aspectos metacognitivos y aspectos sociales relacionados con la participación de los estudiantes en prácticas sociales de la Educación Matemática (Olmos y Sarmiento, 2013; Olmos et al., 2016).

En coherencia con lo descrito anteriormente, los procesos de la actividad matemática, de manera general, constituyen un componente fundamental de la competencia matemática y de manera particular el proceso de modelización matemática constituye un componente de la competencia matemática modelizar (Solar, 2009; Solar et al., 2012b; Solar et al., 2012; Solar et al., 2013). En particular, Solar (2013) sostiene que: “La caracterización de las competencias matemáticas por medio de procesos matemáticos, es una de las contribuciones del enfoque por competencias al currículo de matemáticas, dotándolo de una estructura orientada al desarrollo de dichos procesos” (Solar, 2013, p. 2). En consecuencia, menciona que las competencias matemáticas son transversales a núcleos temáticos y que dicha característica contribuye a su desarrollo a largo plazo. Además, el investigador considera que su desarrollo está asociado tanto al diseño de situaciones, secuencias didácticas o tareas matemáticas como a la interacción de aula y a la formación del profesor.

En el aspecto curricular, relacionado con la evaluación para el aprendizaje y del aprendizaje, el modelo propuesto por Solar (2009) contribuye en la valoración del desarrollo de la competencia matemática modelizar en los estudiantes al considerar cuatro niveles de complejidad: reproducción, conexión, generalización y reflexión. Esta propuesta tiene como aspecto central el componente cognitivo planteado desde la visión alfabetización matemática y desde un enfoque funcional de las matemáticas (Solar, 2009; OCDE, 2003; 2012). Con anterioridad Jensen (2007) propone un modelo tridimensional para la evaluación de esta competencia matemática, el cual se estructura a partir de: el grado de cobertura, el radio de acción y el nivel técnico. *El grado de cobertura*, hace referencia al alcance en términos de las fases del proceso de modelización que son activadas por el estudiante por ejemplo si llega a la fase de validación en que se enfoca (el proceso

interno o el análisis de la realidad que dio origen al problema o a ambos). *El radio de acción* por su parte se centra en el contexto de la situación ya sea matemático o extramatemático. Y el *nivel técnico* se refiere a las herramientas matemáticas que usa el estudiante.

Otra investigación sobre el proceso de evaluación el desarrollo de la competencia matemática modelizar (CMM) es planteada por Henning y Keune (2007), en la cual proponen tres niveles de desarrollo: reconocer y comprender la modelización, modelización independiente y meta-reflexión sobre la modelización. En el primer nivel se encuentran las habilidades de reconocer, describir, caracterizar y distinguir las fases del proceso de modelización. En el segundo nivel el estudiante debe adaptarse, generar nuevas herramientas o considerar otros enfoques para resolver independientemente un problema. En el tercer nivel el estudiante analiza críticamente y reflexiona sobre la modelización y su causa.

Los tres trabajos referenciados anteriormente sobre la evaluación de la competencia matemática modelizar (Solar, 2009; Jensen, 2007; Henning and Keune, 2007); tienen su mirada en las formas de dominio del proceso de modelización asociadas a tareas con diferentes niveles de demanda cognitiva, es decir, centran su mirada en el uso de este proceso para usar conceptos matemáticos en diversos contextos. Aunque es menos usado el modelo de Henning y Keune (2007), este presenta una particularidad relacionada con el progreso en la independencia en la construcción del modelo matemático. Sin embargo, el uso del modelo es un componente poco explorado en el ámbito evaluativo, especialmente en el nivel emancipador, dialógico, discursivo, de las prácticas de riesgo social, propio de la perspectiva crítica (Orey y Rosa, 2007; 2012; Da Silva y Kato, 2012).

De acuerdo con los estudios sobre la competencia matemática modelizar presentados con antelación, es posible identificar algunas necesidades de investigación, entre ellas la relación entre la CMM y el ejercicio de los valores democráticos; las características del currículo que integre en su seno los valores democráticos y la CMM, así como las características de la evaluación que responda a las necesidades del sujeto político (Alsina, 2018; Valero et al, 2015; Valero 2018).

Como se mostró en párrafos anteriores, en las investigaciones que abordan diferentes aspectos de la CMM, los autores advierten sobre diferentes dificultades para implementar currículos por competencias en las aulas de matemáticas, entre ellas: ausencia de investigaciones que muestre las relaciones entre procesos y contenidos (Solar et al., 2013) y la formación docente para promover este proceso en el aula (Solar, Aravena, Goizueta y Ulloa, 2019). En los dos casos, el proceso de modelización está es vital para movilizar esta competencia, razón por la cual, es pertinente revisar investigaciones sobre el proceso de modelización con el fin de recabar aspectos que complejizan e impiden su movilización al interior de las aulas y a lo largo de un proceso formativo escolar particular.

En los siguientes párrafos, se presenta un recorrido por algunas investigaciones sobre el proceso de modelización, enfocado en las problemáticas para implementar este proceso en el aula de matemáticas y particularmente las relacionadas con la modelización en la perspectiva sociocrítica, ya que en esta perspectiva puede ser posible una resignificación de la competencia modelizar centrada en el ejercicio de valores democráticos.

En relación con los aspectos que resaltan la práctica curricular de los profesores respecto a esta competencia, Julie (2002) menciona que:

Una de las características de la reforma curricular es que las matemáticas escolares deben hacerse relevantes para los alumnos. La incorporación de modelos matemáticos en las matemáticas escolares es una de las formas que se ofrece para realizar la relevancia ideal... [sin embargo] La carga de implementar aplicaciones y la modelización en las matemáticas escolares para realizar los ideales de relevancia se deja a los profesores (p. 1864. Traducción propia).

La relevancia ideal presentada por Julie (2002), además de ser pertinente para el currículo (Solar et al., 2014) y la enseñanza de las matemáticas (Biembengut y Hein, 2004), también favorece el desarrollo del componente afectivo, por ejemplo Greer, Verschaffel y Mukhopadhyay (2007) plantean que la inclusión de situaciones del mundo real en los primeros años de escolarización genera disposición y un sentido de agencia de las matemáticas como herramienta crítica que motiva la comprensión de temas importantes de la sociedad. En la revisión de estudios de modelización en la escuela primaria, los autores encuentran avances en el desempeño cognitivo, motivacional y afectivo de los niños. En su investigación, Julie (2002) resalta dos aspectos de la práctica curricular que afectan la percepción de la relevancia en los profesores. 1. El acompañamiento escaso a los profesores en ejercicio para reflexionar sobre propuestas curriculares institucionales que involucran la modelización y su implementación continua. 2) la falta de formación para el diseño de tareas que movilicen la modelización matemática, lo cual sustenta la necesidad de investigar los

procesos de reflexión sobre los diferentes significados, usos y estrategias para promover su desarrollo a largo plazo (Blomhøj, 2004).

Además de los aspectos cognitivos y afectivos que promueve la modelización, también permite consolidar la participación del estudiante en la lectura crítica del mundo y su transformación personal, comunitario y social (Mukhopadhyay y Greer, 2001; Araujo, 2009, Da Silva y Kato, 2012), estos son algunos argumentos que sustentan la presencia transversal de este proceso en el currículo de matemáticas y su desarrollo a largo plazo. Particularmente, el desarrollo a largo plazo es una de las fuentes de la problemática central de la práctica curricular para el desarrollo de competencias. La problemática radica en la compleja tarea de reflexión crítica y dialógica sobre: los significados de esta competencia en cada nivel educativo, las estrategias que permitirán promover su desarrollo en cada nivel educativo y en cada clase. Estas características reclaman el acompañamiento continuo para promover la participación de profesores en la construcción de significados de la competencia matemática modelizar centrados en el ejercicio de la ciudadanía crítica y los demás valores democráticos, más allá de las preocupaciones tradicionales de vincular el contexto con las matemáticas y un aprendizaje situado.

Burkhardt (2014), al distinguir y comparar desajustes en cuatro niveles del currículo de matemáticas (propuesto, implementado, alcanzado y evaluado) en Estados Unidos, Gran Bretaña, China, Alemania, Australia y Suiza, en relación a la resolución de problemas, la modelización y el uso de la tecnología, encuentra que pese a las intenciones y esfuerzos de estos países por promover habilidades matemáticas, el uso y gusto para resolver problemas dentro de las matemáticas y en la vida, el problema persiste:

Todos los países dicen querer que los estudiantes puedan utilizar sus situaciones de la vida cotidiana; sin embargo, las ediciones especiales de [Zentralblatt für Didaktik der Mathematik] ZDM sobre la modelización (Kaiser et al.2006) presentan un cuadro caleidoscópico del trabajo en la comunidad de innovadores [...] pero poco en la modelización en aulas típicas (Burkhardt, 2014, p. 24, traducción propia).

Burkhardt (2014) plantea que una explicación a este desajuste, radica en la percepción de los profesores quienes consideran el mundo real como algo no deseado, debido a que implica tener conocimientos sobre conceptos de otras asignaturas y tener conocimiento sobre cómo obtener y tratar datos reales, lo cual implica invertir mucho tiempo en su implementación, ante esta situación las prácticas de los profesores son orientadas por tareas rutinarias.

En coherencia con las situaciones que impiden que la modelización se concrete en el aula, uno de los investigadores más activos en este dominio en Colombia, encuentra como principales focos de esta ausencia: las creencias y concepciones sobre las matemáticas, altas demandas matemáticas, pedagógicas y personales que la modelización impone a los profesores, uso de problemas verbales aritméticos en lugar de incluir el conocimiento del mundo real, consecuencia de lo anterior en las prácticas de aula predomina el uso de enunciados verbales como tareas de aplicación de lo aprendido (Villa-Ochoa y Vahos, 2009; Guacaneme, Obando, Garzón y Villa-Ochoa, 2013; Villa-Ochoa, 2015; Villa-Ochoa y Berrio 2015; Villa-Ochoa, Rosa y Gavarrete, 2018). Las conclusiones de estas investigaciones sugieren la necesidad de empoderar a los

profesores sobre la actitud hacia las matemáticas que genere prácticas docentes en las cuales las experiencias de los sujetos en el aula estén inmersas en prácticas socioculturales.

En otros estudios sobre el mismo tema, Ceolim y Caldeira (2017) muestran que la presencia de la modelización matemática en las aulas es escasa, particularmente en el nivel de educación básica. Ceolim (2015) presenta tres factores que dificultan la implementación de la modelización matemática por parte del docente, las cuales corresponden a: (i) el factor *personal-emocional*; (ii) el factor de *competencia profesional*; y (iii) el *factor institucional*.

Las dificultades del uso de la modelización matemática asociadas al factor de competencias profesionales, hacen referencia a: (i) el conocimiento más allá de las matemáticas; (ii) reconocimiento de problemas de la realidad en los que los estudiantes se involucran, a menudo; (iii) involucrar prácticas pedagógicas interdisciplinarias; (iv) la formación insuficiente para sostener el desarrollo de las actividades de modelización en la educación básica. Estas dificultades, influyen en la poca presencia de la modelización matemática en sus distintas facetas y deja ver la necesidad de la reflexión dialógica y crítica en las comunidades de profesores, que permita repensar sus prácticas, específicamente, en aspectos relacionados con el diseño de tareas y evaluación formativa.

Las dificultades presentadas en el párrafo anterior, también son identificadas en la perspectiva sociocrítica de la modelización matemática. Algunos investigadores plantean la necesidad de acompañar a los profesores en la transformación de la práctica curricular,

concernientes al desarrollo y evaluación de la modelización (Salazar, Mancera, Camelo y Perilla, 2017; Zawojewski, 2016; Rendón-Mesa y Sánchez-Cardona, 2019).

Entre otros aspectos, relacionados con las dificultades de vivir la modelización en el currículo de matemáticas, está la separación entre escuela y lo que ocurre fuera de ella (Arrieta y Díaz, 2015). Aquí la modelización es una propuesta para construir el conocimiento matemático a partir del análisis de la secuencia de prácticas que tienen lugar en una comunidad. Es decir, la inclusión de fenómenos reales en la formación matemática escolar a partir de la modelización matemática, sin embargo, los autores anotan que no siempre es posible que los docentes concreten esto en un currículo vivido.

En la región, Brasil y Colombia son un ejemplo de países que proponen el desarrollo de la modelización matemática en los currículos de matemáticas. En Brasil, la investigación sobre dominio inicia casi simultáneamente con las investigaciones en Educación Matemática en Europa y tradicionalmente se ha incorporado en diferentes niveles educativos, en el caso particular de la formación inicial de profesores de matemáticas se incluyen cursos de modelización matemática escolar. Sin embargo, Biembengut (2009) encontró que las prácticas de modelización matemática no se concretan en las prácticas de aula.

Por otra parte, en los documentos curriculares colombianos, el proceso general de *modelización matemática* hace parte de un conjunto de cinco procesos matemáticos, cuyo dominio por parte de los estudiantes le hacen una persona matemáticamente competente (MEN, 2006). Las

orientaciones curriculares en Colombia asumen la tesis de resonancia intrínseca sobre la noción de competencia matemática, que consiste en suponer que el dominio, de estos procesos generales y los conceptos matemáticos, *per se* permite el ejercicio de la ciudadanía (Skovsmose y Valero, 2012). Los Estándares Básicos de Competencias en adelante EBC, reafirman esta visión cuando vinculan el ejercicio de valores democráticos con “reconocer que hay distintos tipos de pensamiento *lógico y matemático* que se utilizan para tomar decisiones informadas, para proporcionar justificaciones razonables o refutar las aparentes y falaces y para ejercer la ciudadanía crítica” (MEN, 2006, p. 48). Con esta postura el documento curricular, persiste resaltar lo que Valero (2017) denomina el empoderamiento intrínseco el cual, privilegia el uso del pensamiento lógico como único y suficiente, para establecer diferencias entre postulados falsos y veraces como la base para el ejercicio de los valores democráticos y de la ciudadanía crítica. Desconociendo la necesidad de vincular las matemáticas con otros aspectos que permitan el reconocimiento crítico de la realidad (Skovsmose y Valero, 2012), como por ejemplo las narrativas, diálogos y la historicidad de los pueblos (Burton, 1996).

En relación a la incorporación de la modelización matemática al aula de matemáticas, las investigaciones reportan que desde 1998 está incluida en los Lineamientos Curriculares, sin embargo, las prácticas de modelización no se han incluido significativamente en el aula (Agudelo-Valderrama, 2006; Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo, 2008; 2009). Entre los factores que causan tal ausencia se encuentra, la falta de desarrollo del sentido de realidad del profesor, aspecto que puede ser potenciado cuando el profesor “observa la realidad objetiva y le posibilita la (re)significación de dicha realidad a partir de un proceso de modelización matemática” (Villa-Ochoa et al., 2009).

En la formación de docentes, la modelización matemática ha sido una preocupación relativamente reciente en Colombia (Villa-Ochoa, 2010), pero el número de tesis de pregrado y posgrado relacionadas con este dominio ha aumentado en los últimos 15 años, sobre diferentes aspectos y niveles educativos (Gómez, Correa, Marín, Mesa y Villa-Ochoa, 2015; Villa-Ochoa y Alencar, 2019). La investigación en Colombia en relación con el desarrollo de la modelización en el aula, es muy diversa, por ejemplo ha estado orientada a poner de relieve la necesidad de indagar sobre la capacidad de los docentes para la identificar contextos reales para su abordaje en el aula (Villa-Ochoa, 2010); la construcción de ambientes de modelización en la perspectiva crítica (Parra-Zapata, 2015); en la caracterización de este proceso como competencia (Olmos, Sarmiento y Montealegre, 2016; Olmos y Sarmiento, 2013), entre otros.

Sin embargo, en relación con la práctica de los profesores para el diseño de situaciones de modelización Villa-Ochoa (2013) manifiesta que esta capacidad “exige a los docentes la capacidad de emanciparse de las rutinas que parecen legitimarse en prototipos educativos instruccionales” (p. 6). Dado que esta emancipación no es inmediata es necesario identificar los factores que permiten acompañar procesos de reflexión y participación de los profesores sobre sus prácticas de modo que se aproximen desde sus comprensiones a movilizar el cuestionamiento de prácticas sociales de riesgo o injusticia social desde las aulas.

La emancipación que proclama Villa-Ochoa (2013), está justificada también en el currículo Nacional de matemáticas. Ya que, así como otros países en el mundo, han incluido en su currículo

de matemáticas el proceso de modelización por ejemplo Dinamarca (Niss, 2002; Niss y Højgaard, 2011); Portugal (Abantes, 2001); Chile (Chile, 2012); Colombia también ha presentado su currículo para el desarrollo de competencias (MEN, 2006), en este caso particular los procesos generales, entre ellos el proceso de modelización (MEN, 1998; 2006), el dominio de estos procesos es asociado a la idea de ser matemáticamente competente. La noción de competencia, pretende ampliar la visión de competencias basada en el saber hacer para dirigirse hacia una que se fundamente en el ejercicio de los valores democráticos. Es posible evidenciar esto en los siguientes fragmentos:

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) aspira a que esta publicación a propósito de los estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y competencias ciudadanas, aporte a la cualificación de las prácticas docentes y, por supuesto, se vea reflejada en estudiantes capaces de enfrentar los desafíos de nuestro tiempo aportando a la construcción de una sociedad justa y equitativa (MEN, 2006, p.17).

... la educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos (MEN, 2006, p. 46).

De este modo “ser matemáticamente competente está íntimamente relacionado con los fines de la educación matemática de todos los niveles educativos” (p. 49). Particularmente, el fin relacionado con el ejercicio de la ciudadanía crítica y los valores democráticos, permite cuestionar

el papel de los procesos generales de la actividad matemática en la movilización de las competencias de este tipo. Principalmente por los argumentos en los que se fundamenta tal posibilidad, los cuales persisten en el dominio de conceptos y procedimientos. Este dominio, es tipificado como una de las prácticas que inducen a la exclusión Educación Matemática (Borba y Skovsmose, 1997).

La reflexión sobre este asunto, pone de manifiesto el papel de la modelización en el ejercicio de prácticas de sometimiento, violación de derechos e injusticia social (Skovsmose, 1999; Valero y Skovsmose, 2012). Pese a este cuestionamiento, el currículo colombiano concibe la modelización como una estrategia para encontrar patrones y construir conceptos, alejados de los supuestos que dieron lugar a tal estructura curricular que integra: procesos generales, conceptos y procedimientos y el contexto. Como consecuencia, surge la necesidad de investigar ¿cómo la modelización permite desarrollar el pensamiento crítico en los estudiantes? Al respecto Villa-Ochoa (2013) plantea que:

Sea cual sea la aproximación que se adopte de la modelización matemática, lo cierto es que cada vez más se pone de relieve la necesidad de relacionar las matemáticas escolares con otros contextos, fenómenos o situaciones de la cotidianidad, la sociedad o la cultura; en parte, porque es por medio del estudio de estos contextos como se aportan elementos para alcanzar los diferentes fines que se le han atribuido a la Educación Matemática, en particular, aquellos que tienen que ver con la difusión de valores democráticos y de integración social, la realización y ejercicio de la crítica y el esfuerzo por la acción comunicativa ... (p. 6)

Este tipo de investigaciones es reciente en Colombia, pero desde los primeros trabajos presentados en el 2013 (Martínez Pinilla, Páez, García, 2013) hasta los más recientes (Parra-Zapata et al., 2017; 2018). En este periodo, las investigaciones muestran múltiples posibilidades y aproximaciones exitosas para implementar la modelización sociocrítica en las aulas colombianas, pero también develan aspectos que la obstaculizan, entre ellos: ambientes de modelización orientados a seguir instrucciones del profesor que limitan la participación y reflexión de los estudiantes en asuntos sociales y políticos (Parra-Zapata y Villa-Ochoa, 2016); el reconocimiento de problemáticas en la implementación de ambientes de modelización y su ajuste para la implementación de la modelización de forma continua (Parra Zapata; Parra Zapata y Villa Ochoa (2017); la reflexión y fortalecimiento de la participación ciudadana de los estudiantes en las aulas de matemáticas (Mancera, Perilla y Camelo, 2017).

En este contexto nacional, la evaluación es otro aspecto que vincula el currículo con la modelización y las competencias matemáticas: sobre este particular, Sánchez-Cardona y Rendón-Mesa (2019) reconocen que “el centro de atención al evaluar la modelización matemática varía dependiendo de los intereses de los profesores y de los currículos institucionales” (p. 5). Por otra parte, García, Acevedo y Jurado (2003) proponen que la evaluación de competencias en un marco Sociocrítico debería sustentarse en las prácticas problemáticas de los ciudadanos y no en clasificar sus dominios conceptuales únicamente. Los autores antes mencionados, develan una práctica institucional dirigida a cumplir con objetivos impuestos por la evaluación estandarizada en la que persisten animadamente los profesores, los directivos y el currículo. Por lo anterior existe un campo

de investigación en expansión, especialmente en lo relacionado con la perspectiva crítica de la modelización.

La evaluación surge como un componente de la práctica curricular dirigida al desarrollo de competencias matemáticas en correspondencia con la evaluación clasificatoria de la mano de proyectos evaluativos como The Programme for International Student Assessment -PISA (OCDE, 2003; 2012; 2015) o de pruebas estandarizadas nacionales como las pruebas SABER (García et al., 2003). Estos hechos, muestran la necesidad de indagar como el docente estructura su práctica curricular más allá del servicio a las pruebas estandarizadas.

En el recorrido planteado hasta el momento, el desarrollo de las competencias está vinculado con objetivos a largo plazo (García et al., 2013) y con procesos (Solar, 2009), sin embargo, el hecho de considerarse explícitamente un objeto, tema o procedimientos matemáticos parece, por una parte, restringir el significado de la competencia matemática modelizar a la noción de modelización como vehículo, es decir, como estrategia para el aprendizaje de conceptos matemáticos. Por otra parte, suscita un obstáculo para construir un significado en la perspectiva de la educación matemática crítica y política porque fortalece la presencia de ideas matemáticas poderosas, basadas en la lógica (Skovsmose y Valero, 2012). Emerge entonces, el cuestionamiento sobre la continuidad en el currículo en términos del currículo vivido ya que para resignificar la competencia matemática modelizar es necesario considerarla un propósito de formación, lo cual implica concitar acuerdos para su movilización en cada nivel. Como se ha mencionado estas características dependen de la postura teórica del profesor, los directivos y la capacidad de estos para un actuar crítico y autónomo frente a diversas orientaciones curriculares de orden nacional,

por ejemplo, si la postura es sociocultural se deberían considerar las prácticas que tienen lugar en diferentes contextos y la posible conexión con otras disciplinas; además un equilibrio en la modelización como propósito y como vehículo (Julie, 2002). Por otra parte, si consideramos la perspectiva sociocrítica o política es necesario identificar prácticas de riesgo, criticar el modelo que las sustenta y generar otro que garantice la preservación de dicho aspecto vital de la comunidad y emprender acciones democráticas con el mismo objetivo. En consecuencia, la competencia modelizar desborda la disciplina misma.

Se pueden sintetizar que las investigaciones en relación con la competencia matemática modelizar (CMM) en términos de:

- La enseñanza se orienta a caracterizar en los estudiantes qué aspectos se movilizan en tareas de modelización matemática (Blomhøj y Jensen, 2003; Jensen, 2007; Maass, 2006; Solar, 2009; Olmos, Sarmiento y Montealegre, 2016).
- La evaluación para establecer criterios de valoración de su desarrollo.
- La formación de profesores en ejercicio permite implementar el modelo de competencia matemática en el aula a partir de lo cual se estudia la reflexión de la práctica de aula en términos de la secuenciación de tareas y contingencia en su gestión de aula.
- Del diseño se centra en presentar tareas con diferente nivel de complejidad asociadas a un tópico matemático específico.

Como elementos convergentes de esta síntesis se puede establecer el centro en el aspecto cognitivo y una perspectiva funcional de las matemáticas, en tal caso “la parte curricular y didáctica de las competencias no queda suficientemente abordada en esta perspectiva” (Díaz-Barriga, 2011, p. 11). Además, el diseño, el acompañamiento y la valoración de esta competencia, desde una perspectiva crítica, es un ámbito por investigar. Por lo cual, en la dimensión curricular hay un campo por explorar en relación a la competencia matemática modelizar, específicamente en las prácticas curriculares de los docentes para promover esta competencia cuando inician el cambio paradigmático de una enseñanza fundamentada en el programa cognitivista a uno sociocrítico.

En el aspecto curricular de la línea de investigación sobre competencias matemáticas, los problemas se centran en el currículo nacional o en el evaluado, pero como se ha insistido, existe la carencia de formación y herramientas para emprender tareas relacionadas con su implementación (Erbaş, et al., 2014). Estas problemáticas muestran la necesidad de indagar la práctica del profesor en la perspectiva curricular orientada a promover la competencia matemática modelizar, cuestionar el paso en los diferentes niveles del currículo: modelado, enseñado, vivido y aprendido y establecer relaciones entre los componentes principales de la práctica curricular: la reflexión en una comunidad de crítica, la autoformación, el planteamiento de propósitos de desarrollo en cada nivel; la planeación en torno al diseño de tareas y ambientes de modelización, la secuenciación en ciclos completos de formación, su implementación y acompañamiento en el aula y la evaluación formativa. Pero con la consideración del sujeto político que participa en una sociedad como ciudadano crítico y democrático (Valero, 2002; Valero et al., 2015; Skovsmose y Valero, 2012). Específicamente, en esta propuesta de investigación, interesa indagar por las transiciones de las

prácticas del profesor en la perspectiva curricular para la movilización de la competencia matemática modelizar crítica. En consecuencia, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué aspectos de las prácticas de los profesores en una perspectiva curricular contribuyen a movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica?

De la cual se derivan las siguientes preguntas orientadoras del proceso investigativo:

- ¿Cuál es el papel del ejercicio de la crítica para la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica?
- ¿Cómo estructuran los profesores las tareas matemáticas para contribuir a la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica?
- ¿Cuáles son los componentes de la evaluación implementada por los profesores que contribuyen a movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica?

1.4 Justificación

Las dinámicas de globalización en las que está inmersa la educación actual impulsan cambios continuos en diversas dimensiones, entre ellas: la didáctica y la curricular, las cuales están íntimamente ligadas con políticas basadas en la idea de progreso que favorecen la exclusión en sus distintas manifestaciones (Skovsmose, 1999; Skovsmose, 2012; Skovsmose y Valero, 2012; Valero, 2012; Valero et al., 2015). Una de estas manifestaciones es la exclusión por habilidad, la cual clasifica a los estudiantes entre los más hábiles y los menos hábiles para desempeñar una labor

o para poder acceder a mejores condiciones de vida, en otras palabras, la exclusión por habilidad deviene en la exclusión social.

En el ámbito de la exclusión por habilidad, el aprendizaje enciclopédico y memorístico al igual que una enseñanza dispuesta para responder a la escuela prevalece como una práctica institucionalizada. Precisamente, combatir esta práctica puede ser el aporte del enfoque por competencia si se ubica en un enfoque adecuado, por ejemplo, sociocultural y didáctico (Díaz-Barriga, 2011), sociocrítico (García et al., 2003) o sociopolítico (Valero, 2002; Valero, 2006; Valero et al., 2015). En cualquiera de ellos deben existir cambios sustanciales en el sistema educativo, llámese currículo, sistema de evaluación o formación de profesores.

Particularmente en las perspectivas sociocríticas y sociopolíticas, las competencias matemáticas adquieren características particulares, tal vez entre las más significativas se encuentren: la necesidad de establecer nexos entre la escuela y las prácticas socioculturales no como un recipiente de asuntos matemáticos si no como fuente de problemáticas cruciales de los participantes, estudiantes, ciudadanos. En este ámbito, la competencia matemática crítica y democrática viene a jugar un papel empoderador tanto del estudiante como del sistema educativo, particularmente este último debe ampliar las oportunidades de movilización de cuestionamientos de las prácticas e ideologías de riesgo, despertar la sensibilidad por las necesidades del otro y difuminar las fronteras de la escuela.

En las condiciones descritas anteriormente, la competencia matemática crítica y democrática de los sujetos políticos se vinculan con currículos democráticos y democratizantes que buscan más allá de clasificar los desempeños de sus estudiantes, contribuir a su formación ciudadana, al uso de las matemáticas y los modelos matemáticos como vehículos de lucha social, búsqueda de la equidad e incentivar el sentido de humanidad. Claramente esta noción es naciente y ofrece la posibilidad de fortalecer una línea de investigación que permita comprender como la competencia matemática modelizar contribuye a estos propósitos.

Estos argumentos, son consolidados en los siguientes objetivos de investigación, dispuestos en coherencia con el planteamiento del problema y las preguntas de investigación subyacentes.

1.5 Objetivos de Investigación

Los objetivos de la investigación corresponden a una posible ruta de trabajo delineada por las preguntas de investigación y el planteamiento del problema presentados anteriormente, con esto en mente se presentan el objetivo general y los objetivos específicos.

1.5.1 Objetivo general

Configurar los aspectos de una perspectiva curricular de las prácticas de los profesores que contribuyen a la movilización la competencia matemática modelizar sociocrítica.

1.5.2 Objetivos específicos

- Analizar las contribuciones de los procesos de reflexión y participación a la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica.
- Identificar los significados de la competencia matemática modelizar movilizados en los diseños de los profesores.
- Caracterizar los componentes de la evaluación implicados en la movilización la competencia matemática modelizar sociocrítica.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Prácticas de los Profesores

Investigaciones en el campo de la educación identifican diferentes tipos de prácticas de profesores, entre ellas, se encuentran adjetivaciones como: educativa (García-Cabrero, Carranza y Loredo, 2008), docente (Doyle, 1986), evaluativa (Gallardo, Valdés y Álvarez, 2015), pedagógica (Edwards, 1995), entre otras. Estas prácticas tienen diferentes alcances en términos del escenario de interacción, por ejemplo: con estudiantes en el aula, con supervisores en la institución educativa o con pares en redes de conocimiento. Estos escenarios, también son usados con distintos propósitos, entre los cuales: promover aprendizajes, planificar la enseñanza, evaluar los aprendizajes de los estudiantes, evaluar el currículo, reflexionar o autoformarse. A continuación, se presenta un recorrido por algunas perspectivas sobre estas prácticas que permitirán especificar el campo de acción de esta investigación.

García-Cabrero, Loredo y Carranza (2008) reconocen que la práctica educativa y práctica docente son interdependientes, pero establecen diferencias y límites entre ambas. Para estos autores, la *práctica educativa* una “actividad dinámica, reflexiva, que debe incluir la intervención pedagógica ocurrida antes y después de los procesos interactivos en el aula” (p. 4). Esta práctica, tiene lugar en un contexto de la organización institucional y abarca los momentos de pensamiento, interacción, reflexión sobre los resultados. En estos momentos están presentes relaciones de

supervisión por parte de la administración, planeación y organización del establecimiento educativo y el conocimiento de las particularidades del estudiante, el contexto y el contenido de la enseñanza.

La *práctica docente*, a diferencia de la Educativa, se plantea principalmente en el aula y en la interacción entre profesores y estudiantes en torno a ciertos propósitos de formación. Es decir, se restringe exclusivamente al quehacer del profesor en el aula; su complejidad radica en las múltiples dimensiones que debe manejar para hacer frente a los giros inesperados que surgen de las interacciones entre alumnos y el profesor (Doyle, 1986). Bajo esta visión, García-Cabrero, enfatizan que los dos tipos de prácticas están interconectadas y se nutren por la acción reflexiva en todos los momentos (antes, durante y después). Además, consideran que esta debe ser evaluada para generar nuevos procesos de formación docente.

Un tipo de prácticas asociadas a las educativas y docentes son las prácticas pedagógicas. Estas son entendidas principalmente, como las interacciones al interior del aula o fuera de ella, pero centradas en el aprendizaje de los estudiantes de educación superior sobre el futuro ejercicio profesional del profesor (Edwards, 1995). De ello se desprende que la práctica pedagógica sea un aspecto asociado a la estructura curricular en la formación docente en el nivel inicial. También implica, más allá de un espacio para aplicar modelos pedagógicos, un espacio de reflexión sobre cómo aprenden los estudiantes y los problemas de enseñanza aprendizaje. Según Edwards (1995), esta práctica se compone de dos etapas, una de planeación y otra de aplicación de lo aprendido en el proceso de formación inicial y se centra en “que los alumnos se formen comprendiendo la realidad y formulando alternativas de acción con sentido” (p. 9).

Otro tipo de práctica investigado en el campo de la Educación son las prácticas evaluativas, Gallardo, Valdés y Álvarez (2015) clasifican las prácticas evaluativas de docentes en torno a cuatro estándares: ética, utilidad, factibilidad y precisión. Estos autores, plantean las prácticas de evaluación en términos del bienestar, la necesidad del evaluado, la confiabilidad de la aplicación, los resultados y los elementos técnicos usados para la evaluación de los implicados. Los autores precisan, que el análisis de las prácticas de evaluación debe converger en espacios de conversación y trabajo entre los profesores para comprender la evaluación y diseñar instrumentos de evaluación confiables en las instituciones, pero también para tener en cuenta en la formación de profesores. En este tipo de prácticas, se presenta una estrecha relación con la construcción del currículo, especialmente porque “los estándares de evaluación establecen como prioridad de mantener coherencia con los Estándares Curriculares para que la valoración sirva como retroalimentación permanente...” García, et al., (2003).

Al respecto, de la construcción curricular, Sacristán (1995) considera el currículo como un cruce de prácticas del sistema social, consideradas por el autor como subsistemas del sistema curricular. Entre estos subsistemas están: participación y control, político y administrativo, especialista e investigación, producción de medios, innovación, ordenación del sistema educativo, producción de medios. Estos subsistemas influyen en las prácticas de los profesores por lo cual afirma que “toda práctica pedagógica gravita en torno al currículo” (p. 30). Asumiendo esta postura, es importante reflexionar sobre cuáles son las interpretaciones de los profesores sobre las reformas curriculares y las prácticas alrededor del currículo, ya que “Las relaciones que se establecen entre cada uno de los documentos o componentes del currículum, [...] se verifican desde la práctica educativa y a través del rol del profesor y de cada uno de los implicados en el proceso”

(Hernández y García, 2017, p. 3). Por tanto, una reflexión y posición sobre el currículo condiciona la noción de las prácticas de los profesores cuando diseñan, organizan e implementan el trabajo matemático en el aula.

Aunque no existe una expresión particular sobre la práctica curricular, la noción de práctica de Álvarez-Álvarez (2015) como el trabajo cotidiano del profesor, constituido de comportamientos, acciones, actitudes y valores develados en la escuela, configura una forma particular de saber que está asociada a la vida del profesor que “se produce en el ejercicio de las funciones profesionales y se utiliza a lo largo del desarrollo profesional docente en forma de experiencia” (Álvarez-Álvarez, 2015, p. 175); vinculada a una noción de currículo, prácticas educativas, docentes y evaluativas del profesor contribuirán a su configuración.

En el apartado 2.2, de acuerdo a la visión de currículo como un cruce de prácticas (Sacristán, 1995), a la noción de currículo democratizante (Betancourt, 2010) y la visión del profesor como práctico (Grundy, 1994) asociadas al empoderamiento del profesor para tomar decisiones dentro y fuera del aula en relación con los aprendizajes, se plantea una acepción de práctica curricular como una configuración de comportamientos, acciones, actitudes y valores, que tiene lugar en un contexto particular y se presentan con cierta regularidad en el ejercicio profesional docente. Esta práctica está vinculada con la reflexión sobre las orientaciones curriculares presentadas por diferentes niveles de jerarquía la cual, le permite tomar una postura determinada para diseñar la enseñanza y la evaluación y someter a un juicio crítico las oportunidades o restricciones de aprendizajes que promueven un tipo determinado de decisiones curriculares.

2.2 El currículo y una perspectiva curricular de las prácticas de los profesores

En los estudios científicos en Educación, el currículo se ha consolidado como una disciplina y campo de investigación en la que conviven múltiples significados y denominaciones como: campo de investigación, curriculum, curricula, currículum, planes de estudio, entre otras. Para Pinar (2012; 2003) Currículum es una teoría que tiene como fin explicar los problemas o fenómenos curriculares tales como: el tipo de conocimiento que se quiere impartir, el énfasis de la formación, los caminos para llevar a cabo esa formación, las formas de valorar los resultados de la formación y también una construcción social y cultural.

Garduño (1995) apunta que la teoría curricular tuvo sus orígenes en Estados Unidos y presenta su evolución en tres periodos: 1. Inauguración del campo; 2. Re conceptualización; 3. Internacionalización. En el primer periodo, se presenta la inauguración y estabilización paradigmática del campo (1918- 1969) y termina con, la estandarización del currículum, la ausencia y exclusión de profesores de las decisiones curriculares, el surgimiento de especialistas del currículum y la burocratización del currículum, lo que se conoce como la crisis. Esta crisis, se sustentó en la administración política de la escuela orientada por el propósito de poder nacional para posicionarse como potencia militar y económica.

El periodo de reconceptualización (1969-1980) se reconoce por la proliferación de teorías que ampliaron los alcances del campo. Inicialmente se incorporó la historicidad como consolidación de la identidad americana asumiendo el currículum como “un concepto altamente

simbólico” (p, 5). En este periodo, se presenta el currículum como una teoría organizada paradigmáticamente, por ejemplo: la teoría política que devela el currículum oculto como una reproducción de la estratificación social. Esta postura devino en el ejercicio de la resistencia, dotando al profesor y al estudiante de la responsabilidad de cambio. Posteriormente se centró en la multiculturalidad, específicamente en la defensa de culturas en riesgo por racismo o género. En este periodo también emerge la teoría fenomenológica del currículum, que basada en la hermenéutica pretende enfatizar en la negociación de significado y la relación entre individuos y verdad. Las investigaciones realizadas bajo esta teoría implementan estudios biográficos.

En este mismo periodo, también, se genera la teoría postmoderna y posestructuralista del currículum, las cuales introducen el pragmatismo crítico (Cherryholmes, 1988) como herramienta para el reconocimiento de una crisis que requiere ser valorada y resignificada en los componentes del discurso y la práctica curricular. De acuerdo con esta postura, el currículum está caracterizado por: riqueza, recursividad, relaciones y rigurosidad (Doll, 1993). Por otra parte, en este periodo emerge la teoría autobiográfica del currículum, el currículum estético y la teoría teleológica del currículum que presentan la inclusión de dimensiones humanas rezagadas en los currículos tradicionales. En relación a la teoría teleológica, el currículum enfatiza en la ética y la acción. Así mismo, lo estético emerge como un discurso de esperanza que promueva la integración personal, la integridad educativa y la justicia social. En este periodo, Pinar (2012) considera que se configura la práctica e institucionalización del currículum de forma global y local. En su forma global, la comprensión práctica del currículum se orienta hacia el estudio de la política y la reforma; la planeación, diseño y organización, la implementación, la tecnología, la supervisión y la evaluación del currículum. En el sentido local, esta práctica implica estudiar: la pedagogía; los libros de texto; los estudiantes y el extra-curriculum.

Por último, el periodo de internacionalización que inicia en el año 2000 de la era actual, centra su atención en el estudio de las particularidades de los currículum propuestos en lugares diferentes a Estados Unidos. En este periodo hay una especial tendencia a la democratización del currículum.

Entre las visiones sobre currículum algunas centran la atención en las posturas posestructuralistas, como el pragmatismo crítico (Cherryholmes, 1988); postura que se convierte en un pilar de esta investigación, en particular, este posicionamiento se sustenta en dos razones: primero porque asume el carácter democratizante del currículum que se consolida en un proceso de construcción dinámica de *oportunidades de aprendizaje* y la necesidad de valorar, significar y resignificar los componentes del discurso y la práctica curricular (Cherryholmes, 1987). En segundo lugar, porque se puede dotar al currículum de una perspectiva crítica con elementos de acción que le permitan concretar la transformación de las prácticas hegemónicas de diseño y la realidad de las comunidades (Suárez, 2008). En estos términos, se presenta una convergencia entre un currículum posmodernista, crítico y democratizante con la posibilidad movilización de competencias matemáticas; esta convergencia ubica el centro del currículum en las *prácticas* sociales, procesos, posibilidades de empoderamiento crítico y la participación política más que en el dominio de contenidos.

Una aproximación a este significado puede inferirse del enfoque por competencias en el marco de la Educación Matemática, que se abordará en el apartado 2.4.2. Este enfoque pretende dotar al aprendizaje de sentido, que fundamenta el papel del profesor en la consolidación del significado de esta competencia para emanciparse de prácticas curriculares que han asignado a las

matemáticas la propiedad de poseer la verdad, sustentados en el rigor y el dominio de conceptos y procedimientos (Valero, 2006; 2012; Valero et al., 2015; García, et al., 2013; 2015; Carrillo, Contreras y Zakaryan 2013; Solar, 2009).

De acuerdo con esta convergencia, el currículo es un campo complejo de construcción social que está influenciado por cruces de prácticas en contextos históricos, políticos, económicos y culturales (Sacristán, 1995); las cuales, generan un *conflicto* entre teoría y práctica que emerge de los intereses planteados en las políticas nacionales y las decisiones de instancias de poder que difieren de las perspectivas, formación y práctica de los profesores. Este conflicto se genera particularmente porque estas decisiones de orden nacional sobre intereses, fines formativos y aspectos epistemológicos que guían la construcción y práctica del currículo favorecen algunas esferas y condiciones sociales que generan prácticas curriculares de seguimiento para el alcance de metas prefijadas pero que desconocen las realidades particulares (Betancourt, 2010; Fernández, 2016).

Betancourt (2010) reconoce que el cruce de prácticas que da forma a un currículo, emite la idea de un currículo orientado a responder a ciertos compromisos político-económicos que influyen en las políticas estatales. Esta forma de ver el currículo está asociada por lo tanto a un nivel administrativo de orden nacional que acoge modelos curriculares congruentes con intereses y experiencias extranjeras (Aristizabal, 2008), desconociendo los problemas reales de los sujetos, esto trae como consecuencia: la incapacidad del currículo por responder a las necesidades, sentimiento, deseos y sueños del sujeto; la formación de hombres previsibles y manejables; y currículos antidemocráticos, excluyentes y discriminadores. Ante este panorama (Betancourt, 2010) propone una visión de currículo democratizante, entendido como:

- Proceso de construcción y búsqueda colectiva de la verdad,
- Proceso de negociación y transfiguración de los sujetos,
- Una vía para la transformación y desarrollo del ser humano,
- Una posibilidad para la educación que contribuya al ejercicio de la democracia.

Grundy (1994), por su parte, considera al currículo como una construcción social que tiene el foco en las experiencias, interacciones, comprensión de los contextos y acciones para organizar las prácticas educativas humanas, por esto, para la autora, el currículo no puede restringirse a la estructuración de planes y aclara “Ningún curriculum existe a priori” (p. 22). En este enfoque, el currículo es una construcción social ya que “...pensar en el curriculum es pensar en cómo actúa e interactúa un grupo de personas en ciertas situaciones” (Grundy, 1984, p. 21). Bajo esta consideración, el currículo puede verse como una construcción social de los sujetos con el fin de proporcionar oportunidades de aprendizaje; para ello, requieren “conocer el contexto social...así como las interacciones, creencias y valores que lo orientan” (p. 22). En esta visión, los sujetos desarrollan prácticas de consenso para la construcción e implementación del currículo que involucran procesos intencionados de acción, interacción y reflexión en torno a la toma de decisiones sobre propósitos de la organización, implementación, evaluación y posibilidades de transformación de las oportunidades de aprendizaje y de las mismas condiciones de vida de los sujetos.

De acuerdo a este recorrido teórico, en esta investigación, el *currículo* es un proyecto sociocultural, político, dinámico y flexible orientado a promover la emancipación de los sujetos políticos para que construyan y desarrollen mejores condiciones de vida fundamentadas en el

ejercicio de valores democráticos. El cual se consolida en las prácticas de los profesores y en los espacios de interacción con estudiantes y comunidad.

Promover un currículo de este carácter integrador, dinámico, flexible, crítico y democrático es imprescindible la participación de los sujetos educadores y de los sujetos que aprenden en un proceso de: lectura de la realidad e identificación de prácticas de vulneración de derechos, opresión y sometimiento a ideologías; investigación; construcción de estrategias y acciones de transformación y participación política. Lograr esto, requiere visualizar a los niños y adolescentes como sujetos con derechos y en particular con el derecho a tener voz y voto en las decisiones escolares (Bujanda, 2005).

La posición de Grundy (1994) frente al currículo como construcción social es central a la hora de plantear una propuesta de práctica curricular, ya que la considera una práctica social que hace parte de la práctica educativa. Esto es evidente, en primer lugar, cuando afirma “hemos de buscar el curriculum, no en la estantería del profesor si no en las acciones de las personas inmersas en la educación” (p. 21) y cuando introduce la metáfora del partido de futbol, para resaltar la interacción y las formas particulares de actuar en cada cultura. Estos aspectos la llevan a decir que: “para entender el significado de las prácticas curriculares que desarrollan las personas pertenecientes a una sociedad, tenemos que considerar el contexto social de la escuela” (p. 22). En síntesis, esta investigación concuerda con la posición de la autora cuando considera “la práctica educativa, y el curriculum es un conjunto de ellas, no existen aparte de ciertas creencias sobre las personas y sobre la forma en que interactúan y deben hacerlo en el mundo” (p. 22). Es decir, aquí se considera la práctica curricular como un conjunto de la práctica educativa que es transversal a los momentos antes, durante y después de la actividad de aula, la cual está constituida por la

posición sobre las personas y el mundo que subyace a las actuaciones de los sujetos en la construcción social de oportunidades para acceder a mejores condiciones de vida.

Con el fin de comprender los propósitos que orientan el desarrollo de prácticas de los profesores en relación al currículo, Grundy (1984) considera la teoría de los *Intereses Constitutivos del Conocimiento* (Habermas, 1974), para caracterizar las prácticas curriculares en torno a categorías como: la libertad y disposición para actuar; tipo de acción del profesor en el diseño curricular; la orientación del currículo; el contenido del currículo y significado de la evaluación. Bajo esta base teórica, se logra validar tres tipos de prácticas curriculares a saber: 1) la práctica curricular reproductora de planes y programas, 2) la práctica curricular comprensiva, 3) práctica curricular emancipadora.

En *la práctica curricular reproductora*, el profesor fundamenta la acción en la reproducción de orientaciones curriculares o teóricas como garantía para lograr un producto con los estándares de calidad más altos. En este sentido, el profesor actúa como un artesano y el aprendizaje como producto que depende de su destreza del artesano para implementar rutas prefijadas para ser de la mejor calidad. Por otra parte, *la práctica curricular comprensiva*, considera que el fin de la práctica del profesor es comprender junto con los demás sujetos la realidad mediante proceso de lectura del mundo, deliberación, diálogo, concertación y negociación que permiten la construcción social de significados y en particular en la construcción de condiciones que buscan el bien de los implicados. El tercer tipo, *la práctica curricular la emancipadora*, es la acción reflexiva, responsable, autónoma e informada teóricamente sobre los aspectos deformados y deformadores de su práctica personal. Para lo cual el profesor debe generar una conciencia crítica apoyado de procesos de reflexión que le permitan problematizar las ideologías impuestas por estructuras sociales, por

ejemplo, cuestionar las bases teóricas o los intereses de las orientaciones curriculares; a partir de esta problematización el sujeto debe informarse teóricamente para emprender diferentes formas de lucha que contribuyan a la transformación de la práctica identificada. El aporte de este trabajo a la presente investigación radica en considerar que, a cada tipo de currículo subyace un tipo de prácticas de profesores que le dan vida al currículo.

2.3 Propuesta de componentes de la práctica curricular de los profesores

Para delimitar el campo de acción de esta investigación en términos de prácticas con perspectiva curricular, se considera la clasificación propuesta por Sacristán (1995) sobre niveles del currículo: currículo prescrito, currículo presentado a los profesores, currículum moldeado por los profesores, enseñanza interactiva del currículo, currículo realizado y currículo evaluado. De esta clasificación, el currículo moldeado comprende el proceso de planificación y diseño que realiza el docente en torno a la formación de sujetos. Este nivel es el centro de la presente investigación, porque el propósito de la investigación es configurar las prácticas curriculares para movilizar la competencia matemática modelizar crítica y en este nivel del currículo confluyen prácticas que negocian significados asociados al aprendizaje, la enseñanza, la evaluación y a la movilización de competencias.

En este nivel, particularmente, los profesores asumen una autonomía parcial sobre la práctica en relación a los contenidos, estrategias pedagógicas y pautas de evaluación. Esta autonomía, se plantea como parcial porque se logra con un proceso de debate para equilibrar fuerzas que influyen en el currículo (política, económica, administrativa, construcción de materiales, de control, etc).

La dinámica entre estas fuerzas configura las prácticas de los docentes y, recíprocamente, las prácticas de los docentes contribuyen a reconfigurar el currículo (Sacristán, 1995; Cherryholmes, 1987). El debate es necesario ya que el currículo se considera una construcción social en constante dinámica (Grundy, 1994; Díaz-Barriga, 2013), en el cual es fundamental la reflexión, negociación y toma de decisiones de los profesores en relación a los propósitos educativos plasmados en él. Es decir, es necesario y deseable, valorar entre otras cosas si las afirmaciones teóricas de las propuestas curriculares pueden estar significando verdades inamovibles por el hecho de provenir de estamentos con poder para emitirlos, en tal caso generar nuevos planteamientos que permitirán su implementación acorde con la realidad específica.

Por este proceso de construcción social del currículo en el que participan los profesores, el nivel de moldeado del currículo es un nivel en el que se puede formar y ejercer la crítica sobre la teoría de base y las limitaciones sociales para arriesgarse en acciones de transformación. Al respecto, Sacristán (1995) advierte que “los modelos de actuación profesional deberán moverse dentro de unas coordenadas críticas” (p. 201).

En este sentido Giraldo, Cadavid y Flórez (2019) consideran que se debe generar un cambio en cómo los profesores consideran el currículo, es decir pasar de considerar el currículo únicamente como un conjunto de planes a considerarlo como textos y prácticas que se generan en la interacción dinámica y en la negociación entre diferentes participantes en un sistema de relaciones tendiente a la transformación de las condiciones de vida más que a la progresión de contenidos. Para estas investigadoras, el currículo es considerado como verbo, es decir como acciones situadas, negociadas y no linealizadas, que configuran un conjunto de prácticas curriculares propias.

Esta noción de currículo como conjunto de acciones, complementa la visión del currículo como práctica cultural y social, en el sentido que permite identificar acciones del profesor que configuran una práctica con orientación curricular a partir de la interconexión entre: planear, poner en marcha, acompañar, generar oportunidades de aprendizaje, contribuir a la movilización de competencias matemáticas y evaluar.

Las prácticas de los profesores sobre el currículo surgen, entonces, de la implicación de varios agentes (profesores, estudiantes, directivos, padres de familia, políticas, etc.) en la proyección de ciertos significados de formación y la organización dinámica de las oportunidades de movilización de aprendizajes. Sin embargo, esta investigación se centra en las interacciones entre profesores, porque constituye el ambiente con las condiciones para reflexionar sobre múltiples aspectos de sus prácticas, uno de ellos es la revisión de los planteamientos curriculares presentados por expertos externos y su posterior aplicación, el diseño de oportunidades de aprendizaje y la gestión de la movilización de competencias, así como la valoración y acompañamiento al estudiante en dicha movilización.

En el marco de estas interacciones, también los profesores fortalecen sus bases teóricas y su disposición para reflexionar y actuar, lo cual hace que las prácticas sobre el currículo sean dinámicas y se potencien en la interacción y participación en colectivos. Como se presentó en la visión cultural de Grundy (1984) y en la visión de cruce de prácticas de Sacristán (1995), la negociación enmarca la posibilidad de diálogo continuo y la posibilidad de construcción de significados compartidos y como consecuencia la construcción de acuerdos que generen continuidad en la consecución de los fines formativos. De acuerdo con lo anterior, el profesor actúa

fuera y dentro del aula, motivado por fines comunes emanados de los diálogos amplios en correspondencia con las necesidades de formación.

Así mismo, el análisis de las actuaciones del profesor en relación con los componentes del currículo, configuran las prácticas de los profesores porque constituye la concreción del currículo en el ambiente formativo del aula (Sacristán, 1995). En estas prácticas, el profesor es un agente activo ya que:

“... es quien, en última instancia, decide los aspectos a cubrir en clase, especificando cuánto tiempo dedicará a una determinada materia, qué tópicos va a enseñar, a quién se los enseña, cuándo y cuánto tiempo les concederá y con qué calidad se aprenderán”

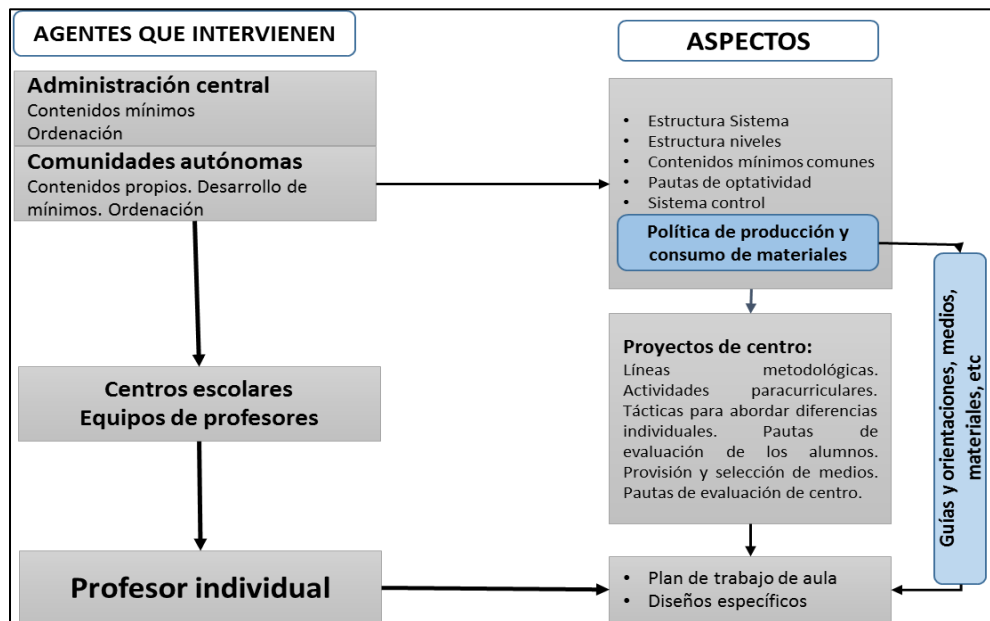
(Schwille, citado en Sacristán, 1995, p. 208)

Desde esta perspectiva, la labor del docente no consiste en un ejercicio de traducción del currículo prescrito en el aula, sino que se orienta y reclama el derecho de configurar otros significados del currículo y las condiciones de concreción en el aula, por ejemplo: selección de contenidos, experiencias u oportunidades de aprendizaje, metodologías y formas de evaluar pertinentes a la realidad y necesidades de sus estudiantes.

Por otra parte, Frente al rol del profesor, Sacristán cuestiona sobre a “¿Quién si no el profesor, puede moldear el currículo en función de las necesidades de unos alumnos determinados, resaltando los significados del mismo para ellos, de acuerdo con sus necesidades personales y sociales dentro de un contexto cultural?” (Sacristán 1995, p. 200)

Sacristán (1995) presenta tres niveles de acción en el diseño del currículo de acuerdo a los agentes que intervienen. En un nivel se encuentra la administración central y sus representaciones en entes territoriales. En otro nivel, los centros o instituciones educativas y en un tercer nivel, la acción individual del profesor. En el nivel de la administración central se generan las políticas de organización del sistema educativo, selección de contenidos básicos y comunes, operatividad y control. En el nivel de los centros escolares se da cierta autonomía a los docentes para que negocien significados de las políticas curriculares y generen líneas metodológicas, actividades extracurriculares, estrategias de atención a particularidades sobre las prácticas en relación a los aprendizajes, evaluación y especificaciones del diseño curricular para cada nivel educativo. Pero también, de la organización del centro en relación a las políticas nacionales. Mientras que en el nivel del profesor se concentra en el diseño del trabajo de aula y de la reflexión sobre el diseño de tareas que atiendan a las especificaciones concertadas a nivel de centro.

Figura 2.1. Niveles del currículo según los participantes.

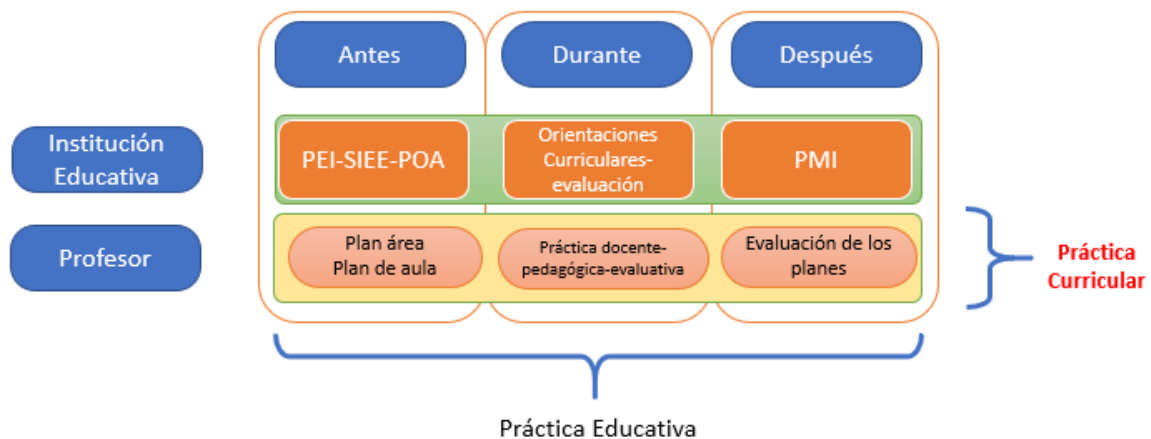


Fuente. Tomado de Sacristán (1995, p. 356)

Otro aspecto central de esta investigación es la relación entre actividad individual y actividad colectiva de los profesores ya que se reconoce que la emancipación de prácticas curriculares tradicionales es una cuestión particular pero que se forma en las interacciones en los colectivos de profesores encauzados en la construcción de acuerdos y de nuevas acciones.

De acuerdo con la postura de práctica educativa, práctica docente, práctica evaluativa y la propuesta de práctica curricular planteada anteriormente, unidas a los niveles y agentes del diseño del currículo, permiten ubicar la práctica curricular en el nivel del profesor en relación al quehacer cotidiano de orientador del proceso de enseñanza y aprendizaje. La figura 2.2 muestra que la práctica curricular es un componente de la práctica educativa, transversal a los momentos antes, durante y después del acompañamiento de aula. Por lo cual, la práctica curricular está instalada, como propone Grundy (1994), en la acción cotidiana del profesor.

Figura 2.2. Ubicación de la práctica curricular.



Fuente. Construcción propia

La representación de los niveles del currículo propuestos por Sacristán (1995), en la figura 2.1 muestra también niveles de participación en la construcción del currículo, que se traducen en tipos de planes con diferente amplitud y alcance. En el nivel de construcción de orientaciones curriculares prescritas por la administración central, la participación de los profesores es similar a la democracia representativa, es decir, se seleccionan representantes por sectores para generar orientaciones globales. Sin embargo, este tipo de democracia está condicionada por relaciones de poder, políticas y económicas internacionales, más que por el análisis de la realidad de los sujetos representados (Aristizabal, 2008). En consecuencia, las orientaciones en esta instancia tienen carácter de ley que debe cumplirse, esto hace que la participación de los profesores en niveles institucional y de aula se limite a intentar reproducir tales orientaciones, aunque las condiciones de formación de los profesores condicionan tal reproducción (Gómez y Velazco, 2017).

Bajo la postura tomada en la investigación sobre práctica curricular, cabe destacar que también actúa como una expresión de resistencia a esta lógica de reproducción de planes prescritos y a la visión de currículo como construcción de planes; si bien es evidente la necesidad de planes, lo que se cuestiona es la participación de los sujetos, la flexibilidad y el tipo de plan que se promueven y usan. En este marco, se propone que los planes deben ser participativos en todos sus aspectos y especialmente en el reconocimiento de las prácticas de riesgo, hegemonías e ideologías que deben ser objeto de transformación que hacen parte del proyecto que implica la práctica curricular. Los proyectos a los que se refiere esta investigación a una construcción progresiva y participativa de rutas o caminos de transformación ciudadana (Parrilla, Muñoz-Cadavid y Sierra, 2013).

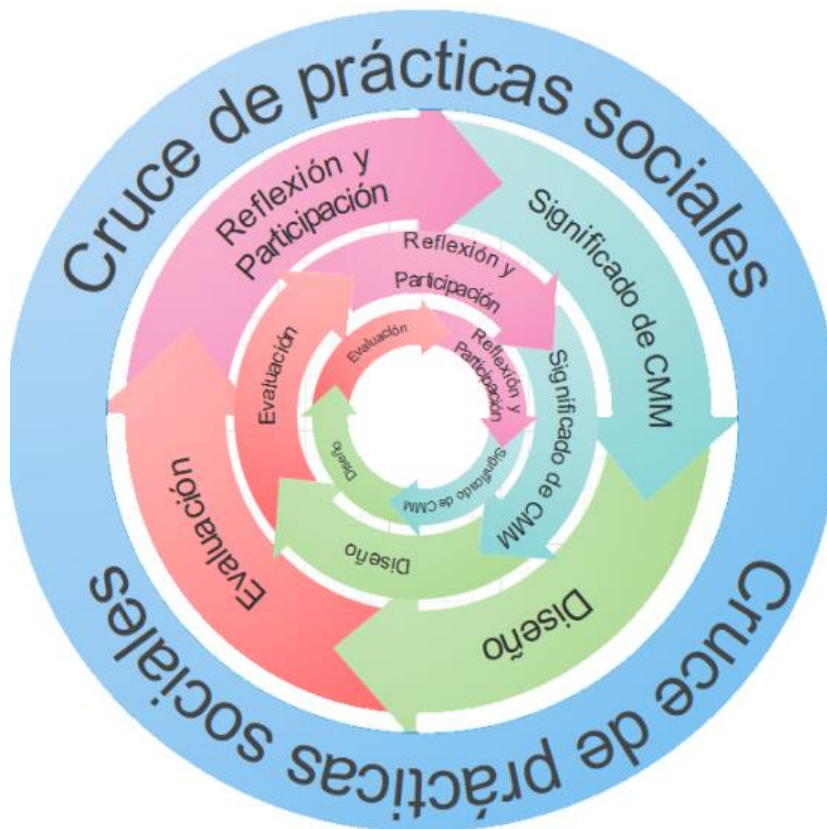
De acuerdo a las posiciones sobre práctica curricular en su perspectiva de construcción dinámica, reflexiva y progresiva de caminos de mejores formas de vida, ubicada en la actividad cotidiana del profesor, cobra importancia la relación entre lo individual y lo colectivo se instala en el nivel institucional porque el currículo, como construcción social, impactado por posturas críticas, necesita de la interacción, la negociación y la construcción de acuerdos que emergen de la reflexión y deliberación continua para responder a las necesidades particulares, pero también culturales (Sacristán, 1995; Grundy, 1994; Cherryholmes, 1988). Por lo cual, se propone una estructura de práctica del profesor con perspectiva curricular constituida por: procesos de reflexión, competencia matemática modelizar, diseño (planes y tareas) y evaluación, en relación con unos propósitos particulares. Para el caso de esta investigación, estos propósitos se fundamentan en la promoción y movilización de la competencia matemática modelizar.

En el siguiente diagrama (Figura, 2.2) se representa una estructura de cuatro componentes del currículo; a saber: el ejercicio de la crítica (la reflexión y la participación en la interacción de profesores), la construcción de significado sobre el contenido del currículo, el diseño y la evaluación. Si bien, el currículo contiene otros componentes, la decisión de incluir estos cuatro componentes se fundamenta en que, en el cotidiano escolar, estos hacen parte constitutiva de las prácticas de los profesores.

Esta es una estructura dinámica porque la interacción, reflexión y participación de los profesores generan movimientos en las prácticas de cada uno de estos componentes acorde con múltiples factores que hacen parte de la complejidad educativa y curricular (político, contextual, profesional, epistemológico, entre otros). De este modo, los componentes de esta estructura están

en una relación dinámica en el ejercicio de la crítica sobre su propia práctica curricular, el diseño de su práctica de aula, los significados acerca del contenido que se compartirá y la evaluación de las oportunidades de aprendizaje que se generaron en las decisiones tomadas (Ver figura 2.2).

Figura 2.3. *Perspectiva curricular de la práctica de los profesores.*



Fuente. Construcción propia con base en la postura de Sacristán (1995).

La Figura muestra la relación dinámica de los componentes de la noción de práctica curricular asumida en esta investigación, sin la pretensión de ser una propuesta acabada toda vez que es susceptible de ser complementada desde otros puntos de vista. En el siguiente apartado se describen cada uno de ellos y se caracteriza en términos del objeto de estudio de la investigación.

2.4 Configuración inicial de los componentes de la práctica curricular de los profesores

Esta investigación está posicionada, en el nivel del currículo moldeado, que centra su atención en la acción dinámica del profesor como participante de una comunidad en la cual, se reflexiona, discuten y acuerdan los criterios para construir y aplicar oportunidades de aprendizaje de acuerdo a las necesidades de los sujetos que aprenden, como se mostró en el apartado anterior esta acción se estructura a partir de cuatro componentes: ejercicio de la crítica, contenido del currículo, diseño y evaluación.

En la figura 2.3, se muestra que el diseño curricular en nivel del profesor está influenciado por decisiones políticas de orden nacional e institucional, pero que, a la vez, la práctica de los profesores influye en otros niveles de construcción, en particular porque no se puede suponer que la prescripción del currículo implique su cumplimiento al “pie de la letra”. Estas mutuas influencias, se deben a varias razones, una es que el profesor puede estar influenciado por perspectivas curriculares de reformas anteriores; otra se relaciona con la exigencia de responder a necesidades del contexto particular y, una más, con reconocer la presencia de significados y expectativas particulares del profesor. En estas mutuas influencias están presentes tensiones que al ser reconocidas y atendidas dinamizan la práctica curricular.

Esta es la visión que se está proponiendo cuando asumimos de Cherryholmes (1987) el currículo como la negociación y construcción dinámica de oportunidades de aprendizaje en las que las competencias matemáticas como conjunto de procesos matemáticos interconectados con

prácticas de diferente tipo (situadas, de opresión o riesgo), promueven la lectura, comprensión y transformación de la realidad.

A la vez los componentes se relacionan entre sí gracias al ejercicio constante de la crítica, por ejemplo, sobre ¿qué tan coherentes son sus diseños con el contenido del currículo y los propósitos educativos definidos institucionalmente? ¿Cómo debería evaluarse ese contenido en relación a su naturaleza? y ¿cómo comprender y usar las características de los estudiantes para acompañarlos en el alcance de los propósitos de formación, por ejemplo: para movilizar competencias y rediseñar su práctica? Dando lugar así a un nuevo ciclo de prácticas. En los siguientes sub-apartados se describen estos componentes y las relaciones entre ellos.

2.4.1 El ejercicio de la crítica a través de la reflexión y la participación

Una de las posturas sobre el currículo se relaciona con una construcción social y cultural que está orientada a la transformación de los sujetos y sus comunidades (Grundy, 1994). De este modo, un componente fundamental de las prácticas de los profesores en la perspectiva curricular es el ejercicio de la crítica debido a la presencia de ideologías a las que están sometidos, las cuales distancian de los objetivos de socialización y transformación de los sujetos, entre ellas “la tecnificación del curriculum, impuesta por su misma complejidad, implica, en las condiciones actuales, una cierta desprofesionalización del docente” (Apple citado en Sacristán, 1995). Esta desprofesionalización consiste en la separación del trabajo del diseñador de su propia práctica, tal disyunción pretende el control del tiempo y las acciones del profesor para cumplir con objetivos de una alfabetización que son insuficientes en relación con la formación para la democrática. En la

tensión generada por los intentos de control del profesor, se forman colectivos en los que se interactúa, debate y reflexiona continuamente con el fin de construir significados y acciones de cambio sobre cada uno de los componentes de su práctica.

Si se piensa en que la crítica propone “la búsqueda de la voz propia” (Grundy, 1994, p. 149) para emanciparse de prácticas hegemónicas e ideologías, entendidas como aquellos discursos que quieren hacer parecer ciertas acciones sociales como si fueran naturales, es posible reconocer que las construcciones ideológicas pueden ser modificadas en el ejercicio de la justicia, la equidad y la responsabilidad social. En consecuencia, se podría pensar que, para el ejercicio de la crítica, es indispensable forjar una vía de comunicación abierta y un espacio de interacción mediante los cuales se busque la verdad, el respeto de la vida y la dignidad humana en vez de manipulaciones para ejercer poder. En este sentido, el debate, el ejercicio del diálogo y la concertación es un camino que se debe recorrer en busca de condiciones para liberarse de las prácticas de opresión o de riesgo.

Por tanto, en el ejercicio de la crítica el debate y el diálogo abierto son prácticas que proveen oportunidades para la emancipación, entendida esta no como un concepto abstracto desligado de la realidad, sino que, por el contrario, un concepto que se consolida en la participación, en la toma de decisiones motivadas por un proceso continuo de reflexión, formación, comunicación y acción sobre las prácticas de la sociedad, como individuo y como colectivo (Grundy, 1994). Sin embargo, este proceso de emancipación mediante el ejercicio de la crítica no es cotidiano ni inmediato y merece analizar las formas en que los profesores se acercan a este proceso en relación a la práctica curricular.

El ejercicio de la crítica, trata entonces de establecer condiciones y oportunidades para la emancipación de sus propias prácticas y de manipulaciones que la condicionan a partir de un proceso que comprende: la reflexión, formación/autoformación y la acción argumentada, autónoma y responsable (Grundy, 1994). En este sentido, se consideran la reflexión y la participación como dos componentes fundamentales e interdependientes del ejercicio de la crítica, estos se presentan a continuación ampliamente.

2.4.1.1 **La reflexión en el ejercicio de la crítica**

Díaz-Barriga (2013) deja ver que la práctica curricular es compleja debido a: las corrientes de pensamiento que se asumen para conceptualizar sobre él, el radio de acción en términos de los niveles de formación (básica, técnica, profesional, etc.), los agentes que intervienen y los intereses que priman; estos aspectos influyen en el significado que los docentes y los estudiantes les imprimen a sus actuaciones, es decir a su práctica curricular. Además de la complejidad descrita, para el autor, la práctica curricular también está asociada a factores de reflexión de los profesores, la base epistemológica con la que actúa, las experiencias con currículos anteriores y las intenciones del profesor.

La reflexión cobra importancia si se considera que el ejercicio de la crítica por parte del profesor se compone de un proceso de *reflexión, formación y acción* (Grundy, 1994; Perrenoud, 2004; Latorre, 2003). Este proceso es continuo, cíclico y creciente entendiendo que se va refinando en la aplicación de cada uno de sus momentos cuando la intención del profesor se instala en disposición al cambio de sus prácticas. Sin embargo, para estos autores la *reflexión es el foco*

principal para generar nuevas acciones, ya que esta “dimensión reflexiva está en el centro de todas las competencias profesionales, constituye parte de su funcionamiento y de su desarrollo” (Perrenoud, 2004, p. 19).

Al respecto de la reflexión, Grundy (1994) considera que es una herramienta para develar y emanciparse de aquellas prácticas de opresión, riesgo o dogmas. En este sentido, la autora considera que “la emancipación sólo es posible en el acto de autorreflexión” (p. 35), advirtiendo que, aunque la emancipación es “... una experiencia individual. [Pero] A causa de la naturaleza interactiva de la sociedad humana la libertad individual nunca puede separarse de la libertad de los demás” (Grundy, 1994, p. 35).

De acuerdo con esto, la búsqueda de la liberación individual podría comprometer la libertad de otros, por ejemplo: la transformación de prácticas de planeación tradicionales o enciclopédicas por vía de la imposición de una norma por parte de un directivo docente para fines de eficiencia en los resultados de pruebas estandarizadas. Por lo cual, los procesos de reflexión basados en el diálogo y la concertación entre los participantes de una comunidad son indispensables para la construcción y regulación de las acciones de transformación de las prácticas mencionadas. Es decir, la reflexión permite mediante el diálogo poner sobre la mesa discursos para generar significados de una realidad común y construir consensos para emprender acciones responsables, autónomas y justas; a la vez que recíprocamente, el diálogo hace aflorar nuevos procesos de lectura del mundo (Freire, 1973).

En relación con los procesos de reflexión de los profesores en formación inicial, Lora (2013) considera que:

Es a través de la reflexión que el profesor logra comprender mejor su actividad profesional; y esta reflexión sobre sus problemas de enseñanza, su práctica y su papel transformador en la sociedad, darán lugar a nuevas percepciones y formas de autoconciencia para enriquecer, sistematizar y reconstruir el conocimiento y la práctica de su profesión docente (p. 115).

De acuerdo con lo anterior, el autor propone un modelo de proceso para movilizar la reflexión en el nivel de formación inicial de profesores, el cual está compuesto por las siguientes fases: Fase de diagnóstico y reconocimiento, Fase de reflexión dialógica y Fase de reflexión autorregulada y crítica. En la siguiente tabla se presentan las fases planteadas con los componentes que lo constituyen.

Tabla 2.1. Prácticas de reflexión de los profesores

Fase	Componentes	Descripción	Posibles acciones de los profesores
Diagnóstico y reconocimiento	Disposiciones para ejercer la crítica de su propia práctica.	Reconocer las condiciones y necesidades para entablar diálogos, confrontaciones y consenso.	Cuestionar los aspectos específicos de su práctica. Reconoce prácticas de riesgo en el ejercicio de su labor docente.
	Dominio temporal y el contenido.	Planteamiento de una ruta de formación/ autoformación	Cuestiona las orientaciones curriculares de documentos de orden nacional e institucional. Plantea caminos sobre cómo podría mejorar algún aspecto de su práctica de acuerdo a un marco de referencia.
Reflexión dialógica	De la agencia externa a la interna.	Procesos de intercambio entre compañeros o colegas en la toma de conciencia.	Presenta sus percepciones ante los colegas.
	Mentoría	Promover oportunidades de participación, interacción y planteamiento de nuevos cuestionamientos.	Propone Argumentos para esclarecer las prácticas de riesgo del colectivo

Reflexión autorregulada y crítica	Construcción cooperativa / conjunta	Tener voz las decisiones que se toman en la dinámica de transformación	Se construyen significados sobre la CMM para abordar aspectos de la práctica curricular.
	Formación de los procesos de integración.	Autovaloración de los procesos involucrados en las prácticas del profesor	Cuestiona si los acuerdos y las acciones encaminadas dan respuesta a los cuestionamientos iniciales.
	Autorregulación de procesos.	Independencia en la toma de decisiones a partir de los consensos logrados.	Genera ajustes a sus prácticas dependiendo de los caminos que tomen las decisiones con los estudiantes.

Fuente: construcción propia con base en Lora (2013)

Aunque este modelo está pensado en términos del acompañamiento a los profesores para movilizar procesos de reflexión, aquí son usados para, plantear, además, hipótesis de las posibles acciones de los profesores en este proceso, lo que permitiría configurar los desplazamientos de los profesores en términos del ejercicio de la crítica.

En la fase de diagnóstico y reconocimiento, el proceso está orientado hacia el reconocimiento de los intereses de formación y en la problematización de las prácticas en el marco de un ambiente de acogida que genere la confianza necesaria para entablar diálogos y acuerdos. La fase de reflexión dialógica, tiene que ver con los procesos de toma de conciencia que se hacen posibles mediante el diálogo y la concertación. Sin embargo, dada la resistencia del profesor hacia el cambio es necesaria la acción motivadora de un mentor que dinamice el diálogo.

En otros puntos de vista, la reflexión dialógica tiene que ver con la configuración del consenso sobre las acciones de mejoramiento en torno a una práctica mediante el ejercicio del diálogo. Este tipo de reflexión incluye procesos de autoconocimiento, autonomía y co-regulación, escucha abierta, crítica y activa y comprensión crítica de la realidad (Ghiso, 2009). En

consecuencia, la reflexión dialógica supone “cuestionar, explorar e indagar otros marcos epistemológicos, otros referentes y formas de pensar, sentir y actuar” (Canabal, García, Margalef, 2017, p. 33).

Considerando lo anterior, la reflexión crítica se orienta a la identificación de incidentes críticos mediante los procesos de autovaloración de las prácticas de planeación, intervención en el aula y la evaluación de aprendizajes, así mismo se relaciona con la posibilidad de redescipción de las concepciones del profesor, lo que supone procesos de toma de conciencia, independencia y autorregulación (Lora, 2013). Los incidentes críticos, cobran importancia en el proceso de problematización de la práctica profesional, en el sentido que se convierten en una herramienta para superar el silencio crítico, es decir, permite reconocer la acción de ideologías en la propia práctica.

Para Canabal et al., (2017), los incidentes críticos constituyen una oportunidad para que los profesores reflexionen y analicen su rol en el contexto social y cultural en el cual se desarrolla su práctica. Teniendo en cuenta que la reflexión tradicionalmente se promueve a nivel individual e interno, estos autores proponen que “Más allá de tratarse de una actividad de introspección individual, la clave para la calidad de las reflexiones está en que se trata de una actividad interpersonal que parte de introspecciones individuales” (p. 39). En este marco, los incidentes críticos tienen lugar en un ambiente dialógico y colaborativo, en el cual los participantes mediante narrativas relacionadas con su experiencia develan hechos conflictivos sin una solución efectiva, en últimas identificar una crisis en un proceso de discernimiento; posteriormente en el marco del proceso dialógico se deben generar acuerdos de con oportunidades de cambio de aspectos de su práctica que consideran cruciales; posteriormente se implementan para continuar con el proceso

de reflexión hasta que en conjunto consideren una buena aproximación a una práctica que responda a las necesidades identificadas. Esta ruta muestra que no es un proceso inmediato ni dicotómico, por lo contrario, se desarrolla a largo aliento.

Otro aspecto importante de la reflexión crítica tiene que ver con la construcción de nuevas conceptualizaciones a partir de la “reconstrucción del conocimiento o experiencia vivida, que den soporte a nuevas propuestas y acciones; y la implementación de cambios de las acciones rutinarias” (Canabal et al., 2017, p. 32).

Como se ha presentado en el apartado, en el ejercicio de la crítica, la reflexión es una característica íntimamente conectada con la posibilidad de participar ya que la reflexión debe estar acompañada de acciones concretas de transformación para ser significativa en el proceso de emancipación de las prácticas educativas y particularmente de la práctica curricular. A continuación, se presentan las características de la participación y su articulación con esta investigación.

2.4.1.2 La participación en el ejercicio de la crítica

El ejercicio de la reflexión, conforme se ha planteado, es la base para generar acciones responsables y autónomas, estas acciones se proponen como la base para la participación. Sin embargo, la participación como derecho político de los ciudadanos, se debe generar en ambientes de equidad en los que se pueda hablar, replicar y establecer rutas de formación que permitan tomar este tipo de decisiones deseables. Una posibilidad para generar estos ambientes son los comités de

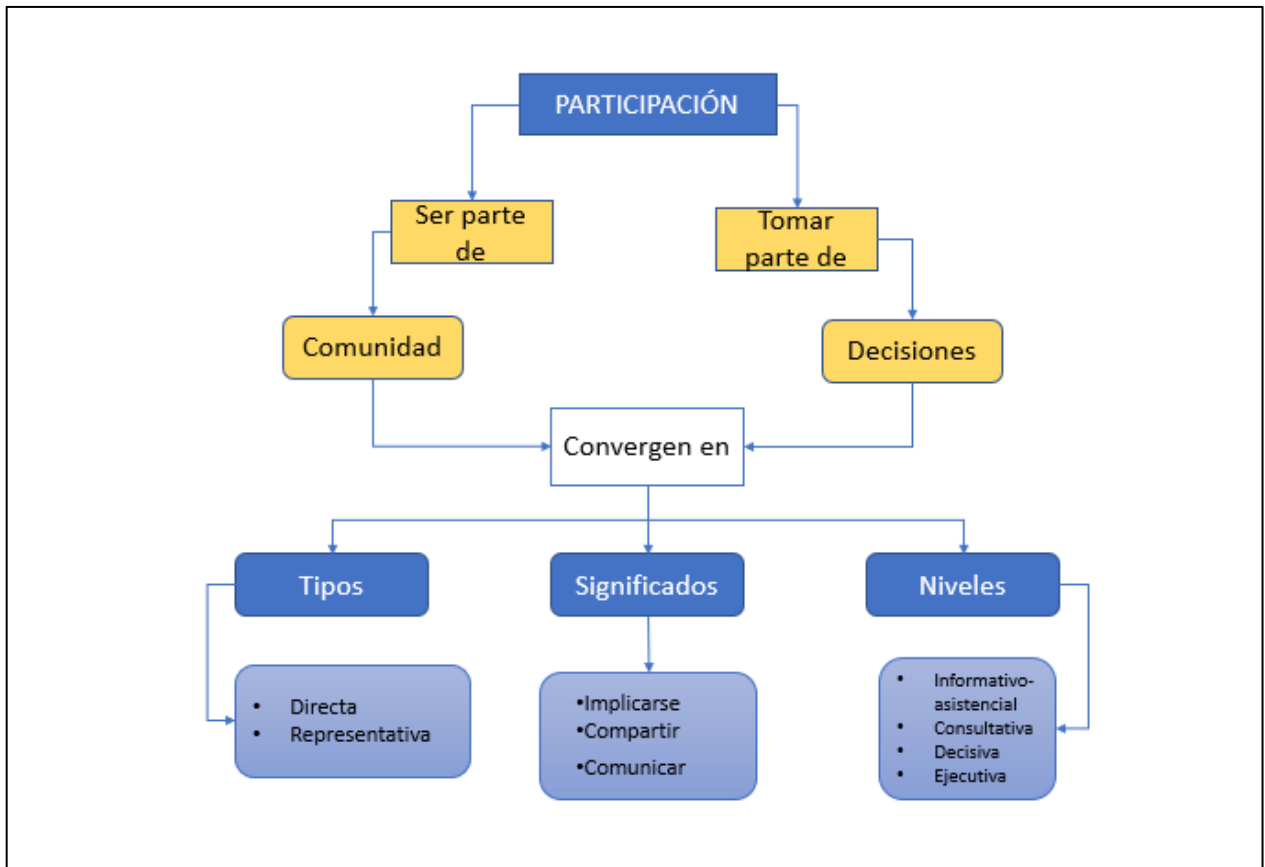
área, en los cuales es susceptible identificar problemáticas y generar propuestas y proyectos de transformación educativa en el marco de una comunidad de práctica. Posterior a la reflexión o autorreflexión, es necesario un proceso de formación colectiva o individual, que favorecerá la construcción de argumentos para sacar a la luz las prácticas de riesgo y para movilizar formas de cambio en las prácticas.

La autonomía y responsabilidad, de otra parte, son dos tipos de acciones mutuamente dependientes en relación al ejercicio de la emancipación ya que esta busca “la posibilidad de emprender acciones de manera autónoma” (Grundy, 1994, p. 158) sin que esto impida mantener un diálogo abierto que permita reconocer y construir nuevos significados colectivos. Sin embargo, las acciones emprendidas requieren estar sometidas a observaciones continuas y sistemáticas como una forma de cuidarse de “promover una emancipación individual a expensas de la libertad colectiva” (p. 159).

En suma, estos aspectos que favorecen la emancipación: reflexión, formación, autonomía y responsabilidad se consolidan en actos de comunicación libres, argumentados y responsables (Habermas, 1974; Grundy, 1994). Estos actos de comunicación hacen posible la participación activa de los sujetos, como individuos o como colectivo, en la negociación y construcción de significados que se concretan en acciones de transformación. Por lo cual, la participación se admite como un aspecto potencial para el ejercicio de la crítica y se asume para esta investigación como “*el tomar parte en y hacer parte de*” (Ventosa, 2018, p. 60). *Hacer parte de* una comunidad (de práctica o de aprendizaje) hace referencia a reconocer que se pertenece a una instancia social con intereses comunes lo cual lleva a *tomar parte en* las decisiones que se toman en ella. De esta forma, la participación es la oportunidad de pertenecer y ejercer compromisos por reconocer la

transformación mediante el actuar reflexivo (Ventosa, 2018; Perrenoud, 2005), para la presente investigación se considera la estructura presentada por Ventosa (2018).

Figura 2.4. Estructura de la participación en las prácticas del profesor.



Fuente. Construido a partir de lo propuesto en Ventosa (2018).

En Ventosa (2018) se evidencia una estructura de participación configurada por cuatro componentes fundamentales tales como: significados, tipo, nivel y contenido. En el componente de significados se reconocen tres centrales. Uno como *implicación* que se relaciona con el actuar, en términos de Grundy esto tiene que ver con “que los participantes puedan tener el control de esas situaciones... en vez de que el control último de sus acciones quede en otras manos” (Grundy, 1994, p.158). Este significado de la participación se asocia también con la noción de practicante

reflexivo. Al respecto, Perrenoud (2004) piensa que “La autonomía y la responsabilidad de un profesional no se entienden sin una gran capacidad de reflexionar en la acción y sobre la acción” (p. 11).

Otro significado de la participación está asociado con *compartir* en un ambiente social los significados particulares para construir acuerdos y significados socialmente compartidos. Este significado está directamente relacionado con el de *comunicación* que permite que se desarrollen procesos de reflexión, discusión y consenso. Estos procesos convergen en la formación de la autonomía para ejercer la acción responsable. En el marco de esta constricción social de significados, en la cual, se comparte y comunica, no sería posible sin la negociación de tales significados.

En el campo curricular, Cherryholmes (1987; 1988) considera que la negociación es una característica de las acciones humanas, la cual consiste en establecer consensos y acuerdos, en términos del currículo. Esto se refiere a los acuerdos construidos en las interacciones dialógicas del profesor con otros actores que influyen en la actividad del profesor (comité directivo, comité académico y comité de área en las instituciones; comité técnico en los municipios, las políticas curriculares nacionales, informes de evaluación, entre otras), que guían su construcción bajo la dinámica de las necesidades de aprendizaje, lo que genera un proceso de reconstrucción continua. Esta negociación es importante porque tradicionalmente los profesores se han visto excluidos de los procesos de construcción curricular, por ejemplo, históricamente agentes externos a la cotidianidad escolar (expertos, gobiernos, militares, clero, etc.) han sido los encargados de diseñar lo que se debería enseñar y, en ocasiones, sobre cómo enseñarse, en este sentido, se acude a la

capacidad que tienen los profesores de emanciparse y participar en estas decisiones en el ejercicio de la profesión (Sacristán, 1995; Betancourt, 2010).

En esta investigación, la negociación se comprende como un proceso comunicativo que busca generar acuerdos sobre asuntos comunes a una práctica. Esta comunicación encarna formas de participación de los profesores en la discusión, concertación, planeación y ejecución de los aspectos que se consideran relevantes para la actividad matemática de los estudiantes. Esta negociación se presenta asociada a factores de índole contextual, ya sea interno (institucional, administración, condiciones de los estudiantes) o factores externos como orientaciones curriculares, evaluaciones estandarizadas.

De acuerdo con lo expuesto, las prácticas curriculares involucran la negociación como herramienta de construcción colectiva sobre una visión particular de currículo y las condiciones para su puesta en acción, lo que incluye cuestionar: ¿Qué se debe asumir por currículo? ¿Qué problemas sociales se deben transformar en la práctica curricular? ¿Qué caracteriza los contenidos curriculares? ¿Qué interés persigue la construcción de conocimiento en las reformas curriculares? ¿Cuáles son los tipos de tareas coherentes con los intereses asumidos? ¿Qué tipos de oportunidades y estrategias de movilización son coherentes con los propósitos formativos? ¿Cómo debe implementarse la evaluación de los aprendizajes y la evaluación de las acciones implementadas para evaluar los aprendizajes como para valorar las oportunidades de movilización?

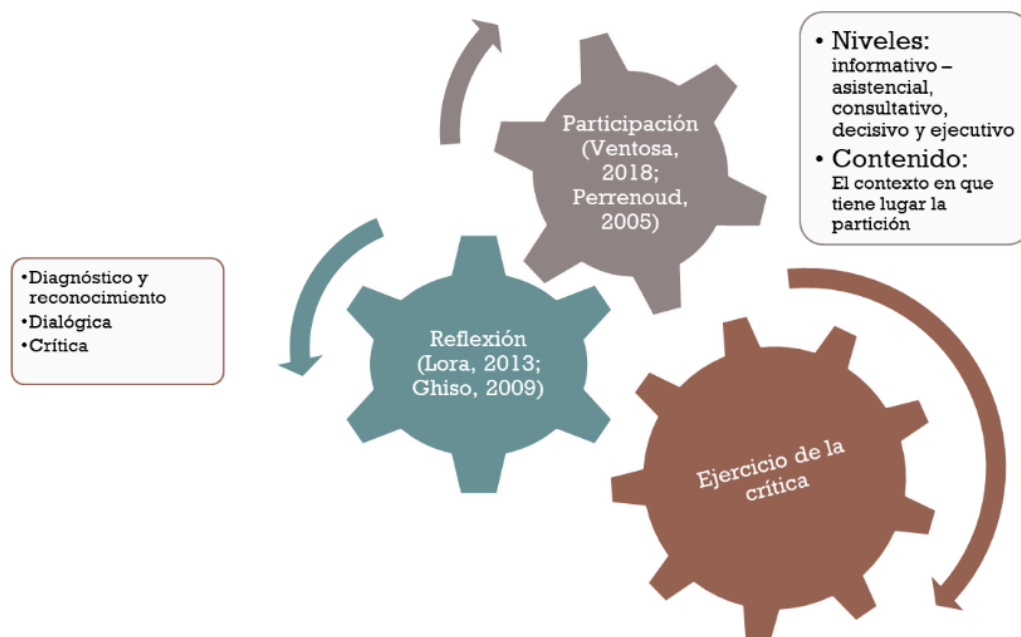
El componente *tipo de participación* hace referencia a la forma de ejercer la toma de decisiones y las acciones inherentes a ellas, de esta manera la participación se puede ejercer directamente o por medio de un representante.

En el componente de *niveles de participación* se resalta la característica de continuidad para mostrar el carácter progresivo de la misma, es decir esta participación no es dicotómica, por el contrario, se puede participar gradualmente con acciones, interacciones, reflexiones y debates cada vez con mayor nivel argumentación. Para Ventosa (2018), los niveles de la participación son: informativo – asistencial, consultativo, decisivo y ejecutivo.

En este sentido, se comparte con Perrenoud (2004) la noción del profesor como practicante reflexivo, como el profesional de la docencia capaz de realizar actos de cuestionamiento sobre sus prácticas, de los intereses que motivan el modo particular de acción, así como de su disposición para considerar la necesidad de incluir nuevas prácticas. Esta visión muestra que la reflexión y la participación son características simbióticas en el ejercicio de la crítica (ver figura 2.3).

Un último componente, se refiere al *contenido* de la participación, el cual da cuenta del ámbito de la sociedad en el que se presenta la participación, estos pueden ser: social, político, educativo, económico, cultural, médico, ambiental, entre otros. Para esta investigación la participación educativa es el centro de la práctica del profesor, ya que desde esta participación existen múltiples articulaciones con otros ámbitos. Además, este componente es vital para los procesos de diseño curricular, ya que en estos ámbitos conviven múltiples prácticas socioculturales que deben ser objeto de análisis conjunto entre estudiantes y profesores para generar oportunidades de aprendizaje y formación para la democracia.

Figura 2.5. *La reflexión y la crítica.*



Fuente. Construcción propia

La figura 2.5 muestra la relación simbiótica entre la reflexión y la participación que permite movilizar, echar a andar y poner en acción el ejercicio de la crítica. Esto resulta vital en la presente investigación que tiene su mirada en las actuaciones de los profesores para movilizar la Competencia matemática modelizar asociada a una perspectiva sociocrítica. Esta última se abordará a continuación

2.4.2 *La competencia matemática modelizar como contenido del currículo*

En este apartado se consolida una postura sobre la Competencia Matemática Modelizar Crítica – CMMC como un contenido curricular. Este atiende en principio, a reconocer que hablar

de competencias es una propuesta para pasar de una enseñanza y aprendizaje enciclopédicos a una centrada en la formación integral del ser humano (Díaz – Barriga, 2013; García et al., 2011; Niss y Højgaard, 2013; Niss y Højgaard, 2019).

Primero se hace un recorrido sobre posturas relacionadas con competencias y competencias matemáticas para continuar con posturas sobre la CMM. Para esto se construye una clasificación que atiende a reconocer significados de las competencias en el marco de enfoques de la Educación Matemática, es así como se presentan significados de las competencias en las perspectivas cognitiva, sociocultural y sociocrítico.

2.4.2.1 Las competencias como contenido del currículo de matemáticas

Para Díaz - Barriga (2011) el enfoque por competencias en su práctica necesita “dar paso al diseño de planes más modestos en la cantidad de contenidos que trabajan y al mismo tiempo con mayor fundamentación en investigaciones que clarifiquen procesos de desarrollo en la construcción de conocimiento y desarrollo de habilidades” (p. 22).

El autor hace referencia a que tradicionalmente los currículos han estado organizados a través de temas, procedimientos, ejemplos y una larga lista de contenidos; sin embargo, esta organización es cuestionada por no ser considerada suficiente para generar una actividad rica en el estudiante, esta opinión es compartida en Educación Matemática (Font y Godino, 2011). Al respecto, existen aproximaciones que sugieren incluir procesos matemáticos como otro tipo de contenido del currículo. En algunos de estos currículos, los procesos son considerados sinónimos de competencia

(Chile, España, Dinamarca) o componentes del ser matemáticamente competente como el caso de Colombia (MEN, 2006).

En el campo de Educación Matemática, Rico y Lupiáñez (2008) consideran que el currículo debe responder a varias preguntas, entre ellas ¿Qué tipo de conocimiento se quiere formar? La necesidad de responder esta pregunta está en la base de las prácticas del profesor, ya que se relaciona con la naturaleza del conocimiento que se propone para la formación y de acuerdo con la postura asumida, se seleccionan los contenidos curriculares, estrategias de enseñanza y aprendizaje, como también formas de evaluación de los aprendizajes. De esta manera, la competencia matemática se incluye en los currículos nacionales y en los campos de estudio con el objetivo de presentar herramientas para su gestión en el aula y la organización curricular.

Ante esta demanda curricular, la competencia matemática se ha posicionado como una línea de investigación en el campo de la Educación Matemática (Solar, Rojas, y Ortiz, 2011) que busca pasar de una enseñanza y aprendizaje de las matemáticas centrada en el dominio de conceptos y procedimientos hacia una enseñanza y aprendizaje de las matemáticas centrados en el estudiante y en el uso de las matemáticas en diferentes contextos (Niss, 2011; García et al., 2011; García et al., 2013). Sin embargo, no todas las posturas de competencias matemáticas implican lograr las transformaciones planteadas de los currículos.

Como se presentó en el apartado 2.4.3.1 es común escuchar que los currículos escolares están orientados al desarrollo de competencias, pero existen diferentes corrientes de pensamiento tras ellos, que permiten actuar de maneras particular sobre el aprendizaje y enseñanza, no siempre

coherentes con un enfoque centrado en el ejercicio de la crítica o en el estudiante como ser humano y centro del proceso educativo.

A partir de la experiencia de diversos grupos de investigadores en Educación Matemática han emergido aproximaciones conceptuales (Niss y Højgaard, 2011) proyectos curriculares y evaluativos (KOM, PISA) y modelos de competencia (Solar, 2009; D'Amore, Fandiño y Díaz Godino, 2008; García et al, 2013); en esto aspecto, se puede iniciar una clasificación sobre competencias matemáticas, que sirva de herramienta para esclarecer posiciones a la hora de organizar propuestas curriculares.

En las aproximaciones conceptuales se encuentran las relacionadas con aspectos polisémicos, por ejemplo, en algunas aproximaciones las competencias se orientan al dominio de las matemáticas formales, caso en el que se usa el término *mastery*, otro significado asociado está relacionado con la *alfabetización* matemática, en la que interesa el uso de las matemáticas en diferentes contextos (Solar, 2009). En este mismo sentido se puede apreciar la distinción entre *competence* y *competency*, el primero alude a usar la competencia para abordar problemas específicos mientras que el segundo término se orienta al uso de la competencia para abordar cualquier problema (Niss y Højgaard, 2019). Otras aproximaciones se enfocan en la noción de procesos matemáticos nucleares (Solar, 2009), como disposiciones para abordar problemas nuevos y retadores (OCDE, 2003), o como herramienta que permite el uso de las matemáticas para resolver problemas (Rico y Lupiáñez, 2008); también como capacidad y comprensión (D'Amore et al., 2008).

En el uso de las competencias para la organización del currículo, el proyecto KOM plantea una caracterización del currículo de matemáticas comprendiendo por competencia matemática: la habilidad de entender, juzgar, construir modelos, usar y comunicarse con las matemáticas en una variedad de diversos contextos relevante (Niss y Jensen, 2002). En el marco de esta Investigación se formulan ocho competencias matemáticas (Niss, 2002; Niss y Højgaard, 2011). Estas ocho competencias matemáticas se encuentran organizadas en dos grupos, el primero relacionado con la habilidad de plantear y responder preguntas acerca de las matemáticas, en este grupo se encuentran las siguientes competencias: pensar matemáticamente, plantear y resolver problemas matemáticos, modelizar matemáticamente y razonar matemáticamente. En el segundo grupo competencias relacionadas con la habilidad para manejar el lenguaje y las herramientas matemáticas:

representar matemáticamente, uso de símbolos y formalismos matemáticos, comunicarse en, con, y sobre las matemáticas y hacer uso de ayudas y herramientas (incluidas las tecnologías).

Otros proyectos curriculares consideran algunas de estas competencias como el proyecto MAT747 (Abrantes, 2001); el proyecto Fonide (Espinoza et al, 2008) pero en general, presentan la misma forma de estructuración. Es decir, un cruce de procesos, conceptos y procedimientos (Rico y Lupiáñez, 2008; NCTM, 2003).

En relación a los modelos de competencia matemática, se consideran aquí dos que han surgido en Educación Matemática. En Niss et al. (2016) se puede apreciar cómo la pregunta acerca de lo que significa dominar las matemáticas dirigió la génesis de las competencias matemáticas desde 1940, hasta llegar a plantear una respuesta basada poner en acto las matemáticas, esta aproximación se reconoce que dominar las matemáticas es más que dominar conceptos y procedimiento, sino que también incluye usarlas en contextos intra y extra-matemáticos; en el

trabajo y en la vida cotidiana privada, social y político de los ciudadanos. Más recientemente, D'Amore et al., (2008) plantean que: la competencia matemática se configura a partir de tres componentes, a saber: dominio, uso y tendencia de acción. El *dominio* hace referencia a capacidades de reconocer estructuras, relaciones y conceptos matemáticos mientras que el uso o *la tendencia de acción* tiene que ver con la aplicabilidad del dominio en diferentes contextos especialmente a aquellos nuevos y retadores. Un tercer componente, *los aspectos volitivos*, hace referencia a la disposición y al deseo de querer usar sus competencias para movilizarse hacia un nivel mayor o hacia un significado diferente, este componente también tiene que ver con el desarrollo de *acciones metacognitivas* que le permitirán acceder a nuevos niveles de experticia e interacción en una comunidad profesional, mediante dos procesos, conocimiento sobre la cognición y la regulación de la cognición (Rodríguez, 2005).

De manera similar en Solar (2009), se ha construido un modelo a priori compuesto por competencias matemáticas, procesos matemáticos, organizaciones matemáticas y niveles de complejidad. Este modelo, es usado particularmente para promover competencias matemáticas específicas, asociadas a objetos matemáticos ya que una de las características de las competencias es que se desarrollan de forma transversal a los temas matemáticos (Solar, 2009; Olmos Rojas y Sarmiento Rivera, 2013; Sánchez y Martínez, 2013; García et al., 2012; 2013; 2016).

El componente de *competencia* hace referencia a los procesos nucleares de la actividad matemática (MEN, 2006; Niss, 2002), mientras que el componente *procesos matemáticos* configura las competencias a partir de las fases de cada proceso nuclear. Las *organizaciones matemáticas*, por otra parte, se refieren a las tareas y técnicas particulares que se requieren para

resolver la tarea. Así mismo, *los niveles de complejidad* permiten ver el avance de la competencia en términos de la demanda cognitiva de la tarea.

Por otra parte, como se mostró en el transcurrir de la investigación sobre competencias matemáticas, existe una postura que incuba en su seno la formación para el ejercicio de los valores democráticos, en la que “si consideramos la Educación Matemática como parte de un esfuerzo democrático. Esta educación involucra mucho más que matemáticas” (Skovsmose y Valero, 2012, p. 17). Esta postura, permitió enunciar la competencia matemática democrática, claramente diferente de la anterior, que se preocupa por lo individual, conceptual y en la idea de resonancia intrínseca del poder formativo de las matemáticas (Skovsmose y Valero, 2012). Razón por la cual, se presenta una propuesta de clasificación de competencias matemáticas que permitirá identificar en las prácticas de los profesores el significado asumido y la transición entre los significados que construyen.

2.4.2.1.1 La perspectiva cognitiva de la competencia matemática.

Según Font (2002) la perspectiva cognitiva que se presenta en las investigaciones del campo de la Didáctica de las Matemáticas, se caracteriza por indagar en el individuo (en estudiantes o profesores) el pensamiento matemático presente en él, mediante el estudio de esquemas o representaciones mentales emergentes en la actividad matemática. Esta perspectiva, se apoya en la psicología para estudiar las representaciones del individuo. Así mismo, la enseñanza y el aprendizaje son procesos estudiados por separado sin considerar las relaciones entre ellos. En este enfoque se ubican las líneas de investigación pensamiento matemático avanzado y los campos

conceptuales, en las cuales, el conocimiento matemático es una construcción de la experiencia humana.

De manera similar Valero (2012) plantea que en la tradición curricular de las matemáticas escolares se ha presentado una reducción de un sujeto eminentemente social a “un sujeto cognitivo cuyas dimensiones de interés para el estudio de la Educación Matemática son sus procesos de pensamiento matemático” (p. 4), con el fin de esquematizar y hacer más cómodo el proceso de administración de los aprendizajes para responder a intereses políticos particulares.

De acuerdo a lo anterior, se consideran en este nivel cognitivo de la competencia matemática, aquellas nociones y aproximaciones en las que se considera al estudiante como un sujeto cognitivo principalmente y la movilización de competencias como un hecho meramente individual, centrado en el dominio de conceptos y procedimientos, adquiridos estos como un hecho privado (Sfard, 2008), a lo largo del proceso educativo. Por otra parte, el uso de ese conocimiento es visto como una aplicación que progresa desde la construcción de conceptos matemáticos para la resolución de problemas cotidianos hasta el desarrollo de habilidades para el eficiente desempeño laboral en la sociedad. En este significado de la competencia matemática es valorado el poder intrínseco de las matemáticas (Skovsmose, 1999) el cual hace referencia a la necesidad de las matemáticas para atender cualquier asunto o situación de la vida real.

En esta perspectiva de la competencia matemática, se encuentran las propuestas de Solar (2009), D'Amore et al., (2008) y Niss (2002), las cuales son precursoras de nuevas investigaciones en el campo. En Solar (2009) el modelo de competencia matemática a priori (MCM) se estructura a partir de: competencias matemáticas, procesos matemáticos, organizaciones matemáticas y

niveles de complejidad. Las *competencias matemáticas* son asumidas como procesos nucleares tales como plantear y resolver problemas, modelar, argumentar, representar, etc. De manera similar, los *procesos* son vistos como la forma de estructurar las competencias matemáticas, los cuales cumplen las condiciones de transversalidad en los contenidos matemáticos y de desarrollo a largo plazo (Solar, 2009; 2011). Por otro lado, las *organizaciones matemáticas* son una forma de organizar los contenidos matemáticos (Chevallard, 1999). Estas se componen de “tareas y técnicas matemáticas, variables didácticas y condiciones de realización de dichas tareas” (Solar, 2011, p. 4). Mientras que los *niveles de complejidad* hacen alusión a la demanda cognitiva de las tareas y los proceso que conforma la competencia (reproducción, conexión, reflexión).

Se ha clasificado este significado de competencia matemática en la perspectiva cognitiva porque se asume como un hecho privado e individual que desarrolla progresivamente el sujeto cognitivo cuando asumen el desafío de resolver situaciones retadoras.

De igual manera en D'Amore et al., (2008) se presenta una propuesta de competencia matemática en la que el dominio y el uso componen la complejidad de la noción de competencia ya que esta trata de adquirir capacidades para afrontar una situación particular. Sin embargo, el modelo presentado por los autores se extiende a aspectos metacognitivos y volitivos que se relacionan con el deseo de usar los conocimientos para abordar un problema, así como de monitorear su propio trabajo y reflexionar sobre cómo lo está haciendo y cómo podría mejorarlo. Esta posición considerar aspectos afectivos en la competencia matemática, los cuales se refieren a la motivación y volición, procesos que le permiten al individuo desear actuar, saber cuándo y cómo usar el conocimiento a la vez que reflexiona sobre su proceso de actuación sobre un problema determinado.

En esta visión, la competencia matemática se considera como un hecho ligado a la persona, quien adquiere capacidades para llevar a cabo procesos matemáticos como vía para comprender significativamente conceptos matemáticos, al respecto D'Amore et al., (2008) plantean que “competencia y capacidad están de forma intrínseca y profundamente conectadas con el individuo, a quien se está enseñando” (p. 15), para los autores la enseñanza y las competencias se relacionan con la adquisición y aumento de conocimientos, por lo cual plantea que “tiene sentido pensar que un aumento de la competencia es un reequilibrio de la mente” (Ibid, p. 12).

Por lo anterior, esta visión de competencia está asociada a la noción de competencia cognitiva general de Weinert (2004) ya que se orienta a “...dominar tareas en diferentes campos de contenido, (b) adquirir el conocimiento necesario para expresar y comunicar su actividad, y (c) obtener una buena realización” (Weinert, 2004; citado en Rico y Lupiáñez 200, p. 75). Así mismo y como consecuencia de tener el centro en el aumento de conocimiento una de las características de la competencia matemática es que su movilización se genera a partir de situaciones ligadas a un solo concepto matemático, por ejemplo de gráficas funcionales (solar, 299), la Función lineal (Sánchez y Martínez, 2013), situaciones de variación cuadrática (Olmos y Sarmiento, 2013), el triángulo (Cruz Perdomo, 2013), posición que restringe la posibilidad de movilizar las competencias hacia la comprensión de situaciones sociales complejas, porque estas deben ser ajustadas para cumplir con los fines de enseñanza de un objeto matemático.

2.4.2.1.2 Perspectiva sociocultural de la competencia matemática.

Para plantear una perspectiva sociocultural de la competencia matemática se inicia reconociendo algunas características centrales del giro social en las investigaciones del campo de la Educación Matemática (Lerman, 2000). El giro social constituye la configuración de nuevos posicionamientos sobre la naturaleza de las matemáticas y de cómo se aprenden, atendiendo a una postura diferente a las tradicionales, cognitivas y constructivistas. La base para el viraje hacia lo social inicia con los nuevos planteamientos de la psicología sociocultural de Vygotsky, las teorías antropológicas y las teorías sociológicas (Valero, 2012; Lerman, 2000).

Desde lo caracterizado por Lerman (2000) y Valero (2012) la perspectiva sociocultural reconoce específicamente que “el significado, el pensamiento y el razonamiento [son] productos de la actividad social” (Valero, 2012, p. 8). Esta postura constituye un cambio paradigmático en tanto que reconoce el papel de los seres humanos y del contexto en el que interactúan en la constitución de objetos y proceso matemáticos. Más aún, pasa de considerar al ser humano como sujeto cognitivo que aprende en independencia de la interacción, el contexto y el recorrido histórico a considerarlo como *sujeto sociocultural* en el que estos factores se encuentran para hacer emerger matemáticas como práctica social.

En la misma perspectiva descrita en párrafos anteriores, Font (2002) plantea que la postura sociocultural de la Educación Matemática la constituyen las investigaciones que consideran tres perspectivas teóricas como fundamentales, estas perspectivas son: epistemológica, antropológica y psicológica sociocultural del aprendizaje. La perspectiva epistemológica se relaciona con: 1) La lógica del descubrimiento matemático (Lakatos, 1978), 2) la aceptación de unas reglas de juego que se encuentran en una forma de vida socialmente preexistente de las que emergen las matemáticas. 3) intersubjetividad del conocimiento matemático como “un conocimiento social,

cultural, público y colectivo y no como un conocimiento personal, privado o construcción individual ni tampoco como un conocimiento externo” (Font, 2002, p. 14) y 4) El carácter lingüístico, textual y semiótico de las matemáticas.

La perspectiva antropológica, plantea principalmente desde los aportes de Bishop (1999) que se relaciona con el reconocimiento de prácticas universales en las que emergen matemáticas con particularidades para cada cultura. Resalta la importancia de investigar las brechas marcadas por el conflicto cultural, es decir, las distancias entre la cultura y la escuela. Así mismo, en la perspectiva psicológica de Vygotsky se considera que “el sujeto construye sus conocimientos con base en su experiencia y luego éstos se ajustan al ser sometidos a nuevas experiencias con el mundo y la sociedad” (Font, 2002, p, 16). Bajo este principio se reconoce que las funciones psicológicas superiores son producto de las relaciones socioculturales en las que el diálogo constituye un elemento esencial para la construcción de significados.

Estas perspectivas básicas han permitido consolidar una visión de las matemáticas como un campo de investigación que reconoce al conocimiento matemático como “producto de la actividad humana, que se forma durante el desarrollo de soluciones a problemas creados en las interacciones que producen el modo humano de vivir socialmente, en un determinado tiempo y contexto” (Jaramillo y Berrio, 2011, p.89). Interesa, en esta perspectiva sociocultural, reconocer el papel de las interacciones como medio para construir significados matemáticos compartidos que permiten abordar situaciones sociales inherentes a los diferentes grupos socioculturales. De este modo los seres humanos están en una “dialéctica continua con su entorno social, cultural, histórico y político” (Jaramillo, 2011, p. 21) que le permite comprender el mundo que han constituido.

Estas posiciones socioculturales de las matemáticas escolares han jugado un papel importante en la configuración de otro significado de la competencia matemática (García et al., 2003; García et al., 2011; 2013; Solar et al., 2014). Una postura inicial incluye la diferenciación entre una postura técnica y otra sociocultural. La postura técnica está relacionada con el saber hacer y con el perfeccionamiento de destrezas para dar solución a problemas de eficacia laboral. Mientras que la postura sociocultural se sitúa “en la reflexión sobre el empleo y uso de las matemáticas en la sociedad” (García et al., 2003). En especial los autores proponen a partir de esta postura que la actividad matemática debe estar relacionada con el uso de las matemáticas para abordar problemas de la sociedad actual y futura.

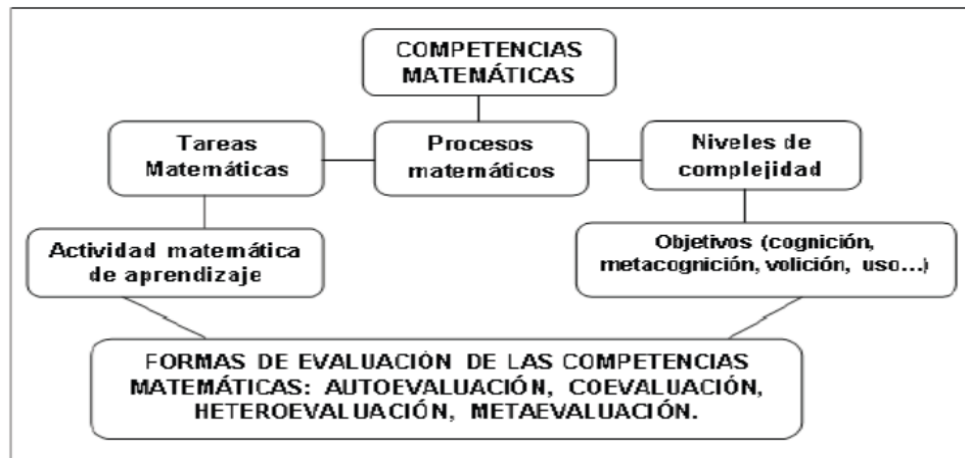
Una propuesta en esta misma perspectiva empieza a plantearse como línea de investigación con el propósito de consolidar en el aula estas características de las competencias matemáticas y la construcción del conocimiento matemático, considerando particularmente que:

La interrelación entre los conceptos de ser humano, actividad, capacidad, conocimiento, pensamiento y lenguaje, situados histórica, social, política y culturalmente, estructuran la columna vertebral usadas para construir un concepto de competencias como eje transversal de un programa de investigaciones centrado en las líneas de didáctica y currículo (García et al., 2011, p. 4).

Las investigaciones en este marco permitieron formar tres líneas de investigación vinculadas al aprendizaje, la formación de profesores y el currículo (Solar et al., 2014), bajo estas tres líneas se vislumbra una tendencia hacia la perspectiva sociocultural particularmente por proponer una resignificación del Modelo de Competencia Matemática Solar (2009) que considera la formación

humana de los sujetos y que reconozca otros aspectos del ser humano, tales como lo afectivo, disposicional y el actuar ético como consecuencia la Figura 2.4 muestra la ampliación al Modelo de Competencia Matemática (MCM).

Figura 2.6. Competencia matemática del estudiante



Fuente. Garcia et al. (2013).

Esta resignificación se plantea a partir de dos consideraciones. Una tiene que ver con la integración de saberes y otro con articular las competencias matemáticas a procesos de la actividad matemática. La integración de saberes establece que la noción de competencias asociada al saber conocer y saber hacer en contexto, se amplía al considerar el saber ser y el saber hacer ilustrado. Esto quiere decir que el *saber ser* se asocia con la configuración de un clima de aprendizaje que motive el desear conocer y hacer en situaciones de interacción y autoformación, así como el *saber hacer* motivado por la argumentación y el uso ético del conocimiento matemático.

La intención no es adicionar tipos de saberes a la noción de competencia si no significar sus componentes desde una epistemología que reconozca al sujeto en su complejidad (Le Boterf, 2002). En esta perspectiva sociocultural, el significado de la competencia matemática, atiende a

los principios epistemológicos que ubican a las matemáticas en una postura pragmática, que corresponde a valores y prácticas humanas y al cuestionamiento del uso de las matemáticas en la sociedad. Esta forma de verlas, ubican como centro al estudiante quien moviliza competencias matemáticas en la interacción en torno a tareas matemáticas con diferente nivel de complejidad. De esta manera se consolida otro Modelo de Competencia Matemática que permita ver este desarrollo competencial.

Otro trabajo que ubica las competencias matemáticas en la perspectiva sociocultural se encuentra en Rico y Lupiáñez (2008) y en las pruebas PISA (OCDE, 2009). En estas propuestas se consideran las competencias desde un enfoque funcional como “expectativas de aprendizaje, se presentan contextualizadas, hacen uso de herramientas cognitivas y los sujetos las muestran en la puesta en práctica mediante una serie de acciones, decisiones y actitudes con las que dan respuestas a demandas y problemas planteados” (p. 158). Así mismo, en el marco de las pruebas PISA “La competencia matemática se refiere a un uso más amplio y funcional de las matemáticas: un compromiso con las matemáticas requiere la capacidad de reconocer y formular problemas matemáticos en distintas situaciones” (OCDE, 2008; p 23). Bajo esta noción de competencias el aprendizaje, como se dijo anteriormente, se ubica en la visión socioconstructivista y particularmente a la interacción que permite una construcción social de significados de las matemáticas, su uso en la sociedad y en la comprensión del mundo que lo rodea.

De acuerdo con estas visiones de competencias matemáticas asociadas al aprendizaje es necesario anclar al proceso de enseñanza un modelo que contribuya a su movilización, en este sentido se propone en García, et al., (2013) que el “MTAP contribuyó a caracterizar el proceso de articulación de las tareas matemáticas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad con

la actividad matemática de aprendizaje del estudiante” (p. 47). Este modelo, reconoce las competencias matemáticas como procesos que son movilizados con tareas de nivel complejidad creciente y al aprendiz como un sujeto humano en el que están presentes otras dimensiones además de la cognitiva que requieren formas de valorar diferentes o más amplias dada la complejidad de los componentes a evaluar, este aspecto se abordará en el apartado 2.4.4. Es de aclarar, que aquí se entiende la movilización en dos sentidos convergentes, uno como el desplazamiento, el cambio de posición o la acción de tomar una posición. Otro sentido es como proceso de resistencia y lucha social frente a la injusticia, la desigualdad y discursos discriminantes.

En el primer caso, si se tiene en cuenta que las competencias matemáticas están asociadas al sujeto que aprende en los aspectos individual y social, entonces, es él quién debe avanzar a nuevos niveles de competencia, de esta manera la movilización está vinculada con la tendencia de acción, pero va más allá, es decir a las actuaciones voluntarias para llegar a nuevos niveles de competencia. En el segundo caso, los procesos de comunicación, reflexión y participación de los profesores y estudiantes, van dirigidos a la construcción de nuevos significados de competencias matemáticas que se instalen en la participación ciudadana y el empoderamiento crítico, en últimas, que se convierta en un vehículo de transformación social (Toro y Rodríguez, 2001). En esta investigación la movilización se inscribe en el segundo caso, relacionado con el ejercicio de valores democráticos y de la crítica para participar en la construcción de la sociedad justa y equitativa.

Sin embargo, en esta propuesta aún no hay un reconocimiento de situaciones emprendidas por un ente de poder, como alguna dependencia del gobierno, o por algún miembro de la comunidad que signifique un riesgo para el ejercicio de la democracia. Hasta el momento, si hay una vinculación con el contexto y con el uso de las matemáticas en la sociedad, pero ante situaciones

restringidas al aula y aun pensando en aspectos particulares de las estructuras matemáticas. A continuación, se presenta la propuesta de competencia matemática crítica.

2.4.2.1.3 Perspectiva crítica de la competencia matemática

En el marco del enfoque sociocultural se abordan diferentes perspectivas asociadas con la construcción social de las matemáticas, entre ellas la etnomatemática y la matemática crítica (Planas, 2010; Valero et al., 2015; Valero, 2012). Aunque todas las teorías socioculturales comparten la visión sobre la construcción social del conocimiento matemático, hay diferencias significativas dentro de ellas. Es, por ejemplo, de gran relevancia la corriente de Educación Matemática Crítica liderada por Skovsmose (1994; 1999) basado en la teoría crítica de Habermas (1981) (Alrø, Raven y Valero, 2010; Planas, 2010).

En particular la perspectiva crítica permite “repensar la investigación y la forma de comprender los fenómenos de la Educación Matemática, sus problemáticas y las relaciones existentes entre la Educación Matemática, la sociedad, la democracia y la justicia social” (Valero et al., 2015, p. 4). Esta postura iniciada por Skovsmose presenta también algunos virajes internos, en particular uno que lleva formándose un par de décadas, el cual se propone una perspectiva política que direcciona el ejercicio de la crítica hacia el cuestionamiento del uso de las matemáticas en la sociedad, en dos focos, uno sobre el poder otorgado a las matemáticas en las relaciones entre profesores y estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Valero et al., 2015; Valero, 2012) y otro sobre las decisiones de entes gubernamentales que ponen en riesgo el ejercicio de la democracia (Skovsmose, Yasukawa y Raven, 2011; Valero, 2017).

De estas posiciones se derivan implicaciones sobre la formación ciudadana y la participación del estudiante que deben ser considerados en los nuevos propósitos de la Educación Matemática, al respecto Valero (2002) aporta que:

La preocupación por la formación ciudadana a través de la enseñanza de las matemáticas no se trata únicamente de traer al aula un contenido contextualizado que sirva de motivación para la construcción de ideas matemáticas significativas y más “poderosas”. Más bien esta labor consiste en reconocer la manera como el aula de matemáticas, como un espacio de acción social, pone en contacto a profesor y estudiantes—seres humanos con un pasado, presente y futuro—y cómo los procesos de aprendizaje de las matemáticas escolares se construyen y negocian en tal espacio y entre tales seres. (Valero, 2002, p. 9).

Este aporte, es un insumo de reflexión e investigación sobre cómo vincular al estudiante con las posibilidades de implicación directa sobre prácticas sociales de riesgo para la comunidad. En esta aproximación la autora, en su recorrido investigativo, propone que se considere al estudiante como sujeto político, en tal sujeto se reconoce que “no sólo piensan en el vacío; sino que fundamentalmente participan en mundo social-económico-político-histórico-cultural, y a través de esta participación piensan, conocen, producen y se involucran con el mundo” (Valero, 2002, p. 8).

Un aspecto de relevancia es que la autora vincula estas posturas de las matemáticas escolares con una propuesta de competencias matemáticas asociada tanto al sujeto político como a la participación ciudadana. Inicialmente propone una visión que se distancia del optimismo

tecnológico ligado únicamente al dominio formal de las matemáticas en una visión ingenua que desconoce que su uso también ha constituido prácticas de riesgo e injusticia. Este otro significado de la competencia tiene que ver con las prácticas fuera de la escuela como una ventana para su movilización y se enlaza con una visión del aprendizaje de las matemáticas como “participación en prácticas” y en la relación entre “Educación Matemática y democracia” (Valero, 2006, p. 9).

En trabajos posteriores Valero et al. (2015), se posicionan en una visión de competencia matemática crítica que relaciona el sujeto político con la Educación Matemática, la democracia y la justicia social. Particularmente esta propuesta enlaza la competencia crítica del ciudadano con la competencia matemática para participar en asumir o rechazar con argumentos las decisiones que se basan en modelos matemáticos. De esta manera propone la siguiente aproximación a la competencia matemática democrática:

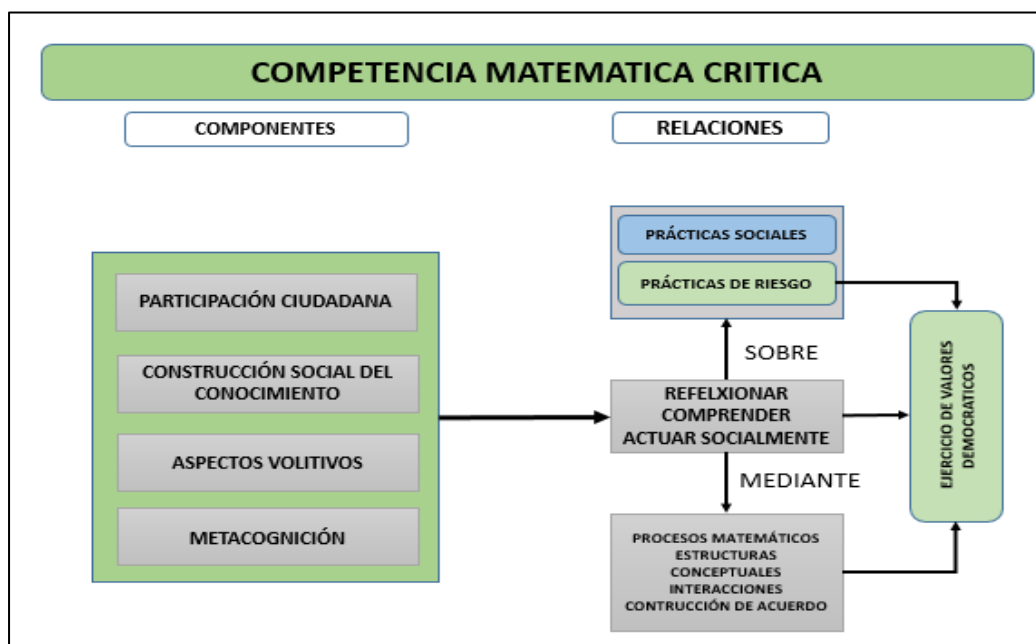
... no es sólo saber matemáticas para poseer una serie básica de conocimientos requeridos hoy en día en el mercado laboral, sino que es poner ese conocimiento matemático en juego para cuestionar a las autoridades y, por lo tanto, poder hacer frente a la injusticia. Es aquí donde la visión de la EMC [Educación Matemática Crítica] vincula claramente la competencia matemática con la posibilidad de crítica social, y con una visión política que vela por el cuestionamiento de las estructuras de poder en la sociedad. (Valero et al., 2015, p. 6).

Este significado de competencia matemática sobrepasa la aproximación sociocultural en la cual es fundamental la comprensión del mundo, esta visión de aprendizaje como participación en una comunidad, sin embargo, no asume cuestionamientos del poder ejercido por alguna entidad o el detrimento de los derechos de los ciudadanos en las prácticas socioculturales.

En coherencia con lo expuesto, se propone que un significado de *competencia matemática crítica* se conforma, más que: en lo dinámico y complejo (D'Amore et al., 2008); o en la configuración sobre procesos cognitivos y la construcción social de significados matemáticos García (2013), en la participación ciudadana que vincula directamente la comprensión de prácticas sociales de riesgo con el ejercicio de los valores democráticos (ver Figura 2.7).

El componente de *participación ciudadana* es central en el modelo propuesto, puesto que se relaciona con las acciones del estudiante – ciudadano para comprender, reflexionar y emprender acciones de cambio de una *práctica social de riesgo* (Ventosa, 2018, Grundy, 1994) en última instancia para el ejercicio de valores democráticos, tales como la justicia social, la equidad, el cuidado ambiental y la lucha por los derechos de los ciudadanos en general (Vithal y Valero, 2003; MEN, 2006; Vivas 2008; Gutiérrez, 2013).

Figura 2.7. Modelo de competencia Matemática Crítica (MCMC).



Fuente. Construcción propia con base en D’Amore et al. (2008) y Valero et al. (2015)

Este tipo de participación, tiene que ver con velar, cuestionar y juzgar las prácticas dirigidas hacia el ciudadano que, por el poder concedido a los entes que las ejecutan, constituyen prácticas de desigualdad o de algún tipo de injusticia social, especialmente sobre grupos sociales vulnerables. Pero también incluye, el cuestionamiento de las propias prácticas en relación a cómo subsumen los derechos de los demás. Por lo cual, esta participación se relaciona directamente con el ejercicio de la ciudadanía, ya que la dinámica social “en los tiempos actuales requiere, por un lado, actores sociales, agentes de desarrollo humano y movilizados de intereses colectivos, en perspectiva de marcos de justicia ligados al reconocimiento del otro” (Vivas, 2008, p. 626).

En consecuencia, la *participación ciudadana* designa a un ciudadano que pertenece a una “comunidad política y tiene el deber de participar en ella y la obligación de colaborar en sus actividades y desarrollo” (Rodríguez, 2013, p. 215). De manera análoga, en la formación

matemática identificamos esta participación como un deber y obligación de los estudiantes-ciudadanos de usar las matemáticas como un medio de lucha por la justicia y transformación social (Gutstein, 2012; Gutstein, 2008; Valero et al., 2015).

Por consiguiente, no basta con reducir las prácticas sociales a situaciones hipotéticas para ejemplificar, aplicar, construir representaciones de un concepto o con comprender el fenómeno sin tomar acciones, por el contrario es necesario acudir a *prácticas sociales de riesgo* reales que permitan activar *aspectos volitivos y metacognitivos* relacionados con el deseo de vinculación e implicación directa de los estudiantes – ciudadanos, con el fin de actuar sobre ellas haciendo uso de significados matemáticos y no matemáticos (D’Amore et al., 2008; Skovsmose, 1999; Valero 2002).

De esta manera, las *prácticas sociales de riesgo* constituyen otro factor indispensable para ejercer la reflexión, implicación y el deseo de actuar colectivamente para enfrentarla. Estas se entienden, para la presente investigación, como un tipo de práctica social, en el sentido que plantea Jaramillo (2011) como acciones de diferente tipo que han transcurrido con cierta continuidad en el tiempo y avaladas por un grupo de individuos, pero que en palabras de Grundy (1994), atienden a ideologías y hegemonías que buscan someter y violentar los derechos de las personas. Grundy (1994) reconoce que ante este tipo de prácticas los ciudadanos prefieren guardar un silencio crítico, que se traduce en delegar a otros para que actúen o pensar que es algo natural que no se puede cambiar. Ante esto, introduce la idea de teorema crítico que se refiere al proceso reflexivo y reconstructivo por el cual los ciudadanos develan la naturaleza social de tales prácticas y proponen acciones concretas de transformación, las cuales provienen de los acuerdos construidos en las propias comunidades y no necesariamente de agentes externos o de teorías seguidas al pie de la

letra. Sin embargo, reconoce que esto solo es posible cuando estas situaciones de riesgo se incluyen como herramienta didáctica en tal construcción y como fuente de identificación de factores críticos para la configuración de currículos que atiendan a las particularidades de la comunidad.

La participación ciudadana también se relaciona con la *construcción social de significados matemáticos*, es decir la construcción de conceptos, procedimientos y de procesos matemáticos, en cuanto que el uso de las matemáticas como herramienta de lucha y transformación social implica, por un lado, identificar los modelos matemáticos presentes en las prácticas sociales para plantear juicios y criterios de clasificación de tales prácticas. Por otra parte, viabiliza la construcción de nuevos modelos como propuesta de transformación social.

De este modo, Gutstein (2008), refiriéndose a su comprensión de la obra de Freire, plantea que “quizás lo más importante, fue que las experiencias políticas son esenciales para desarrollar la conciencia política y esta concientización es clave para aprender a leer o hacer matemáticas” (p. 2). El autor considera de esta manera que incluir el contexto local pasa a ser fundamental para que junto con los estudiantes se analicen las matemáticas y las prácticas de riesgo que se presentan en ellos. Sin embargo, estas prácticas pueden contener modelos matemáticos que no son del dominio de los estudiantes, en cuyo caso, la situación constituye además una posibilidad didáctica para la construcción de significados matemáticos. Esta postura es coherente con la propuesta planteada en esta investigación, ya que comparte la idea de un currículo en el que la enseñanza se desplace de un interés único por los contenidos hacia una que tiene como centro el desarrollo integral y la movilización de procesos matemáticos como herramienta de empoderamiento social.

En el caso específico de los *procesos matemáticos*, Solar (2009) reconoce dos posturas, una cognitiva centrada en la comprensión de estructuras matemáticas y otra que reconoce su presencia transversal en los conceptos matemáticos y por lo tanto desarrollables a largo plazo. Así mismo, reconoce la necesidad de investigar sobre la segunda postura en relación a tal desarrollo en una perspectiva sociocultural.

De esta manera, los procesos pueden servir para comprender los modelos matemáticos presentes en las prácticas sociales y las prácticas en sí mismas, en tal caso constituye una herramienta de comprensión y transformación, así como un propósito de formación ya que puede ampliarse al uso de un conjunto de conceptos y procedimientos, no solo a uno. Desde esta visión el centro está en permitir el uso autónomo de estos procesos en la medida que se enfrenta gradualmente a prácticas socioculturales. Sin embargo, también puede ser un vehículo para la introducción de un concepto o procedimiento, pero como se ha dicho en secciones anteriores, tradicionalmente para esto se reducen las prácticas reales a hipotéticas de modo que se ajuste al objetivo de enseñanza. Pero en el marco de la competencia crítica propuesta aquí tanto procesos como conceptos y procedimientos se van complejizando y movilizándose en la medida que se requiera para comprender, reflexionar y participar en la transformación de las prácticas socioculturales. Con estas condiciones que establece la participación ciudadana, se consolida una propuesta de modelo de competencia matemática crítica que dinamiza el currículo de matemáticas ya que resulta necesario vincular a los estudiantes con prácticas socioculturales de riesgo, que tienen lugar dentro y fuera de la escuela para generar oportunidades de movilización de procesos y aprendizajes que se vinculan con el ejercicio de los valores democráticos.

En el siguiente apartado se presenta análogamente tres significados de la competencia matemática modelizar que convergen con esta clasificación de competencia matemática.

2.4.2.2 La competencia matemática modelizar como contenido del currículo de matemáticas.

Como ocurrió con el caso de las competencias matemáticas como contenido del currículo, las competencias matemáticas específicas fueron introducidas como propuesta para hacer frente a currículos centrados en estructuras matemáticas, en aprendizajes memorísticos y en la enseñanza descontextualizada. De este modo, el currículo se configuró en muchos países a partir de competencias o proceso, conceptos y contextos (Niss, 2002; Rico y Lupiáñez, 2008; MEN, 2006).

En coherencia con el apartado anterior, en el cual se presenta una propuesta de clasificación de competencia matemática en las perspectivas cognitiva, sociocultural y crítica. Se presenta en este apartado una propuesta de clasificación de la competencia matemática modelizar (CMM), atendiendo a los significados de los componentes que la estructuran, tales como el proceso de modelización, usos del modelo, oportunidades de movilización, entre otros aspectos que se discutirán en los siguientes párrafos.

2.4.2.2.1 La competencia matemática modelizar sociocultural.

En el caso concreto de la competencia matemática modelizar (CMM), las actas de reportes de investigación del Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications –

ICTMA, las referentes a esta competencia, son ubicadas en la perspectiva educativa de los estudios en modelización matemática (Kaiser y Sriraman, 2006; Stillman, Blum y Biembengut, 2015; Kaiser y Brand, 2015).

Las primeras investigaciones sobre la CMM están ubicadas principalmente en el ámbito europeo y están centradas inicialmente en llevar a cabo todo el proceso de modelización en conexión con la comprensión de prácticas sociales (Niss y Højgaard, 2011; Blomhøj y Højgaard, 2003; Blomhøj, 2008). Una primera vinculación de la CMM al currículo es introducida por Niss y Højgaard, (2011) en el Proyecto curricular: Competencias Matemáticas y presentan la competencia matemática modelizar como una competencia articuladora del currículo de matemáticas danés. Ellos plantean que:

Esta competencia implica, por un lado, poder analizar los fundamentos y propiedades de los modelos existentes y poder evaluar su rango y validez. Pertenece a esta la capacidad de "des-matematizar" (rasgos de) los modelos matemáticos existentes, es decir, poder decodificar e interpretar los elementos y resultados del modelo en términos del área real o la situación que se supone que deben modelar. Por otro lado, la competencia implica poder realizar la modelización activa en contextos determinados, es decir, matematizar y aplicar a situaciones que van más allá de las matemáticas mismas [original en inglés] (pp. 58-59).

Esta primera aproximación de la CMM asociada a las nociones de *des-matematizar* y *modelización activa*, hacen referencia además de la capacidad de construir modelos, criticar modelos usados en las prácticas sociales y poder vincularlos con las prácticas matemáticas de los ciudadanos y la construcción social de sus discursos; significados que están en coherencia con

perspectivas críticas y políticas de la Educación Matemática (Skovsmose, 1999; Valero, 2002; 2006; 2012; Valero et al., 2015; Gutiérrez, 2013).

De forma similar, en Blomhøj y Højgaard Jensen (2003) estos autores la CMM es “ser capaz de llevar a cabo en forma autónoma y consciente todos los aspectos de un proceso de modelización en un contexto dado” [original en inglés] (Blomhøj y Højgaard, 2003, p. 16). En este significado, se muestra un interés por el proceso de modelización completo, para enfrentar una situación de una variedad de contextos, pero sin restringir el modelo a un concepto particular. Esta posición, reconoce la complejidad de las prácticas sociales y en su necesidad de comprensión emergen varios conceptos o una red de conceptos. Mientras que otro significado, está centrado en los sub-procesos que llevan a cabo los estudiantes en la transición entre etapas del proceso de modelización cuándo abordan una situación de la realidad, por lo cual establecen un sistema de sub-competencias (Maass, 2006; Stillman, Brown, Galbraith, Edwards, 2007).

En los significados identificados, el proceso de modelización juega un papel central en la enseñanza de las matemáticas y propone que el desarrollo de esta competencia se puede llevar a cabo de dos formas. Una forma holística, en la que es necesario implementar todas las fases del proceso. En contraste, la forma atomista permite centrarse en algunas fases del proceso. Estas dos formas diametralmente opuestas, para los autores, presentan un potencial de flexibilidad curricular, ya que incuban un modelo de significados que permite elegir de acuerdo a diferentes niveles del sistema educativo; el más adecuado, por ejemplo:

En los primeros años de la escuela media, los alumnos usan la matemática para describir situaciones de su vida diaria, aún sin darse cuenta, en un principio, de que

están trabajando con la modelización matemática. Habitualmente, la enseñanza puede conducir a la consecución del argumento (1). Sin embargo, ya en los primeros años de la escuela media es posible desafiar a los alumnos a llevar a cabo proyectos de modelización completos y a reflexionar sobre sus resultados (Blomhøj, 2008, p. 13).

Esta visión implica la relación directa del estudiante con prácticas sociales en diferentes contextos para develar las matemáticas involucradas, por ejemplo, el proyecto mañanas matemáticas presentado en Blomhøj (2004) permite al estudiante reconocer las prácticas propias o las de su familia desde que se levanta hasta la llegada al colegio. Esta propuesta de actividad de modelización matemática promueve el estudio de prácticas asociadas a: consumos (agua, productos y servicios), distribución de tiempos, registro de información, planteamiento de hipótesis, uso múltiples representaciones y la comunicación como una forma de participación dentro del aula. Además, genera procesos de tendencia de acción, metacognición, interacción, procesos cognitivos y disposiciones afectivas, los cuales permiten hacer frente al miedo de enfrentar la realidad (D'Amore et al., 2008; García et al., 2015).

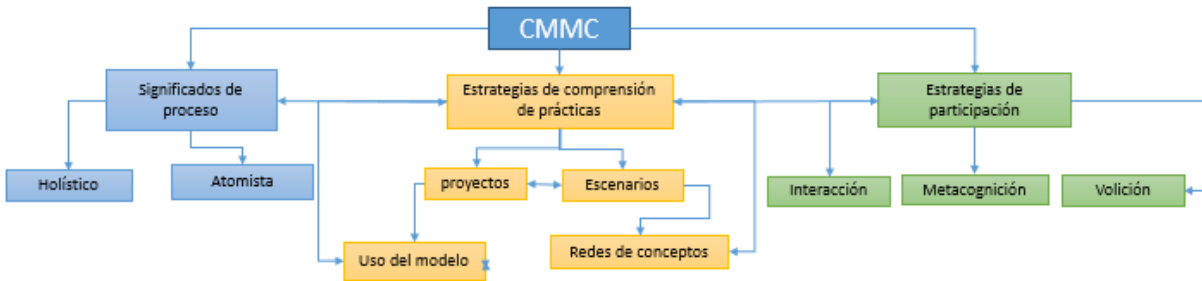
Otras investigaciones en torno a la CMM están centradas en identificar las transiciones entre las fases del proceso de modelización (Stillman et al., 2007) o en identificar empíricamente otras competencias que la configuran (Maass, 2006), estas contribuyen a ampliar la comprensión de los aspectos que intervienen en su movilización, así como a tomar decisiones para ofrecer oportunidades de movilización en el aula, por ejemplo apoyar los procesos metacognitivos de los estudiantes con preguntas, ofrecer tiempos más amplios en las clases con relación a una enseñanza tradicional, permitir la toma de datos y la experimentación.

Estos trabajos revelan dos aspectos importantes para esta investigación. Por una parte, un significado de la competencia matemática modelizar y por otra las características centrales para su movilización. En relación al significado de CMM, existe una tendencia a la comprensión de prácticas sociales, en la que pueden intervenir en su análisis varios conceptos matemáticos, también se puede elegir entre usar todas las fases del proceso o solo algunas. Es decir, existe la oportunidad de usar diferentes modelos en la interpretación de una misma práctica. Esto es importante porque el estudiante tiene la autonomía de construir los modelos matemáticos, de modo que privilegia una actividad matemática diversa, cooperativa y auténtica.

Lo anterior, permite configurar en un significado *Sociocultural* de la CMM, por las siguientes razones: 1). Por la tendencia a considerar como base fundamental de las prácticas docentes aspectos sociales, políticos, culturales, ambientales, entre otros, vinculados con la vida de los estudiantes los cuales, pueden motivar la interacción y comprensión de las matemáticas usadas en la sociedad. 2). Posibilita diversos usos del proceso de modelización para garantizar la continuidad curricular, horizontal (entre grados) y vertical (en el mismo grado). 3). Se consideran otros que componen el ser humano como la tendencia de acción y los actos volitivos, participativos, metacognitivos y afectivos del estudiante que se movilizan en la continuidad curricular. 4). Más recientemente, la vinculación con el aprendizaje como participación en una comunidad que construye socialmente significados matemáticos (García et al., 2011; 2013; 2015).

Respecto a las características para la movilización de la competencia matemática modelizar, resaltan componentes centrales como: significados del proceso, estrategias de comprensión de prácticas, redes de conceptos, metacognición y participación (ver Figura 7).

Figura 2.8. *Propuesta de los componentes de un modelo para movilizar la Competencia Matemática Modelizar sociocultural*



Fuente. Construcción propia

Como se mencionó, los *significados del proceso de modelización*, holístico y atomista, permiten garantizar la continuidad curricular de esta competencia, de modo que se movilice en el mismo grado, pero también en otros niveles educativos. Esto genera una movilización centrada en el proceso como vehículo para la *participación* más que como vehículo para construir conceptos y procedimientos. Unido a este componente están las *estrategias de comprensión de prácticas* que se relacionan con las multiformes oportunidades de movilización, entre ellas los proyectos, escenarios, ambientes, microproyectos, tareas de problemas de palabras auténticos, los cuales ofrecen al profesor y al estudiante la oportunidad de implicarse en la comprensión de prácticas de diverso tipo. Este componente, es el encargado de concatenar las posibilidades de participación del sujeto que aprende con aspectos afectivos, metacognitivos y conceptuales (D'Amore et al., 2008; Niss et al., 2016).

El sujeto en este significado de la CMM, es un sujeto sociocultural que además de interactuar en el marco de las competencias asociadas al proceso de modelización, se reconoce en un marco multidimensional del ser humano, es decir: afectivo, social, cognitivo, político; influido por

decisiones políticas, culturales, sociales, ambientales, entre otras, (Blomhøj y Jensen, 2003; García et al., 2013; Valero, 2006).

2.4.2.2.2 La Competencia matemática modelizar cognitiva

Las investigaciones sobre la competencia matemática modelizar muestran otra tendencia centrada en aspectos individuales y cognitivos (Stillman et al., 2007; Solar 2009). Esta elección reconoce solo la parte individual de la naturaleza dual de la competencia matemática, de acuerdo con Jørgensen (1999):

La competencia es un concepto analítico con una dualidad inherente entre un lado subjetivo y uno social/cultural (Wedge, 2000). Subjetivo porque una competencia siempre le pertenece a alguien; las competencias no existen por sí mismas; lo que existe son personas competentes. Social/cultural porque el grado en que algunas acciones "cumplen con los desafíos" (cf. nuestra definición de competencia) siempre es relativo al entorno, agregando significado y legitimidad a las acciones [mi traducción]. (Blomhøj and Højgaard, 2003, p. 5).

En la interpretación anterior, algunas investigaciones y prácticas curriculares están orientadas a centrar el proceso de movilización de las competencias en torno a la evaluación estandarizada promovida en muchos países, ampliamente difundida por la OCDE en la prueba PISA de la siguiente manera:

La capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que juegan las matemáticas en el mundo, para hacer juicios bien fundados y para usar y participar en las

matemáticas de manera que satisfagan las necesidades de la vida de ese individuo como ciudadano constructivo, preocupado y reflexivo [traducción propia] (OCDE, 2003, p. 15).

Los cuestionamientos a esta perspectiva, en relación a una visión crítica y democrática de la competencia matemática (Valero, 2006; Valero y Skovsmose, 2012; Valero et al., 2015), giran en torno al uso del contexto respecto a la participación democrática y al poder de las matemáticas como fuente de acceso a mejores oportunidades de formación para los estudiantes y mejores condiciones para las instituciones. En el primer caso, siguiendo a Valero (2002), el contexto del problema toma forma de recipiente de asuntos matemáticos que son evocados o modificados de acuerdo al concepto y procedimientos que el profesor necesite introducir. La crítica al uso del contexto de esta manera, se posiciona en la necesidad de pensar nuevos ambientes que promuevan en los estudiantes maneras de actuar políticamente, por ejemplo, la capacidad de formular preguntas relacionadas con aspectos económicos, sociales, servicios médicos, modelos de préstamos, entre otros que afectan la población.

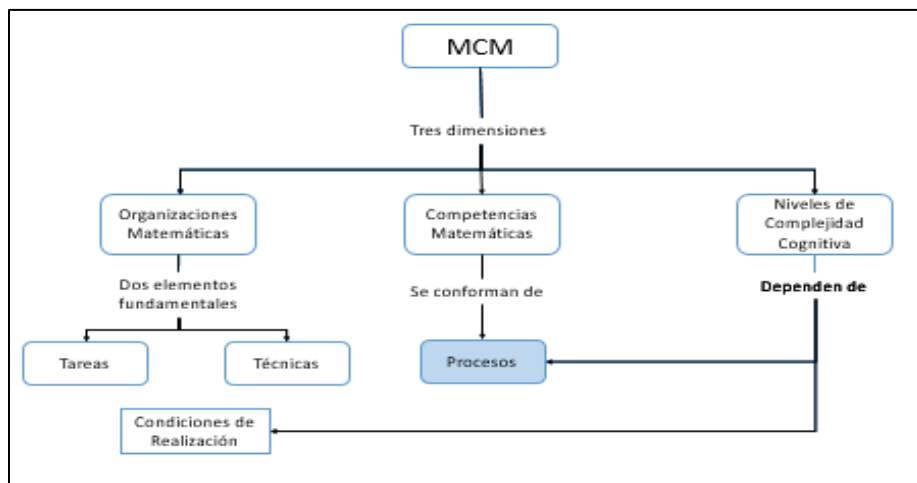
Al alejarse de este requerimiento (cuestionar las prácticas de riesgo en los ambientes en los enunciados) la noción de competencia matemática se ubica en la perspectiva psicológica de las matemáticas poderosas (Skovsmose y Valero, 2012), que induce la exclusión de aquellos estudiantes que no logran niveles de competencia aceptable para modelos educativos que buscan contribuir al progreso económico.

Respecto al segundo aspecto de la crítica, tras una forma de competencia asociada únicamente a demandas cognitivas para resolver problemas induce entre otras cosas una

alfabetización ingenua (Freire, 1991; Valero et al., 2015) que está en consonancia con ideas matemáticas poderosas desde el punto de vista lógico (Skovsmose y Valero, 2012) por su contribución a formar estructuras matemáticas y con la ideología de la certeza (Skovsmose y Borba, 1999) y la resonancia intrínseca de las matemáticas (Skovsmose, 1999) en cuanto consideran que el dominio de tales estructuras es suficiente para la formación democrática. Si bien estos aspectos son importantes no están en el centro de una competencia matemática democrática, en su lugar son indispensables las posibilidades de leer el mundo, cuestionar las prácticas que son fuente de poder y emprender acciones de participación ciudadana.

Un ejemplo de competencia matemática en esta perspectiva lo constituye la investigación de Solar (2009), el investigador valida un modelo que permite desarrollar las competencias matemáticas, incluida la competencia modelizar. En este modelo, las competencias son vistas como procesos que pueden movilizarse a partir de organizaciones matemáticas, niveles de complejidad y procesos, como se configura en la Figura 2.9.

Figura 2.9. Modelo de Competencia Matemática



Fuente. Tomado de García et al. (2013)

Los principales aportes de este modelo consisten en asociar las competencias matemáticas con procesos nucleares, que articulan el currículo junto con los contenidos y contextos. En el caso colombiano los procesos generales de la actividad matemática son el homólogo de los procesos nucleares, los cuales articulan el currículo de las matemáticas escolares en un cruce entre pensamiento matemático y contexto (MEN, 2006). Los procesos matemáticos asociados “... están presentes de forma transversal a los contenidos matemáticos y se desarrollan a largo plazo” (Solar et al., 2014, p. 2). En esta propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes, los contenidos están presentados en *organizaciones matemáticas*, que permiten organizar redes de conceptos y competencias. Por último, los niveles de complejidad demarcan la movilización de la competencia al enfrentarse a tareas con diferentes demandas cognitivas.

Esta forma de ver las competencias tiene que ver con una postura cognitiva porque se centra en identificar los desempeños individuales de los estudiantes: el contexto está dado como un escenario de interacción visto como la tasa que encierra las condiciones del problema pero sin considerar al estudiante en su proceso de selección (Valero, 2012; 2012a), pero particularmente por considerar al estudiante como un sujeto cognitivo (Valero et al., 2015) esto se reduce a decir que no se promueve una participación directa del estudiantes en muchos aspectos de esta movilización.

En términos del modelo de competencia matemática-MCM, las organizaciones matemáticas, propuestas en la Teoría Antropológica de lo Didáctico –TAD (Chevallard, 1999) constituyen el saber-hacer matemáticas de forma argumentada por el saber matemático, específicamente Bosch (2000) considera que “los tipos de problemas [tareas] y los tipos de

técnicas, constituyen el saber-hacer matemático” (Bosch, 2000, p. 16). De manera similar, los niveles de complejidad son configurados como demandas cognitivas asociadas a las tareas, esto confirma el interés por generar procesos cognitivos para resolver tareas matemáticas orientadas a configurar un concepto matemático específico o su aplicación, dejando de lado el papel de ideas matemáticas poderosas desde una perspectiva cultural en la que es deseable la implicación de los sujetos en problemáticas o prácticas sociales de riesgo y su participación ciudadana, este hecho confirma el planteamiento anterior de privilegiar la ideología de la certeza.

Por una parte, en la contribución a dilucidar prácticas de riesgo e intereses de aprendizajes de la vida de los estudiantes, las tareas son presentadas por el profesor experto quien las ha diseñado sin intervención de ellos y sin cuestionar las prácticas presentes. Por otro lado, estas tareas están centradas en un contenido, concepto o tema matemático, por ejemplo: la función, la función lineal, la función cuadrática, la circunferencia, la mediana, entre otros. Si bien esto, es un aporte a la comprensión de la articulación entre procesos y contenidos en los marcos curriculares, al tomar la decisión de resaltar la dimensión cognitiva y descartar la relación con prácticas socioculturales, estas últimas son restringidas por el docente de modo que permitan conducir al estudiante hacia la comprensión del concepto y no al cuestionamiento de las matemáticas en uso o de las prácticas socioculturales mismas. En relación con esto, los niveles de complejidad están asociados a caminos de resolución y no a caminos de comprensión y al cuestionamiento de prácticas matemáticas (Valero, 2012a), de este modo las oportunidades de participación en la transformación de prácticas de riesgo no son tenidas en cuenta.

Por último, la consideración el dominio del proceso de modelización como el centro de la competencia, destaca la actividad matemática de construcción de conceptos en la que se involucra procesos cognitivos tales como “representar, visualizar, generalizar, clasificar, conjeturar, inducir, analizar, sintetizar, abstraer y formalizar” (Solar, 2009, p. 81). En coherencia con lo expuesto, el uso del modelo centrado en las fases del proceso de modelización aislado de factores de interacción con prácticas de riesgo identificadas por ellos mismos tributa a la eficiencia del modelador, a encontrar una solución y validarla (Maass, 2006; Anhalt, Cortez y Bennett, 2018).

En coherencia con lo anterior Maass (2006) plantea que las competencias de modelización (CMM) “incluyen capacidades y habilidades para llevar a cabo el proceso de modelización de manera apropiada y orientada a los objetivos, así como la voluntad de ponerlos en acción” (p. 117). El aspecto de voluntad está relacionado con la propuesta de competencia matemática presentada en D’Amore et al. (2008), en la cual la metacognición se asume como el deseo de hacer uso de la competencia y progresar hacia nuevos niveles y significados de competencia. Por su parte, Maass (2006) incluye en su constructo de competencia matemática modelizar el componente metacognitivo, entendido este como “el pensamiento sobre el propio pensamiento y el control de los propios procesos de pensamiento” (p. 119). Este componente se presenta en tres niveles: declarativo, procesual y motivacional.

Entre las principales bondades de este componente en relación al desarrollo de CMM se destaca: la incorporación de discusiones sobre las diferentes percepciones de estudiantes en relación a la implementación del proceso de modelización en clase, la potencialidad para generar la autonomía y la posibilidad que tiene el docente para acompañar el desarrollo de la autonomía en relación a la competencia matemática modelizar. Sin embargo, todas estas bondades tributan a la

eficiencia en el proceso de modelización sin trascender a planos de uso social o cuestionamientos de las prácticas matemáticas de las instancias de poder.

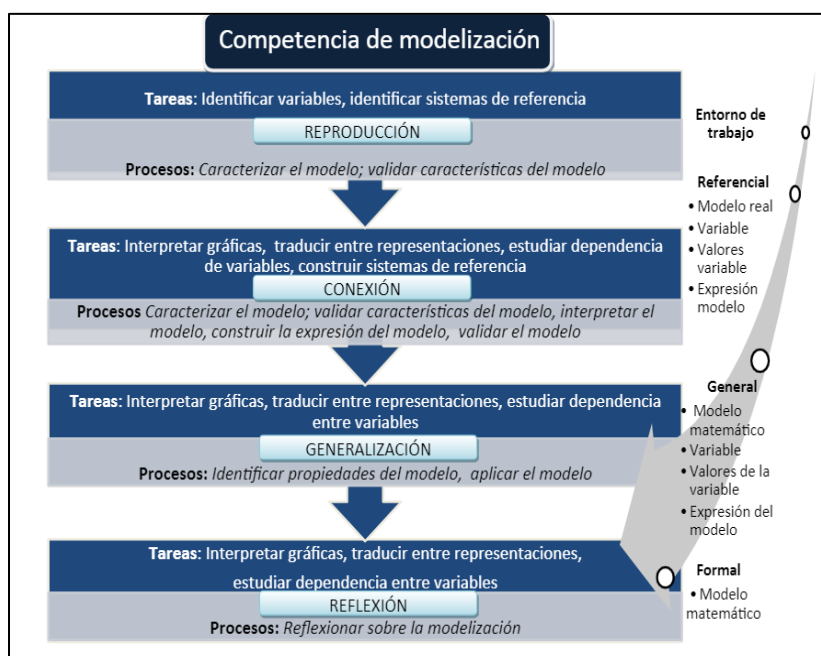
En un campo de formación inicial de profesores de matemáticas, Anhalt, Cortez y Bennett (2018) centran su investigación en cuatro subcompetencias de modelización de acuerdo con Maass (2006), muestran que los profesores se implican con prácticas de modelización de: dar sentido a los problemas y perseverar en la solución de ellos, razón abstracta y cuantitativa y atención a la precisión en sus soluciones. Evidenciando también la contribución a la eficiencia en el proceso de modelización.

Bajo estas consideraciones el caso específico de la CMM esta perspectiva configura un *significado cognitivo* que centra su movilización principalmente en la noción de sujeto cognitivo. De tal forma que a la base de esta se encuentra la capacidad individual de llevar a cabo el proceso de modelización como vehículo para introducir o desarrollar conceptos matemáticos. Así mismo, las prácticas sociales son consideradas solo como recipiente de los contenidos formales que deben ser construidos como fin del proceso. Por lo cual se introduce la noción de *modelos de* y *modelos para* en el marco de la modelización emergente (Gravemeijer, 2007).

En la caracterización de la CMM en relación al tópico gráficas funcionales, el autor relaciona la actividad de modelización en el marco de la modelización emergente con los niveles de complejidad, mostrando una movilización cognitiva de la competencia, de la siguiente manera: entorno de trabajo con nivel de reproducción, actividad referencial con nivel de conexión, actividad general con generalización y actividad formal con reflexión. Esto evidencia, que el fin de la CMM

en este significado cognitivo es la abstracción haciendo uso de la modelización como vehículo para conceptualizar.

Figura 2.10. Competencia de Modelización basada en niveles de complejidad cognitiva



Fuente. Solar (2009)

2.4.2.2.3 La competencia matemática modelizar crítica

De acuerdo a los significados anteriormente documentados y en coherencia con la clasificación de significados de competencia matemática, en esta investigación se propone una configuración de competencia matemática modelizar crítica (CMMC). Si bien esta no está explícita, existe un camino posible para su construcción sustentado en la perspectiva crítica y política de la Educación Matemática y en la perspectiva crítica de la modelización matemática.

En primer lugar en la perspectiva crítica de la competencia matemática, en el apartado 2.4.1.1.3, está configurada a partir de la consideración de un sujeto político que tiene la necesidad de cuestionar las decisiones de la sociedad, en particular aquellas que devienen en prácticas sociales de riesgo pero que no se queda con esta comprensión si no que reconoce el derecho y la obligación de participar en la transformación y búsqueda de prácticas de justicia y equidad social (Skovsmose, 1999; Valero, et al., 2015; Valero y Vithal, 2003; Valero 2002, 2012, Gutiérrez, 2013).

En la perspectiva, social y política de la Educación Matemática “Romper las barreras del aula para abrirse a experimentar el mundo y las actividades humanas donde se generan prácticas... puede ser una estrategia para vivir y desarrollar la competencia matemática real” (Valero, 2006, p. 12). Es en este romper las barreras que se pueden examinar las intenciones de las prácticas de ámbitos sociales, económicos y políticos en relación a prácticas de modelización que implican opresión o a la identificación de prácticas que ponen en riesgo la integridad de una comunidad.

En este sentido, Skovsmose (1999) plantea que en una sociedad en la que las decisiones tomadas por los gobernantes, se realizan a través de modelos matemáticos usados en diversos campos, a espaldas del ciudadano es necesaria la formación de una competencia democrática que le permita a los ciudadanos participar en el cuestionamiento del uso de los modelos en la sociedad, ya que:

En sociedades complejas la democracia se puede obstruir no sólo por el incumplimiento de sus condiciones formales, materiales y éticas, sino también y sobre todo por la falta de participación de los ciudadanos, ya que la toma de decisiones se basa en supuestos,

conocimientos y argumentos que van más allá del alcance del entendimiento de la mayoría de las personas. (Skovsmose, 1999, p. 14).

Esta problemática develada, permite reflexionar sobre la consolidación de la competencia matemática modelizar crítica, la cual juega un papel importante en la formación para la democracia. Primero, porque “Este modelaje y sus resultados poseen un gran poder simbólico porque a pesar de no ejercer un acto de poder directo y visible, tienen una legitimidad que emana de la creencia de la exactitud y confiabilidad” (Skovsmose, 1999, p. 15). Razón por la cual, el ciudadano en colectivo e individual, debe ser capaz de romper el silencio crítico y juzgar los modelos en los que se basan las decisiones del gobierno, su comunidad y las suyas para identificar aquellas que constituyen un riesgo para la democracia o el ejercicio de un derecho fundamental. Segundo, el ciudadano debe estar en capacidad colectiva de construir, ampliar o reconstruir modelos que le permitan emprender la lucha por la justicia social, la equidad y la defensa de sus derechos fundamentales (Vithal y Valero, 2003; Orey y Rosa, 2007).

Por las razones expuestas anteriormente, a la base de esta competencia están, el *cuestionamiento de las prácticas* de riesgo, opresión o injusticia y la *participación ciudadana* para emprender un proceso de lucha y transformación. Esto implica que el proceso de modelización sea considerado, primero como un propósito educativo que se consolida a lo largo de un proceso educativo, no es inmediato. Segundo, como un vehículo para movilizar la participación ciudadana y no un vehículo para introducir o desarrollar la comprensión de un concepto matemático únicamente (Julie, 2002). Esto incluye, considerar que la comprensión de tales prácticas no se puede reducir a un concepto matemático, por lo contrario, en este análisis emerge una red de conceptos, modelos, creencias, disposiciones y argumentos con diferentes aproximaciones de

acuerdo al grado de convergencia, nivel técnico y radio de acción de los modelos usados en el proceso lucha social (Jensen, 2007).

Otro aspecto que configura la CMMC es la diversidad de *oportunidades de movilización*, este componente se relaciona con los intereses que motivan el uso de la modelización y con la diversidad de procesos de modelización que puede usar el sujeto. En relación con los intereses que motivan la modelización Rosa y Orey (2007; 2013; 2015) proponen a partir de la obra del interés del conocimiento Humano, (Habermas, 1971), los usos a nivel técnico, comprensivo y emancipador. En el uso *técnico*, el interés se centra en la aplicación de modelos como fórmulas o en el dominio de técnicas de modelización. Mientras que el uso *práctico* o comprensivo privilegia “la interacción social de los individuos a través de la comunicación” (Rosa y Orey, 2015, p. 4), por lo cual, la comunicación del proceso de modelización mediante la lectura y reflexión crítica de la realidad además de procurar encontrar un patrón que se ajuste a una situación y expresar con diferentes registros (verbal, escrito, no verbal), considera importante que los estudiantes estén involucrados en un proceso dialógico, interactivo, reflexivo que les permita leer mundo y comprender las prácticas sociales en las que se usan los modelos y establecer si constituyen un riesgo para la democracia o no. Sin embargo, en el uso dirigido a la *emancipación* adquiere un significado de participación ciudadana ya que atraviesa los procesos de reflexión, identificación de prácticas, formación, construcción de acuerdos y la acción de transformación, a partir del ejercicio discursivo, para finalmente, establecer los modelos de “manera interdisciplinaria y dialógica para que puedan ser utilizados como instrumentos para la transformación social” (Rosa y Orey, 2015, p. 5),

Actuar frente a las prácticas de riesgo, implica hacer uso de los derechos fundamentales y herramientas democráticas tales como: interpelaciones directas con las autoridades, interponer tutelas, acciones de cumplimiento, acciones de grupo, liderar campañas comunitarias, derechos de petición, la acción comunal (Pachón, 1997). En estos términos, las oportunidades de movilización son la puesta en acción herramientas dialógicas que permiten, por una parte, usar diferentes formas de modelización y por otra, usar la modelización como herramienta de cuestionamiento, resignificación y de participación ciudadana, entre estas estrategias están: la deliberación en el aula, abordar problemas sociales fuera del aula, realizar cartografías sociales, generar narrativas, implicar otros actores sociales, por mencionar algunos.

Las oportunidades de movilización están relacionadas en últimas, con la gestión de la clase y especialmente con la acción discursiva que convoca una tarea o ambiente participativo. En este plano, es importante impulsar la implementación de diversos procesos de modelización; Groshong (2016) hace el seguimiento a las aproximaciones empíricas o teóricas para la construcción de modelos matemáticos, el autor ejemplifica estos enfoques a partir de la tarea "determinar la distancia de frenado de un vehículo" (Groshong, 2016, p. 20). En esta tarea, los estudiantes pueden elegir tomar datos por medio de la experimentación o simulación y usar métodos de regresión. Sin embargo, otra opción, es usar las leyes del movimiento para matematizar la situación y compararlos con los datos reales. Los modelos construidos, en la misma tarea pueden ser determinísticos si se considera que todos los autos tienen condiciones similares y por tanto la relación entre velocidad del vehículo y su distancia de frenado sería similar. Mientras que en una forma probabilística se consideran condiciones de variabilidad de los datos.

Como se mostró en una sesión anterior, otra forma de modelización depende de las fases involucradas, a saber: holística y atomista, en la primera se usan todas las fases, mientras que en la segunda se usan algunas (Blomhøj y Højgaard, 2003). De manera más global, Anhalt, Cortez y Bennett (2018) identifican que la riqueza de un problema se establece de acuerdo al número de competencias de modelización involucradas, esta visión de riqueza hace posible visibilizar diversos niveles o grados de grado de cobertura en los modelos matemáticos construidos por los estudiantes (Niss y Jensen, 2007). La amplia gama de posibilidades de llevar a cabo el proceso de modelización relacionado con el uso y las formas de construir modelos matemáticos dotan a la competencia de oportunidades de movilización a lo largo del ciclo de formación a partir de la configuración de diseños diversos.

En un sentido curricular, otro componente considerado son las *estrategias de movilización* que relacionan el proceso de modelización como un propósito educativo para la formación de valores democráticos. Al interior de la clase, esto significa una reorganización del trabajo y la emancipación del profesor sobre los diseños, en el que se debe superar la idea de tareas con demandas cognitiva como única estrategia de movilización hacia formas más democráticas que permitan vivir la ciudadanía.

Las estrategias de movilización de la CMMC son diversas, pero resignifican el papel del estudiante en el proceso formativo para el ejercicio de la crítica y los valores democráticos; las estrategias de movilización hacen referencia, en palabras de Toro y Rodríguez (2001) a diferentes formas de “convocación de voluntades” (p. 115), en torno a un propósito común. Una estrategia tiene que ver con la oportunidad de construcción de discurso emancipador y dialógico a partir del trabajo en grupo (Araújo, 2008); organización de ambientes de modelización (Barbosa, 2001;

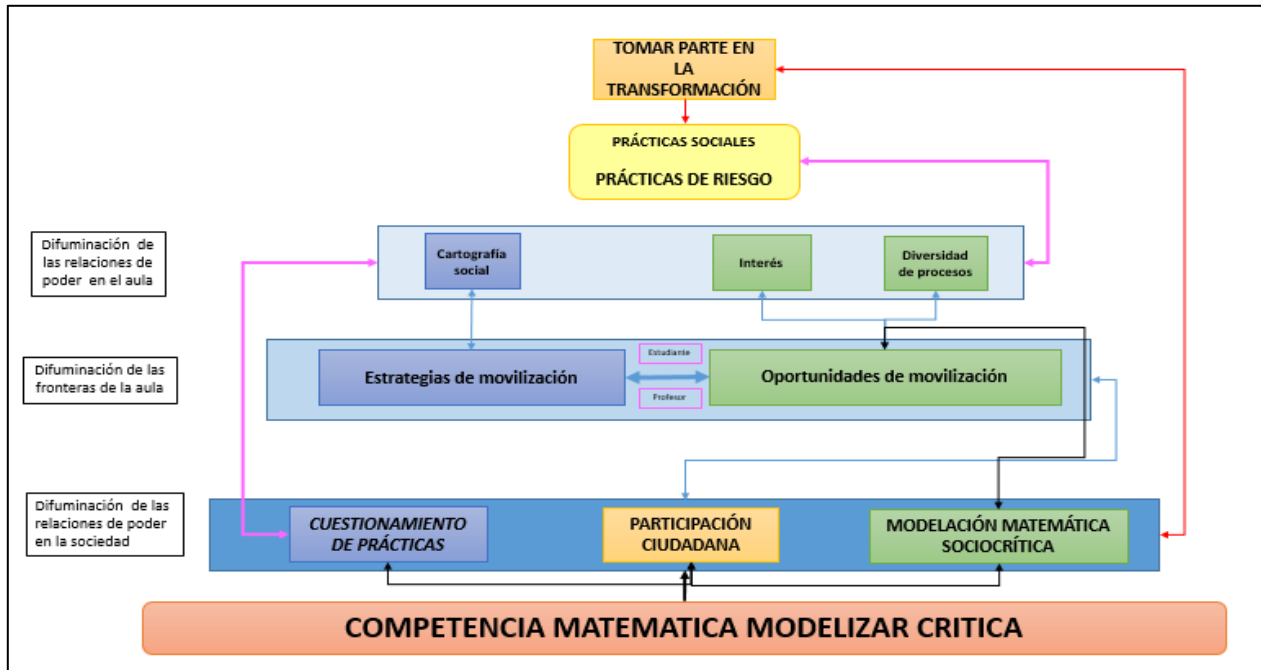
Bustos, Bustos y Novoa, 2013; Parra-Zapata, Parra-Zapata y Villa-Ochoa, 2017); proyectos (Araújo, 2012); Unidades de Aprendizaje online y a distancia (Romo-Vásquez, 2019); proyectos de modelación con herramientas tecnológicas (Rosa y Orey, 2019). En esta Investigación, además se propone el uso de la cartografía social pedagógica como otra estrategia para promover la movilización de esta competencia, en la que los sujetos políticos involucrados reconocen su territorio, lo mapean y dilucida las prácticas sociales de riego visibles en su comunidad (Rosa, Orey, y Reis, 2012; Skovsmose, 1994) o poco visibles pero en conexión con ella (Skovsmose, 1999), las cuales se pueden presentar en ámbitos ambientales, vertimiento de desechos químicos al río (Rosa y Orey, 2015, p. 8); médico- nutricional (Parra-Zapata, Parra-Zapata y Villa-Ochoa, 2017); distribución de los recursos del estado-subsidios (Skovsmose, 1999).

Estos ejemplos muestran, además de la comprensión de las prácticas de riesgo, la intervención de los estudiantes en su transformación; participación en un diseño que es compartido con el profesor, cuestionamientos de las decisiones de entes de poder (gobiernos, empresas) y de las personales, diversos usos de la modelización, así como diversos tipos de procesos de modelización, procesos de implicación, disposición, persistencia y metacognición (Da Silva y Kato, 2012; Valero et al., 2015; Valero, 2012a; 2002; García et al., 2013; 2015) elementos que configuran la competencia modelizar crítica (Ver Figura 2.4.7).

La configuración de los elementos que constituyen la CMMC, permiten visualizar que en la base se encuentran: el cuestionamiento de prácticas sociales, la participación ciudadana y los significados de la competencia matemática modelizar. En primer lugar, estos componentes refieren a la posibilidad de ejercer una ciudadanía en el marco de la formación matemática escolar. Como

consecuencia, la distinción de relaciones de poder es difuminada por el empoderamiento de los ciudadanos (Grundy, 1994; Habermas, 1974).

Figura 2.11. Propuesta de configuración de la Competencia Matemática Modelizar crítica-CMMC.



Fuente. Construcción propia.

El empoderamiento de los ciudadanos, en este enfoque consiste en la interrelación de procesos de cuestionamiento de prácticas socioculturales sobre el uso de los modelos matemáticos en la sociedad y con la participación ciudadana, para actuar sobre aquellas prácticas que constituyen un riesgo para la democracia, esto es que constituyen un riesgo para el ejercicio de los derechos y deberes sociales fundamentales. El papel de los significados de la CMM consiste en la posibilidad de criticar el uso de los modelos matemáticos en la sociedad, así como de reconstruir o construir nuevos modelos que contribuyan al respeto, la igualdad y la justicia social. De modo, que se conviertan en un vehículo de lucha social y no de discriminación. Por lo tanto, se convierten en una herramienta de participación ciudadana que permiten entablar diálogos y acuerdos fundados

en un proceso de reflexión, formación, deliberación y construcción de argumentos que permiten tomar parte en acciones concretas de transformación.

La transformación de las prácticas de riesgo de las cuales se viene mencionando, no es inmediata por lo contrario es un proceso largo de vinculación de la escuela con otros estamentos de la sociedad, por ejemplos con los organismos encargados de tomar decisiones sobre distribución de recursos, conservación del ambiente, funcionamiento de servicios de salud y cuidada de las personas. Esto quiere decir que las fronteras del aula se difuminan para dar paso al reconocimiento de una red de prácticas matemáticas que trasciende los microcontextos (Valero, 2012a). Para poner en dinámica micro contextos y macrocontextos, es necesario reconocer que tanto estudiantes como profesores son sujetos políticos que acuerdan participar en el proceso de transformación. Además de este reconocimiento, es necesario acordar estrategias y oportunidades de movilización que garanticen la participación de todos los involucrados; la cartografía social presenta unas características que permiten la democratización del aula, es decir, la participación directa en la selección de prácticas de riesgo y en el diseño de la ruta para abordarlos. Lo que incluye, la posibilidad de contribuir con la crítica y construcción de modelos matemáticos con diferentes alcances.

Estas estrategias y oportunidades de movilización, involucran también la oportunidad de ejercicio de la crítica y de los valores democráticos como un derecho compartido entre profesor y estudiantes con la intención de hacer frente a las prácticas de riesgo e intentos de sometimiento de la comunidad lo que concierne con la disposición para construir un discurso matemático que le permita participar en las decisiones.

En este dominio, la CMMC considera que decisiones sociales se basan en modelos matemáticos y que sus propósitos por lo general están ocultos al público. En este sentido asume el *modelo matemático* como herramienta para ayudar a los estudiantes a ejercer la ciudadanía crítica (Barbosa, 2003; 2006). Al respecto, Rosa (2014; 2015) plantea la noción de eficacia socio-crítica para la construcción de un discurso racional que permita la construcción de modelos emancipadores como una posibilidad de participación del estudiante ciudadano. En otras investigaciones, se plantea que para gestionar esta participación activa en sus comunidades es fundamental el trabajo en grupo y el acompañamiento a los estudiantes, el diálogo y el debate (Salazar, Camelo, Mancera, y Perilla, 2017; Camelo, Perilla y Mancera, 2016; Bustos, Bustos y Novoa, 2013).

La importancia de estas investigaciones radica en la visualización de posturas y metodologías en las que la modelización matemática puede hacer posible la transformación de prácticas educativas y socioculturales a partir de la participación de los estudiantes en ellas. Sin embargo, es necesario profundizar en cómo los profesores se acercan a estas nuevas prácticas, los retos y cómo se superan en los currículos institucionales. Como afirman Valero et al., (2105) se trata de

... generar un diálogo para darle vida a posibles situaciones de enseñanza y aprendizaje que no son todavía lo que sucede en la mayoría de las aulas de matemáticas, y donde se pueden llevar a cabo las relaciones democráticas y el desarrollo de competencia matemática crítica (p. 9)

En este sentido, la reflexión y la participación de los profesores sobre la potencialidad y coherencia de sus diseños constituyen el centro de la práctica curricular, ya que como se está insistiendo, este proceso de participación en la crítica y construcción de discursos y modelos

matemáticos no es inmediata, razón por la cual existe un vínculo estrecho con elementos curriculares. Por lo tanto, esta configuración también es una configuración de movilización de la competencia matemática modelizar crítica en el marco curricular del que tiene interés esta investigación. En los apartados siguientes se tomarán aspectos particulares de las prácticas de diseño y evaluación concernientes a la movilización de esta competencia en el nivel educativo de básica secundaria y media (11-17 años).

2.4.3 Prácticas de diseño curricular del profesor para promover la competencia matemática modelizar crítica.

El nivel de moldeado del currículo, realizado por el profesor como se ha presentado en el apartado 2.3, está relacionado con sus procesos de reflexión y participación continua respecto a las políticas nacionales, intereses institucionales y visiones particulares que se consolidan en los diseños de prácticas de aula. En este apartado, están planteados elementos centrales del diseño de la gestión de aula centrados en las oportunidades de movilización de la competencia matemática y en particular la competencia matemática modelizar.

Tal como se infiere en el capítulo IX de la obra de Sacristán (1995): *Un esquema para el diseño de la práctica*, el diseño es un derecho y una oportunidad de participación autónoma y libre del profesor sobre cómo organizar la enseñanza a partir de principios formativos y sobre las formas como los estudiantes pueden acceder a ellos.

De esta manera, para el autor, el diseño es la práctica de configurar los elementos esenciales de la práctica de enseñanza, de modo que el profesor pueda “identificar problemas claves de la misma y dotarla de determinada racionalidad, de un fundamento y de dirección coherente con la intencionalidad que debe dirigirla” (Sacristán, 1995, p. 358). En este significado de diseño como planificación de la práctica de aula, la agenda definida por el profesor constituye una configuración con fines definidos, no necesariamente impuestos por el profesor, que permite acercarse de forma coherente y fluida a dichos propósitos.

En estos diseños, los profesores deben tomar diferentes decisiones en contextos únicos, lo que hace que cada uno de esos diseños “se desarrolle dentro de circunstancias muy diversas y sea difícil generalizar un esquema válido para cualquiera de esas situaciones” (Sacristán, 1995, p. 57). Esta referencia, relaciona la autonomía del profesor con las múltiples posibilidades de organizar su práctica de enseñanza en diferentes tipos de agendas, que contribuyan a lograr los fines e intereses acordados, en este aspecto, una configuración por contenidos es solo una opción de la amplia gama que puede elegir el profesor. Este hecho contrasta con la realidad institucional promueve la estandarización tanto del aprendizaje como de las acciones de los profesores, acciones que devienen en formatos idénticos de planes de enseñanza (planes de aula, planes de área y proyectos educativos) y en la enseñanza centrada en el dominio de los contenidos para aplicar en una situación determinada, en las que el papel de la democracia es anulado.

Dado que la práctica de diseño es un proceso complejo debido a los múltiples factores simultáneos que influyen en la toma de decisiones, por ejemplo: “contenidos, habilidades diversas, diseño de ambientes, etc. y esa combinación de requerimientos está, además, en función de

peculiaridades propias de cada área” (Sacristán, 1995, p. 347) es pertinente, que el profesor organice otros diseños más puntuales que permitan alcanzar los acuerdos, de modo que las agendas sean abordadas con fluidez y coherencia. Estos dos tipos de configuraciones de la práctica de aula que realiza el profesor en el nivel de moldeado del currículo, en esta investigación están reconocidos como diseño global y diseño local.

El *diseño global* configura aspectos generales de la enseñanza, tales como significados y modelos de aprendizaje, competencia, enseñanza, así como la distribución de alcances en periodos de tiempo dentro de un mismo grado escolar o transversal a ellos. Estos diseños, están concatenados al nivel de diseño del establecimiento educativo consagrado en la ruta de navegación dinámica, por ejemplo, los planes de estudio planteados en los Proyectos Educativos Institucionales (PEI) en el caso del sistema curricular colombiano.

El *diseño local*, por otra parte, tiene que ver con la materialización de tareas puntuales, con las que se pretende alcanzar los propósitos establecidos. Esta práctica del profesor implica pensar en la pluridimensionalidad del sujeto que aprende, la simultaneidad de los procesos que debe atender en el aula, impredecibilidad de acciones del estudiante, las fuerzas que cruzan el currículo, los propósitos formativos, las interacciones de los estudiantes dentro y fuera del aula, entre otras (Sacristán, 1995).

Ambos diseños configuran las múltiples oportunidades de aprendizaje y de movilización de competencias y una práctica curricular particular. Estas características, proponen centrar el proceso de enseñanza y aprendizaje en el sujeto que aprende, inmerso en una sociedad con características

particulares. Estos aspectos son relevantes y coherentes con una postura de competencias, que busca contribuir a un debate centenario sobre cómo superar una enseñanza enciclopédica y aún aprendizaje reproductor de contenidos, orientado a responder eficazmente en un puesto de trabajo o a los requerimientos la escuela. En contraste, “para el trabajo en el aula el modelo de competencias ofrece un énfasis en vincular los saberes con situaciones de la realidad” (Díaz-Barriga, 2011).

Un componente importante que emerge de estas características es la implicación en problemas personales y sociales del estudiante, los cuales tienen focos en diferentes contextos relacionados con prácticas socioculturales particulares. Razón por la cual, el estudio de estas prácticas, ya sea por los profesores individual o colectivamente, junto con el estudiante o con la comunidad, es indispensable para generar oportunidades de movilización de competencias matemáticas.

En síntesis, los dos tipos de diseños descritos anteriormente, componen la práctica de diseño de los profesores, la cual se estructura a partir de: 1). Las conceptualizaciones que construye el profesor para tomar un conjunto de decisiones que le permiten organizar sus prácticas docentes. 2). Las oportunidades de aprendizaje y movilización de competencias mediante tareas. 3). Las condiciones que le permitirán al estudiante acceder a dichas oportunidades. En este sentido, las tareas son los eslabones que configuran la arquitectura de la práctica, es decir configuran un diseño de las múltiples configuraciones que pueden plasmar los diferentes actores en un contexto determinado. Por lo tanto, estas tienen diferentes características de acuerdo con los factores que influyen en las decisiones que haya tomado el profesor.

De igual manera, las tareas orientadas a generar oportunidades de movilización de competencias están íntimamente relacionadas con el estudio de prácticas socioculturales, pero estas son asumidas con diferentes intensiones de acuerdo con la perspectiva que se decida asumir (ver apartado 2.4.2.1). Por lo anterior, en el siguiente apartado está abordada con más profundidad la relación entre tareas, contextos y prácticas socioculturales.

2.4.3.1 El Estudio de prácticas socioculturales para generar oportunidades de movilización de competencias matemáticas.

En el marco de las prácticas del profesor con orientación curricular, Sacristán (1995) reconoce que el estudio de factores asociados a la enseñanza y el aprendizaje debe abordarse teniendo en cuenta el contexto ya que este dota de significados las acciones de profesores y estudiantes. Para el caso particular del diseño, como se viene mostrando, las tareas son eslabones que configuran las oportunidades de aprendizaje y movilización de competencias en el estudiante. En particular, el contexto en el diseño de tareas permite configurar diversas prácticas ya que este permite identificar particularidades de todo tipo, entre ellas: sociales, ambientales, médicas, culturales, ambientales, políticas, económicas, arquitectónicas, geográficas, entre otras, las cuales encierran prácticas socioculturales que develan necesidades de formación no inmediatas.

Siguiendo a Raths (1971), Sacristán presenta algunas características de las actividades o tareas para hacer frente a diseños centrados en objetivos, entre ellas se resaltan:

- Dotar al estudiante de un papel activo, que involucra investigar, exponer, entrevistar, entre otros.
- Permitir la participación en investigación de ideas o resolver problemas personales y sociales relacionados con la verdad, la justicia o la verificación de hipótesis.
- Implicar al estudiante en la realidad.
- Separarse de tareas que tienen un solo camino de solución.
- Involucrar nuevos contextos.
- Permitir la reflexión sobre temas del ejercicio de la ciudadanía de los que son alejados.
- Plantear situaciones en la que el estudiante arriesgue el éxito inmediato y tenga que abordarlas varias veces y desde visiones diferentes.
- Dar la oportunidad de planificar en compañía de otros la forma de abordar la tarea.

De forma similar, siguiendo a Díaz- Barriga (2011) el enfoque por competencias en Educación requiere del cambio de la acción docente centrada en la organización de contenidos a una que vincule al estudiante con la posibilidad de vivir en un momento determinado en una sociedad particular como ciudadano comprometido y crítico, de esta manera, el trabajo escolar regresa a lo que debía ser desde sus orígenes: un laboratorio donde permanentemente se está buscando y elaborando la mejor estrategia para trabajar con un grupo específico de estudiantes, que tiene rasgos que no son repetibles y que interactúan en un momento único (Díaz- Barriga, 2011, p. 19).

Las visiones de los autores retoman la necesidad de analizar el contexto para vincular al estudiante con la necesidad de comprender y transformar las prácticas de riesgo de su contexto, sin embargo, como muestra Díaz- Barriga (2011) y en este documento en apartados anteriores, existen diferentes corrientes que direccionan el trabajo del profesor en el aula y fuera de ella, en el enfoque por competencias. Si bien es cierto que todas las perspectivas sobre competencias se centran en el sujeto que aprende, la diferencia está en cómo se considera este sujeto y el uso del contexto.

2.4.3.2 El diseño de oportunidades de movilización de competencias matemáticas.

En el caso concreto de las competencias matemáticas, la visión del sujeto, el uso del contexto y el diseño de tareas están íntimamente relacionados con su movilización, esta movilización se refiere a dos sentidos, uno es el significado de competencia y otro el nivel de competencia en el significado asumido (sobre la movilización se profundiza en el apartado 2.4.4). Esta relación es el centro del presente apartado.

El contexto en el diseño de tareas matemáticas es un tema abordado por la investigación en Educación Matemática (Blum, Galbraith, Henn, y Niss, 2007; Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa-Ochoa, 2014; Valero, 2002; 2012; Valero et al., 2015; Villa-Ochoa et al., 2017) y particularmente en el marco del enfoque por competencias (Solar, 2009; Valero, 2006; MEN, 2006); a partir de estas investigaciones está planteada una configuración de las características esenciales para el diseño de oportunidades de movilización de competencias matemáticas y la competencia matemática modelizar en la perspectiva crítica.

Valero (2002) identifica algunos significados del contexto en la investigación en Educación Matemática. El primero de ellos, el *contexto del problema* se puede asumir desde el contexto intramatemático relacionado con conceptos o procedimientos, pero también hace referencia a contextos con los que el estudiante debería tener cierta relación sin que se explore directamente. *El contexto de interacción*, está orientado a desarrollar la cooperación entre los estudiantes, necesaria para construir significados compartidos. La autora ubica estos significados en una noción cognitiva de competencias matemáticas, asociada particularmente al dominio de las matemáticas como aspecto fundamental que habilita al sujeto para una participación democrática. Este aspecto, es cuestionado por dotar las matemáticas de un poder especial no siempre usado adecuadamente (Skovsmose y Valero, 2000; Skovsmose, 1999).

En estos tipos de contexto, subyace la noción de competencia matemática cognitiva en la que el contexto también es el recipiente que incuba ciertos objetos, contenidos o estructuras matemáticas. Desde esta perspectiva, es suficiente para su movilización que el profesor o investigador diseñe y proponga tareas matemáticas con demanda cognitiva creciente o nivel de complejidad creciente (Solar, 2009; Solar, Deulofeu y Azcárate, 2012; Solar, 2008). Otras investigaciones complementan estas tareas con otros aspectos sociales como la interacción social, metacognitivos y afectivos (Maass, 2006; García et al. 2016; Cruz, 2013; Olmos y Sarmiento, 2013; Sánchez y Martínez, 2013).

Por otra parte, el *contexto situacional*, está relacionado con los aspectos sociales y culturales de los participantes, externos al aula pero que influyen en la negociación de significados

matemáticos en el aula. Por ejemplo, el idioma, las condiciones socioeconómicas de la familia, sin embargo, estos aspectos son minimizados en representaciones del macrocontexto, de modo que:

“Al restringir la amplitud del contexto y mediatizar la presencia de los elementos del macrocontexto que penetran las situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la escuela, esta visión del contexto corre el riesgo de despolitizar la Educación Matemática” (Valero, 2002, p. 6).

El *contexto sociopolítico*, permite, por otra parte, conectar el microcontexto con el macrocontexto desde la reflexión sobre el sujeto que aprende y los factores socioculturales que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas. Esta reflexión moviliza la perspectiva de sujeto cognitivo, el cual desarrolla competencias centradas en un sujeto político interconectado con realidades particulares que influyen en el deseo y el gusto por aprender y usar las matemáticas en la sociedad, así como el cuestionamiento de este uso y la influencia que tiene en su vida.

En un contexto sociopolítico, el sujeto se enfrenta entonces con movilizar una competencia matemática crítica, que tiene como centro el ejercicio de los valores democráticos como se describió en el apartado 2.4.2.1.3. Sin embargo, la acción docente para movilizar este tipo de competencia matemática requiere transformar las prácticas existentes, lo que implica repensar nuevas situaciones de enseñanza y aprendizaje, así como las posibles configuraciones de dichas oportunidades y las formas de participación de los estudiantes en dicha configuración. En este sentido, la aproximación hacia nuevas prácticas de diseño, requiere de un proceso paulatino de

transformación ya que, en este proceso, pese a los estudios que se preocupan por indagar las relaciones entre matemáticas, democracia y justicia social (Vithal y Skovsmose, 2012) existe cierta resistencia- silencio crítico- de los profesores para emanciparse de las prácticas habituales.

Por lo tanto, la sugerencia es acompañar el trabajo de imaginar nuevas situaciones “donde se pueden llevar a cabo las relaciones democráticas y el desarrollo de competencia matemática crítica [es posible con] la interacción constante entre lo “actual”, lo “imaginado” y lo “arreglado” —o diseñado” (Valero et al., 2015, p. 9).

De acuerdo con el recorrido anterior sobre el uso del contexto en Educación Matemática y la necesidad de arriesgarse en la construcción de oportunidades de aprendizaje diversos que vinculen al sujeto político con las posibilidades de transformación de las condiciones socioculturales que influye en su deseo de aprender matemáticas, es importante buscar dentro de los contextos, diversas prácticas socioculturales de riesgo. Esta noción de práctica, es planteada a partir de lo propuesto en Jaramillo (2011) de práctica social como:

... toda acción o conjunto intencional y organizado de acciones físicas-afectivas-intelectuales realizadas, en un tiempo y espacio determinados, por un conjunto de individuos, sobre el mundo material y/o humano y/o institucional y/o cultural; acciones estas que, por ser, siempre, y en cierta medida, y por un cierto período de tiempo, valorizadas por determinados segmentos sociales, adquieren una cierta

estabilidad y se realizan con cierta regularidad (Miguel y Miorim, 2004. Citado en Jaramillo, 2011, p. 165).

De acuerdo con esto las prácticas socioculturales de riesgo son acciones de las personas o de algún tipo de organismo social que incurre en un riesgo latente de vulneración a los derechos fundamentales de las personas y que debido a su presencia de largo aliento se convierten en ideologías que someten a los ciudadanos.

Conectando esta noción de práctica de riesgo con la perspectiva sociopolítica de la Educación Matemática particularmente con el significado que busca indagar “cómo la gente usa las matemáticas y la Educación Matemática en discursos particulares y sobre los efectos que esos discursos tienen en las prácticas sociales y, en consecuencia, en las vidas de la gente” (Valero, 2012, p. 15) y con la necesidad de explorar nuevas configuraciones de oportunidades de movilización de competencias, es adecuado pensar en analizar las siguientes prácticas sociales:

- Prácticas de la familia y exigencias de los padres a la escuela (en matemáticas),
- Prácticas de la comunidad local y sus necesidades educativas (en matemáticas),
- Prácticas de mercado laboral y expectativas sobre las cualificaciones matemáticas de los trabajadores,
- Prácticas culturales de la juventud,
- Prácticas de los medios de comunicación y construcción de discursos públicos sobre las matemáticas (Valero, 2012, p. 19).

Realizar tal abordaje, es posible si se consideran algunas herramientas de configuración de nuevas prácticas de diseño, en concordancia la arqueología matemática (Skovsmose, 1999) y de cartografía social (Barragán y Amador, 2017; López, 2018) son postuladas aquí como dos posibilidades coherentes, especialmente por las oportunidades de participación ciudadana que brinda a las personas y por otra parte porque permite que el centro de los diseños pase, en primer lugar, de los contenidos a las prácticas y de la acción individual del profesor, en el mejor de los casos, a una visión compartida con el estudiante y la comunidad. De modo que abordar el análisis de tales prácticas “concernientes a las matemáticas y su relación con el significado de la educación matemática tiene por tanto una significancia social y política, incluso si no hay un contenido matemático involucrado de manera evidente” (Valero et al., 2012, p. 22).

Una aproximación del profesor a una emancipación de su práctica de diseño es considerar otras posibilidades, entre ellas realizar una arqueología matemática (Skovsmose, 1999). En la Educación Matemática Crítica uno de los aspectos principales es identificar, cuestionar y emprender acciones de transformación de estas prácticas a partir de la reflexión entre democracia y formación matemática. Con lo que se refiere a niveles diferentes de necesidades democráticas, por ejemplo, aquellas relacionadas con la discriminación en el acceso a la educación formal, pero también con fortalecer el ejercicio de valores democráticos tales como la justicia social o la equidad. De esta manera, la arqueología matemática está orientada a concretar posibilidades de “ejercer una ciudadanía que pueda comprender y criticar el funcionamiento de una sociedad altamente tecnologizada” (Skovsmose, 1999).

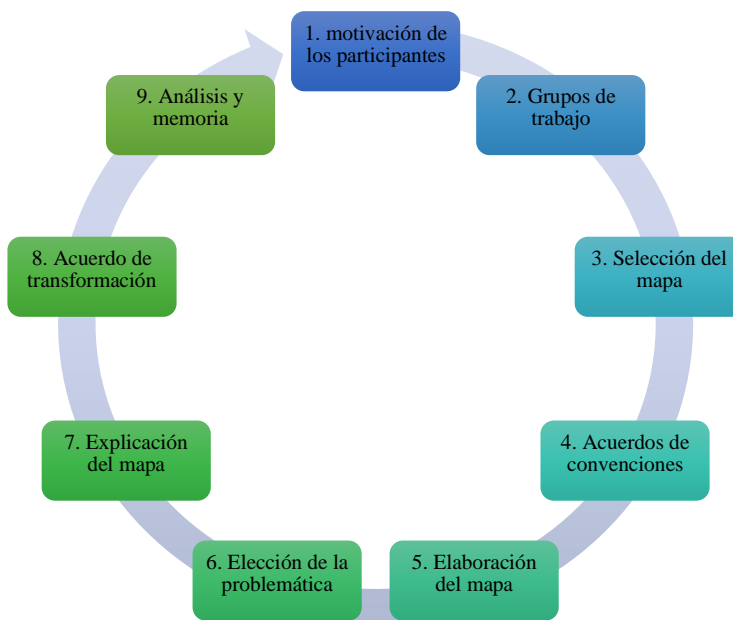
Para poner en funcionamiento la arqueología matemática, el profesor individualmente o en cooperación con sus colegas o con los estudiantes, involucra el conocer reflexivo con la construcción de escenarios. Por una parte, el conocer reflexivo formado por la interrelación entre: conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo, permiten reconocer las prácticas disfrazadas de naturalidad, es decir aquellas que pretenden verse como acciones naturales inamovibles en vez de construcciones sociales transformables. Muchas de estas prácticas son en términos de modelos matemáticos que “no sólo han traído progreso y bienestar a la humanidad, sino que también han estado implicados en la generación de estructuras de riesgo y catástrofes naturales y sociales” (Valero et al., 2015, p.5).

La movilización de la competencia crítica implica así el conocer reflexivo, pero este debe involucrar al estudiante en un ambiente rico y significativo, por lo cual Skovsmose propone la construcción de *escenarios* o *ambiente de aprendizaje* (Skovsmose 1999; 2008). Ellos involucra la disposición, la persistencia y la participación del estudiante en el proceso de develar las prácticas de riesgo y la construcción de arqueologías matemáticas, estos aspectos permiten tomar una práctica social para identificar las matemáticas presentes y su funcionamiento en la sociedad, en este marco, una estrategia para promover aspectos metacognitivos del proceso de modelización es usar preguntas orientadoras relacionadas con cada fase del proceso, sin embargo es pertinente llamar la atención sobre la posibilidad de regresar a la práctica y reflexionar sobre su participación en ella para contribuir a su transformación. Ya que, la participación del estudiante en la práctica social de riesgo suele restringirse a su interacción y a la comprensión de la misma para construir un modelo matemático, sin llegar a tener una participación ciudadana directa, de modo que le permita tomar parte en las posibilidades de transformación. Por esto, se plantea el uso de la

cartografía social pedagógica como una alternativa para configurar las oportunidades de movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica.

Si el proceso de movilización se asocia con la identificación de prácticas de riesgo alrededor de prácticas sociales, la cartografía social pedagógica permite a los participantes la posibilidad de estudiarlas y seleccionarlas de manera libre y autónoma (Barragán y Amador, 2017; López, 2018). Para estos autores, la cartografía social aplicada al ámbito educativo se constituye en una opción de trabajo en el aula, con el propósito de tener un acercamiento del contexto inmediato, develando significaciones de las prácticas de riesgo entre los ciudadanos (López, 2018). De manera similar, Barragán y Amador (2014) consideran que la cartografía social es una herramienta metodológica que a partir del ejercicio de mapeo dilucida situaciones de riesgo, necesidades, experiencias del pasado y relaciones con el territorio. Para la puesta en práctica de esta herramienta en el campo educativo, estos autores diseñan una ruta compuesta por nueve fases que conducen a “comprender la realidad y lograr transformaciones concretas” (Barragán y Amador, 2014, p. 133). Estas fases son: motivación de los participantes, grupos de trabajo, selección del tipo de mapa, acuerdo de convenciones, elaboración del mapa, explicación del mapa, Selección del tipo de problemática, acuerdos de transformación, análisis de los mapas y memoria de la cartografía. En el siguiente gráfico está representada una configuración cíclica.

Figura 2.12. *Fases de la Cartografía Educativa*



Fuente. Adaptado de Barragán y Amador (2014)

La cartografía social pedagógica como estrategia para develar prácticas sociales de riesgo se articula con la posibilidad de generar oportunidades de ejercicio de crítica y valores democráticos a partir de la participación ciudadana, es decir el sujeto político y crítico además de comprender del uso de las prácticas de riesgo y las matemáticas involucradas en ellas puede concretar acciones diversas relacionadas con: develar y cuestionar a las autoridades y los actores principales de dichas prácticas en busca de posibilidades concretas de transformación por diferentes vías (campañas, acciones ciudadanas, acciones de grupo, talleres con las comunidades involucradas, entre otras).

Así las cosas, la autoría de las tareas se ha compartido, no son formuladas únicamente por los profesores ahora son democratizadas y especialmente no son pensadas para un contenido matemático particular si no dirigidas hacia la participación ciudadana. Asumir esta postura de las

competencias matemáticas, además de influir en los cambios de las prácticas de diseños, lo hace en las prácticas evaluativas sin lo cual no tendría sentido asumir esta postura. En el siguiente apartado se presentan aspectos de las prácticas evaluativas del profesor en este marco competencial.

2.4.4 Los actos evaluativos en la competencia matemática modelizar crítica

El marco de la noción de práctica curricular que indaga esta propuesta, reconoce el acto de evaluar cómo las acciones del profesor para emitir juicios y tomar decisiones en torno al proceso de aprendizaje de los estudiantes y para acompañar el proceso de movilización de competencias. Al respecto, Sacristán (1995) considera que es importante indagar: “Los mecanismos que desarrollan los docentes en el acto de evaluación son tanto más decisivos, por cuanto todas las funciones de la evaluación dependen de la que realizan estos sobre los alumnos”. (p. 376).

Este acto de evaluar descrito por el autor, recoge dos etapas de la enseñanza, según el autor una es *postactiva* y la otra *interactiva*. La etapa postactiva, en la que se quiere comprobar la efectividad de la enseñanza, tradicionalmente está vinculada a procesos de evaluación que pretenden evidenciar niveles de aprendizajes y progresos en las competencias. Estos procesos están orientados por políticas del sistema de enseñanza y la posición que asuman los profesores sobre estos aspectos. Por otra parte, la etapa interactiva en la que se recopila y analiza la información sobre cómo avanzan los estudiantes en su aprendizaje y nivel y significado de competencia, respecto a las tareas planteadas (Sacristán, 1995). Ambas etapas conforman una suerte de evaluación continua, a la cual subyace el proceso de gestión de aula. Este último, emerge de la

necesidad de implementar el diseño y de analizar la información de la actividad del estudiante ante tareas con diferentes intereses (no neutral) e intenciones como base para la toma de decisiones sobre nuevas tareas que contribuyan a superar las necesidades particulares de los estudiantes y movilizar competencias.

Para Sacristán (1995), el acto de evaluar se conforma de tres aspectos: *el evaluador* en relación a la selección de información y su uso en la toma de decisiones; un *producto real*, físico o no; y *mediación*. En este modelo, la *mediación* a partir de un modelo particular de evaluación es planteada como el componente central, ya que, en la interacción con los estudiantes en torno a tareas, el profesor dispone de múltiples acciones para apoyar a los estudiantes en sus procesos de movilización de competencias. Acciones que obedecen a diferentes modelos evaluativos y didácticos presentes en los profesores y que condicionan el tipo de información asumida como relevante. Es así como el autor se posiciona en la evaluación como un “proceso de comparación entre las producciones a evaluar – y por extensión, de cualquier conducta a valorar- con un modelo de referencia inscrito en el marco de las estructuras cognitivas del evaluador” (Noizet y Caverni citado en Sacristán, 1995, p. 380).

En el componente modelos *del evaluador*, por ejemplo, no se puede desconocer la realidad a la que se ve sometido el profesor, cuando se le impone la obligación de obtener resultados en pruebas estandarizadas y a la vez cumplir con objetivos institucionales que tienen que ver más con una formación para el ejercicio de la ciudadanía, la democracia, equidad o justicia social; valores que fundamentan los proyectos institucionales. La complejidad es evidente, en los modelos de evaluación inherentes a lo solicitado, por un lado, la evaluación estandarizada y por otro la

evaluación formativa con orientación al ejercicio de la ciudadanía crítica. Ambos modelos de evaluación requieren la selección de información diferente, ya que el modelo de referencia es diferente en cada caso, lo que genera un conflicto en el profesor.

De esta manera, en esta investigación se comparte la postura de evaluación como proceso de comparación. Pero reconociendo, que el profesor también es un sujeto político que hace uso de procesos de reflexión que influyen en sus decisiones y que le permiten adoptar un enfoque de competencia y rechazar otros y como consecuencia dar relevancia a cierta información más que otras. Así mismo, respecto a los *productos a evaluar* la perspectiva de competencia asumida le permite establecer productos a priori, productos parciales formulados por el profesor o productos parciales acordados con los estudiantes.

A este acto de comparación de las producciones de los estudiantes y de las tareas mismas en relación a las necesidades de los estudiantes en términos de la movilización de competencias se denomina en esta investigación como *acto evaluativo competencial*. En este modelo de acto evaluativo son considerados los elementos propuestos en Sacristán (1995) pero se incluye la noción de contingencia, ya que como se ha planteado, este proceso de evaluación en la faceta activa, consiste en recabar información de los estudiantes para generar nuevas tareas que movilicen los aprendizajes y las competencias. Promover esta movilización tiene relación con las acciones de contingencia, que pueden ser improvisadas a partir del conocimiento y la reflexión del profesor (Solar, 2014) o planificadas con más cuidado para una próxima clase; esta resulta de mayor interés para la presente investigación. En este sentido, el acto de evaluación se configura a partir de: memorias, productos, modelo de referencia y contingencias.

El componente *memorias* se refiere a cómo el evaluador o evaluadores generan criterios y acuerdos de evaluación, explícitos o implícitos, por ejemplo: es suficiente con terminar la tarea para dar la valoración, por lo general dicotómica; o se establecen criterios en los que se consideran aspectos en su realización o criterios de calidad en relación al proceso de evaluación. Este componente también se refiere al proceso de recolección de información para realizar las contingencias o la valoración final. Este proceso en su amplitud requiere el uso de técnicas e instrumentos diversos (observaciones, notas, rúbricas, etc.), no solo la idea superficial y subjetiva acerca de la actividad del estudiante.

Por otra parte, el componente *producto* se relaciona con los aspectos que se consideran indispensables para el desempeño ideal, no sólo en relación a aspectos cognitivos, también metacognitivos, de tendencia de acción y de participación ciudadana. Este aspecto, está íntimamente ligado al tipo de contenido curricular que cada profesor decide resaltar con más fuerza, lo que permite evidenciar las posiciones epistemológicas del profesor. La relación entre la cantidad de aspectos asociados al desempeño y los tipos de significados de competencia modelizar complejizan el acto de evaluación porque de esta manera el profesor debe considerar modelos más amplios para comparar las producciones.

El modelo de referencia de la mediación por otra parte, se refiere a las posiciones teóricas que tiene el profesor sobre las competencias y las condiciones para su movilización, estas posiciones le sirven de guía para la construcción de instrumentos de valoración del nivel de

competencia asociados a significados particulares de la misma. Por ejemplo, para la movilización de la competencia en una visión sociocrítica, el profesor puede generar como criterio de evaluación diversos aspectos asociados a la investigación en modelización crítica, tales como la comprensión de prácticas de riesgo a una comunidad particular, el ejercicio de la argumentación y la réplica en el ejercicio de valores democráticos. Otro aspecto, en el que se evidencian los modelos de referencia del profesor es precisamente los marcos de evaluación que prefieren los profesores por ejemplo pueden preferir la evaluación como una actividad final o por el contrario la evaluación continua y formativa.

En el marco de este modelo de acto evaluativo del profesor, la *contingencia* constituye otro componente fundamental, aunque es usado en modelos de conocimiento matemático del profesor (Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005) y como componente de la gestión de competencias matemáticas (Solar y Deulofeu, 2014); en este estudio posibilita la interacción del profesor con los estudiantes y la comunidad, como agentes de las prácticas sociales, en la movilización de la competencia matemática modelizar. Este concepto, es importante en este modelo por el vínculo nutrido con la evaluación formativa que desafía los juicios excluyentes tal como operan las pruebas estandarizadas. En este plano, la contingencia es entendida como “la dimensión que se centra en las acciones del profesor en momentos imprevistos e inesperados” (Solar y Deulofeu, 2014, p. 320), en otras palabras, para Rowland et al., (2005), la contingencia hace referencia a la capacidad de *pensar en pie* sobre eventos “casi imposibles de predecir” (p. 264). Este componente del acto evaluativo, asume particularmente las acciones de responder a las ideas de los estudiantes y desviación de la agenda, en el entendido que contribuyen a formar o fortalecer la deliberación y el

juicio de acuerdo a los marcos de referencia del profesor. Además, porque constituye un marco dialógico entre el estudiante y el profesor; aspecto indispensable para la evaluación formativa.

Las acciones que tienen lugar en la comprensión de las ideas del estudiante con el objetivo de construir significados socialmente, puede en algún momento alterar la agenda o la planeación del profesor sin embargo esto no es entendido como una falla curricular todo lo contrario, muestra un currículo centrado en las necesidades del estudiantes, en la construcción de significados compartidos, en el diálogo y el debate; en síntesis caracteriza un currículo crítico (Grundy, 1994) y como consecuencia, favorece la evaluación formativa no sancionatoria ni excluyente (Moreno, 2016).

En el escenario de la contingencia, las acciones del profesor pueden ser improvisadas pero fundamentadas en el conocimiento del profesor sobre los objetos de enseñanza y su didáctica, para responder a las ideas de los estudiantes. Sin embargo, es posible que el tratamiento de estas acciones imprevistas genere una desviación de la agenda más amplia y por tanto implique, en parte, modificar las planeaciones. Esta contingencia constituye una oportunidad para apoyar la movilización de competencias particularmente por las diferentes estrategias que puede usar el profesor, entre ellas la formulación de preguntas, el uso de representaciones, el cuestionamiento de prácticas sociales, la organización de acciones de participación ciudadana, el uso de diferentes procesos de modelización, entre otras.

En relación con el acto evaluador del profesor respecto a la movilización de la competencia matemática modelizar, se plantea el modelo descrito anteriormente reconociendo la posibilidad de movilización en dos direcciones, una vertical que implica movilizar la CMM en un significado particular y una dirección horizontal en la que la CMM se moviliza hacia significados diferentes (por ejemplo de la perspectiva social a la crítica) aunque este transitar no es lineal, dependiendo a familiaridad e intereses de los profesores con esta competencia es posible un transitar entre estos significados con diferentes lógicas de desplazamiento.

En relación con la movilización de la CMM en la dirección vertical presenta un modelo complementario entre las propuestas de Henning y Keune (2007), Jensen (2007) y Tekin-Dede y Bukova-Güzel (2018), en el que es prioridad *valorar* el criterio de progreso del estudiante de acuerdo con diferentes aspectos del proceso de modelización, entre ellos: autonomía, integración de aspectos de la modelización y nivel de dominio de las fases de modelización respectivamente. En la propuesta de Henning y Keune (2007) la valoración del desarrollo de la competencia matemática modelizar, se puede caracterizar en tres niveles: 1). Reconocimiento y organización del proceso de modelización. 2). Modelización independiente. 3). Meta-reflexión sobre la modelización. Mientras que en Niss y Jensen (2006) y Jensen (2007) el desarrollo de CMM se establece a partir de su modelo tridimensional compuesto de: grado de convergencia, radio de acción y nivel técnico. Mientras que Tekin-Dede y Bukova-Güzel (2018) reconoce la necesidad de establecer niveles de dominio de cada fase del proceso de modelización con el fin de guiar al estudiante a fortalecer la perspectiva cognitiva del proceso.

Los aspectos metacognitivo y afectivo son evidenciados por el estudiante al enfrentar las oportunidades y estrategias de movilización de la CMM que tienen relación especialmente con la movilización de la competencia matemática crítica y a la oportunidad de participación ciudadana. Como se describió en el 2.4.2.1 este tipo de evaluación está orientada por la democratización del aula, que se interpreta aquí como el reconocimiento de la interacción entre sujetos políticos que permiten difuminar las relaciones de poder en el aula y extender la comprensión del alcance de las prácticas socioculturales.

Conforme se presentó al inicio de este apartado, la evaluación formativa entendida como aquella que diseña el profesor para acompañar su movilización en el aula, puede servir a diferentes horizontes dependiendo del significado de competencia que haya incorporado en sus prácticas. De tal suerte que puede ayudar a llevar a cabo el proceso de modelización para configurar un concepto o procedimiento matemático o puede ayudar a valorar un proceso de interacción y participación en la construcción de significados matemáticos pero también puede acompañar el proceso de problematizar y leer el mundo, cuestionar prácticas y decisiones tanto propias como de otros y a construir en un proceso dialógico y reflexivo acuerdos y acciones de transformación justas, equitativas, respetuosas y afables. En este escenario, un caso particular sería ayudar a los sujetos políticos a transitar por todos dependiendo de su necesidad.

3 METODOLOGÍA

3.1 Perspectiva metodológica

El objetivo principal de la investigación fue comprender los aspectos centrales que configuran la práctica curricular cuando se promueve la movilización de la competencia matemática modelizar crítica. Esto implicó: 1). Promover, acompañar e identificar los procesos de la reflexión y los niveles de participación puestos en acción por parte de los profesores en ejercicio cuando convergen en promover un significado particular de competencia matemática modelizar; 2). Caracterizar los aspectos considerados como relevantes para el diseño de tareas orientadas a promover esta competencia y el acompañamiento en ese proceso; 3). Establecer los componentes movilizados y las relaciones con los componentes de la práctica curricular que configuran estrategias de movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica.

Plasmados los intereses de la investigación, se consideró coherente tomar partido por un enfoque interpretativo en Ciencias de la Educación, ya que este busca:

“...clarificar, con métodos científicos, los sentidos y significados orientados a hacer posible el análisis y discusión intersubjetiva y ayudar precisamente a los que actúan y deciden didácticamente, ya se trate de los planificadores del curriculum, los profesores o los alumnos, a tomar conciencia sobre qué y en qué condiciones históricas deciden y actúan y qué subyace en sus decisiones, consideraciones y acciones” (Kalfki, citado en Jiménez y Serón, 1992, p. 9).

De forma complementaria, Ñaupas, Valdivia, Palacio y Romero (2018) confirman que en el enfoque cualitativo el centro está en “comprender la complejidad, el detalle y el contexto” (p. 378). Asumiendo de esta manera su carácter, interpretativo, inductivo, multimetódico y reflexivo. De manera análoga, Hernández, Fernández y Baptista (2010) plantean que el enfoque cualitativo se concibe como “un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo “visible” lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos” (p.10). Algunas de estas prácticas interpretativas son, por ejemplo: observar prolongadamente, describir, relacionar datos, categorizar, proponer una configuración de los significados otorgados y las razones por las cuales lo hacen de esa manera.

Las investigaciones en el enfoque cualitativo se pueden clasificar de acuerdo al propósito de la investigación, los cuales pueden ser: predecir, comprender, emancipar y deconstruir. En particular, las investigaciones que tienen por objetivo comprender la realidad, las actuaciones de las personas y lo que motiva dichas actuaciones, se pueden abordar desde los enfoques interpretativo, naturalista, constructivista, fenomenológico, hermenéutico, interaccionismo simbólico y etnografías (Lather, 1992). Principalmente, el enfoque interpretativo se nutre de disciplinas enmarcadas en el paradigma hermenéutico como: la etnografía, la psicología ecológica y la sociología del currículo porque sus objetivos están orientados precisamente a comprender los significados que los sujetos les asignan a fenómenos específicos (Jiménez y Serón, 1992). Estos autores también, consideran que las metodologías coherentes con este enfoque se caracterizan por presentar situaciones naturales, considerar la figura del investigador como fundamental, ser descriptiva y minuciosa, centrar el interés de la investigación en el proceso de comprender, generar

un proceso espiral para el análisis de los datos y tener en mente que el interés principal es construir significados.

Rodriguez, Gil y García (1999) sugieren que para ubicar una propuesta investigativa en un tipo particular de investigación se deben preguntar los propósitos de la investigación, la naturaleza del fenómeno a investigar, el lenguaje usado y los cuestionamientos centrales de cada tradición investigativa y del investigador mismo. Teniendo en cuenta lo anterior, esta investigación tuvo entre sus propósitos comprender los aspectos configurantes de una práctica curricular orientada a movilizar la CMM sociocrítica, el interés no es medir el nivel de competencia ni, ni clasificar la competencia de los estudiantes o la actuación de los profesores, tampoco es construir un modelo que se pueda aplicar en todos los contextos. Es más bien, indagar, identificar y analizar que motiva esa práctica a partir de las lecturas que realizan, cuestionamientos que formulan respecto a sus prácticas, las trayectorias de sus procesos de reflexión y participación, las formas de construir acuerdos y las resignificaciones que subyacen cuando convergen en acciones comunes como movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica. Para lograr esto, se requirió: permanecer durante un largo periodo en esa comunidad, interactuar prolongadamente con los participantes de la investigación en su contexto, documentar lo que para ellos significa la competencia implicada en el estudio y sus propias acciones cotidianas en el ejercicio de la enseñanza de las matemáticas escolares. Estos intereses, claramente se ubican en la investigación cualitativa de corte interpretativo que busca identificar, caracterizar, analizar, configurar y en ultimas comprender tanto la práctica curricular como la misma competencia matemática modelizar movilizada.

Otra característica de los estudios interpretativos identificada por González (2001) es su carácter democrático, el cual es visible en la relación cooperativa entre el investigador y los

participantes y en la contribución a la toma de conciencia sobre la propia existencia y práctica que el proceso investigativo genera en los participantes. En este sentido, comprender los significados compartidos sobre la competencia matemática modelizar sociocrítica en el desarrollo de la práctica curricular no fue un hecho privado, por el contrario, fueron sometidos continuamente al consenso y continuas reinterpretaciones de las creencias, actitudes y razonamientos, en el marco de un proceso dialógico entre los participantes y el investigador.

3.2 El método

Como se expuso en los capítulos anteriores, el desarrollo de la competencia matemática modelizar, está asociado a la interacción del estudiante ante tareas de modelización con características específicas y a la gestión del docente desde el aula (Solar, 2018), estos dos aspectos involucran diferentes elementos de la práctica curricular, entre ellos: el diseño de tareas de modelización, la evaluación y el acompañamiento de la movilización de la competencia pero también el análisis y la reflexión sobre múltiples aspectos que influyen su práctica (por ejemplo documentos curriculares, políticas, obligaciones institucionales, formación del profesor (la lista puede ser larga). Esta relación entre práctica curricular y movilización de la competencia matemática modelizar, lleva a formular nuestra pregunta de investigación, de la siguiente manera: *¿Cómo se articulan los aspectos centrales de la práctica de los profesores en una perspectiva curricular para movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica?* En consecuencia, el objetivo de la investigación centró la atención en “Configurar las prácticas curriculares usadas en la movilización de la Competencia Matemática Modelizar Sociocrítica”.

Comprender las configuraciones de la práctica curricular cuando existe un interés por promover la competencia matemática modelizar crítica implicó un examen detallado, comprensivo, sistemático y en profundidad de los procesos de reflexión, diseño y evaluación entorno a la movilización de la CMMC. Estos procesos no fueron inmediatos ni lineales, todo lo contrario, fueron procesos cíclicos, espirales e irregulares, los cuales, se generaron de forma consiente por los profesores. Por lo expuesto aquí, existió convergencia entre los métodos de Investigación – Acción y el estudio de caso.

La investigación – Acción emergió de la dinámica educativa, ya que como se argumenta en párrafos posteriores, debido al reconocimiento de la necesidad de formación en aspectos que permitieran dar mayor relevancia a la modelización matemática en el aula, se consolidó un espacio de formación en el que se llevaron a cabo ciclos de reflexión, diseño, implementación, evaluación durante un periodo amplio de tiempo (Sousa, 2009; Bernal, 2010; Cerda, 2007; Rodríguez, Gil y García, 1999). Por otra parte, el estudio de caso, de acuerdo con Yin (2009), Yacusi (2005) y Martínez (2006) permitió la observación prolongada, así como plasmar una narración y un análisis en profundidad de las acciones, concepciones e interacciones de los profesores lo que permitió, explorar, interpretar y representar las configuraciones de práctica curricular para movilizar la CMMC.

Así mismo, Merriam (1998) considera que el estudio de caso es: particularista, descriptivo, heurístico e inductivo. En este sentido, la movilización de la competencia matemática modelizar (CMM) tiene que ver con la acción de diferentes actores, el profesor, el estudiante, las políticas del sistema educativo, entre otras posibilidades. Sin embargo, al contemplar la complejidad de lo que significa establecer configuraciones de las prácticas curriculares el interés está centrado en el

profesor. En otras palabras, Ortiz (2016) sostiene que la configuración viene de la mano con la distinción de elementos que hemos decidido distinguir. En dicha distinción reconoce dos elementos simbióticos y conmutativos, lo distinguido y lo excluido o el entorno. En la particularidad de esta investigación, esto quiere decir que pueden suceder dos cosas, la primera es considerar la práctica curricular como el sistema y la competencia matemática modelizar como el entorno. En la segunda, la competencia matemática modelizar es el sistema y el entorno estaría constituido por la práctica curricular.

Tomar partido por alguna de las dos, depende de la necesidad del observador en relación al problema de la investigación; de acuerdo con esto, la investigación toma la primera opción. Esto quiere decir que la práctica curricular es tomada como una estructura con diversos componentes que son dispuesto de maneras particulares con intención de movilizar la competencia matemática modelizar. Sin embargo, establecer las configuraciones consistió también en identificar las operaciones relacionales que surgen entre lo distinguido y el entorno, tales como: entrelazamientos, diferenciaciones, interconexiones, ausencias y acontecimientos. De esta manera, “la noción de configuración evoca un conjunto de relaciones entrelazadas que distinguen a su vez configuraciones de menor orden” (Ortiz, 2016, p. 4).

Teniendo como base esta propuesta de configuración y el marco conceptual, el estudio de caso concedió la oportunidad de comprender las relaciones entre cada componente de la práctica curricular y la competencia matemática modelizar crítica, por ejemplo: entre la reflexión y la movilización de la CMM, entre el diseño y la movilización de la CMM y entre el acto de evaluar y la movilización de la CMM. Establecer estas relaciones significa, que la configuración es una

unidad holística que asume un conjunto de configuraciones, en esta investigación la configuración de la práctica curricular distingue algunos elementos, pero es posible que existan otros que no son tenidos en cuenta aquí. De igual manera, la CMM admite múltiples significados otorgados por los profesores en las movilizaciones y las relaciones que suscitan de la cotidianidad institucional y las particularidades mismas de cada profesor, de allí la necesidad de analizar a profundidad la multiplicidad de sus actuaciones y aquello que las motiva.

3.3 Diseño de la Investigación

El diseño de la investigación se orientó por lo propuesto en Ñaupas et al., (2014) en cinco etapas: diseño, estudio piloto, recolección de datos, análisis de datos y escritura del informe. A continuación, se describe este proceso.

3.4 Diseño

El diseño tiene dos objetivos, el primero se relaciona con formular preguntas que indaguen por el ¿cómo? y ¿por qué? Segundo, identificar y delimitar el caso. Para enunciar estas preguntas, la revisión de antecedentes, la experiencia como profesor tutor del Programa Todos a Aprender (PTA) y los diálogos que tuvieron lugar con integrantes de los grupos de investigación COMAT de la Pontificia Universidad Católica de Chile, Desarrollo Institucional Integrado de la Universidad de la Amazonia y de la Red Colombiana de Modelización Matemática (RECOMEN), contribuyeron a identificar que existe un vacío en el estudiar las prácticas de diseño, evaluación y

gestión de la competencia matemática modelizar crítica y el conjunto de significados de esta que hacen posible su continuidad curricular, a partir de lo cual se plantearon las preguntas y objetivos de investigación planteados en la sesión 1.4. Las preguntas formuladas, también obedecen a un proceso de esclarecimiento de las configuraciones relacionales entre la CMMC y los componentes de la práctica curricular como se mostró en la justificación del método (sesión 3.2). En relación con el segundo propósito del diseño, primero se presenta el contexto institucional en el que se desarrolló la investigación y posteriormente las características del caso y las categorías de análisis.

3.4.1 El contexto

La investigación se realizó en una institución pública rural del municipio del Pital en el departamento del Huila, debido a la oportunidad de acceso del investigador por la vinculación como profesor del área de matemáticas en la institución desde el año 2015 y como tutor del Programa Todos a Aprender (PTA) desde el año 2016, este rol como compañero de trabajo y tutor permitió conocer el contexto y las preocupaciones de los profesores sobre como contribuir al desarrollo del aprendizaje y de las competencias matemáticas, aunque sus creencias y conocimiento sobre las competencias matemáticas se concentraban en la evaluación estandarizada, por ser uno de los aspectos con el cual el Ministerio de Educación Nacional (MEN) mide el índice de calidad de la institución. Esta institución ofrece formación en modalidad académica, aunque hay un énfasis en gestión de proyectos de emprendimiento a partir del uso de los derivados del café en los niveles educativos de básica secundaria y media, la población estudiantil proviene de familias dedicadas a la comercialización del café, mayormente de niveles socioeconómicos 1 y 2; la mayoría de ellos

proviene de veredas cercanas, con la intención de completar la formación académica y así continuar con procesos de formación laboral.

En el Proyecto Educativo Institucional (PEI) se plantea, en la visión y misión, la formación por competencias con el fin de generar oportunidades de aprendizaje que les permita a los estudiantes transformar su entorno y contribuir al desarrollo personal, social y económico. Particularmente la asignatura de matemáticas presenta, en el plan de área, la intención de formar a partir del enfoque por competencias, específicamente se instala en las competencias matemáticas formular y resolver problemas y modelizar.

La asignatura, es orientada por un grupo de tres profesores de los cuales, el profesor Fabio es licenciado en matemáticas con un posgrado en Educación, la profesora Adriana es ingeniera industrial con posgrado en Educación y finalmente, la profesora Yenny es ingeniera de sistemas. Este equipo de profesores, ofrece el servicio educativo a niños de edades entre 11 y 17 años, distribuidos en grados de escolaridad correspondiente a los niveles de Básica Secundaria (grados 6 a 9) y de Educación Media (grados 10 y 11). Cada docente, de la institución educativa rural Nuestra Señora del Socorro, es responsable de 40 horas semanales de actividades institucionales de las cuales 30 son para docencia directa, el resto debe distribuirse en otras actividades tales como el diseño de la planeación, la evaluación, la construcción de planes de mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes, atención a padres de familia, formación autónoma, reuniones de profesores, entre otras actividades.

En el marco de las múltiples tareas de los profesores, existe un espacio denominado reunión de área destinado para la reflexionar y generar acuerdo frente a sus prácticas y deberes institucionales, las prácticas en este espacio tenían la particularidad de limitarse a identificar temas a enseñar al inicio de año escolar, revisar el número de estudiantes que reprobaban cada periodo académico (de 10 semanas) y distribuir tareas para cumplir con las obligaciones institucionales. Sin embargo, constituyó un espacio importante para reflexionar sobre su práctica a partir de preguntas relacionadas con ¿Cómo contribuye la CMM a los propósitos de formación en matemáticas escolares? ¿Cuáles podrían ser las prácticas curriculares para movilizar esta competencia? Estas preguntas, permitieron consolidar un colectivo de reflexión y formación continua.

Este proceso de formación constituye un ambiente de reflexión, formación y participación de los profesores frente a sus prácticas de diseño, gestión y evaluación para la movilización de la CMMC, este ambiente fue estructurado inicialmente en dos etapas a lo largo del año lectivo 2019, una de formación teórica y otra de práctica. Sin embargo, la dinámica de la cotidianidad del profesor, requirió repensar este espacio en congruencia con la naturaleza del proceso de investigación- acción participativa asumida en Ñaupas, Mejía, Novoa y Villagómez (2104), a través de etapas continuas y espirales, de modo que la reflexión, la construcción de significados y la implementación condujeran a procesos de autonomía (Lora, 2013; Ventosa, 2018). Por esta razón, se prefirió cambiar de curso a *espacio de formación continua* para la movilización de la CMMC, que, si bien tenía una propuesta de estructura, su contenido se adecuaba a las necesidades que se reflejaban en cada sesión.

3.4.2 *El caso y las categorías*

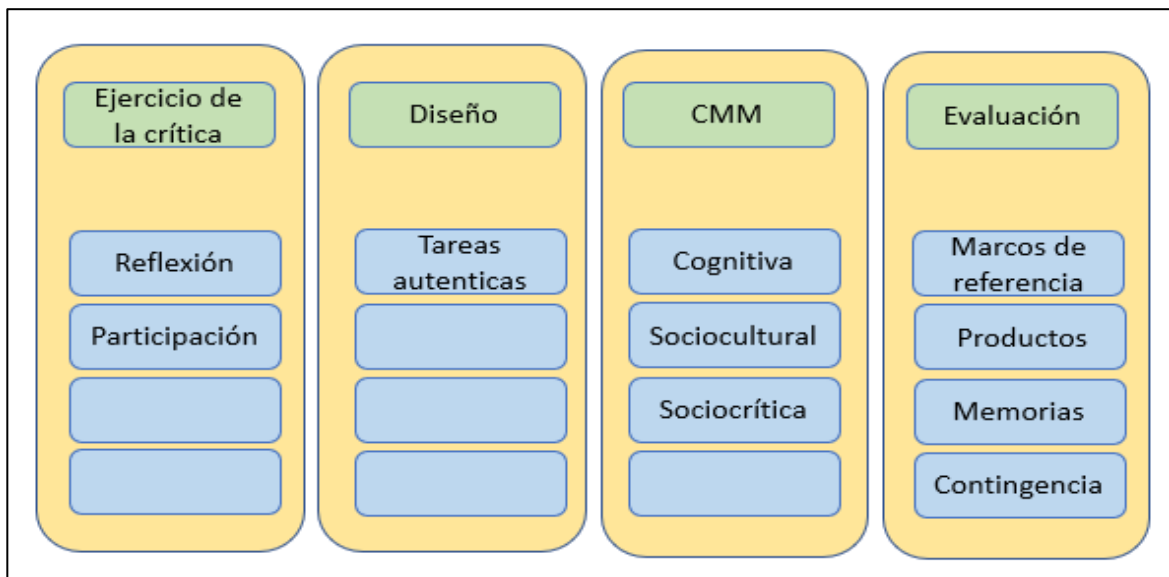
Al considerar que el caso en el campo educativo puede ser “un alumno, un profesor, una clase, un claustro, un proyecto curricular, la práctica de un profesor...” (Rodríguez, Gil y García Jiménez, 1996). En esta investigación, el caso está constituido por dos profesores de matemáticas del nivel de los niveles educativos Básica secundaria y Media, es decir, el profesor Fabio y la profesora Adriana, alrededor de las prácticas de movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica (CMMsc). Teniendo como antecedente que en el plan de área del año 2018 ellos se habían planteado promover competencias matemáticas entre ellas la competencia modelizar, de la cual existía la necesidad de caracterizar y movilizar en el aula, de aquí la necesidad de indagar en las prácticas mismas, los significados develados sobre esta competencia y los desplazamientos en sus prácticas para movilizar la perspectiva sociocrítica de esta competencia matemática.

Inicialmente el propósito de este colectivo era plantear la competencia como proceso que se desarrolla a largo plazo, con lo cual necesitaban dar continuidad a este proceso en la estructura curricular institucional, es decir, en su plan de área, plan de aula y en la actividad cotidiana del aula. Pese a este acuerdo, se encontraron con dos dificultades, una era la carencia de formación sobre un modelo de competencia matemática y específicamente de la competencia matemática modelizar (CMM) coherente con las necesidades de los estudiantes y los propósitos consagrados en el PEI y en los fines de la Educación Matemática, tal como se plantea en los documentos curriculares de orden nacional (MEN, 1998; 2006).

Para esto, como colega que acompaña las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el marco del Programa Todos a Aprender (PTA) y en el marco de la investigación se presentó el diseño de un proceso de formación dentro del escenario institucional denominado comité de área, donde el investigador y los profesores ponen en consideración algunos aspectos teóricos necesarios para fortalecer su práctica curricular para movilizar la competencia matemática modelizar. Este espacio constituye un escenario de crítica y autocrítica, en el cual los docentes reflexionan, diseñan y generan nuevas acciones para mejorar su práctica curricular en relación a la movilización de la CMMC.

En estos términos, se asumen algunas categorías operativas a priori con el fin de enfocar las observaciones (Sousa, 2009), en los siguientes aspectos: el ejercicio de la crítica, el diseño como la consolidación de oportunidades de movilización, la evaluación y la competencia matemática modelizar como contenido del currículo. Estas categorías y los criterios se presentan en la siguiente Figura.

Figura 3.1. *Categorías de análisis.*



Fuente. Construcción propia.

La construcción del marco conceptual, suscitó la identificación de descriptores constituyentes de cada categoría de análisis configurados en la Tabla 2. En proceso de construcción de estos indicadores integró diferentes autores de las mismas categorías, por ejemplo, en la categoría de reflexión se realizó un cruce entre los aportes de Ghiso (2009), Canabal, García y Margalef (2017) y Grundy (1994); posteriormente estos descriptores se asociaron a cada unidad de análisis, en caso que se viene ejemplificando los descriptores asociados a la categoría de reflexión se vincularon las prácticas de diseño, evaluación y competencia matemática modelizar. Con este cuerpo de descriptores en dialogo con el director de tesis y participantes del grupo de investigación Lenguajes, Representaciones y Educación de la Universidad de la Amazonia, específicamente los que integran la Maestría en Ciencias de la Educación Matemática.

Tabla 3.1. *Descriptores y codificación.*

Unidad de análisis	Cód	Categorías	Cód	Descriptores	Cód	Indicadores
Ejercicio de la crítica	T	Reflexión y participación	RTD	Diseño	RTD1	Reflexiona sobre el papel de sus diseños en coherencia con los propósitos de formación.
					RTD2	Toma decisiones en conjunto en el marco del debate argumentado.
					RTD3	Proponen secuencias de significado de la CMM por niveles o grados de escolaridad.
					RTD4	Selección de tareas para aplicar fórmulas y ejercitar.
					RTD5	Selecciona tareas para construir significados de objetos matemáticos
					RTD6	Selecciona tareas para comprender situaciones reales que afectan la vida.
					RTD7	Selecciona tareas para cuestionar el poder detrás de situaciones reales que afectan la vida.

					RTD8	Diseña sus propias tareas cambiando continuamente su interés.
			RTC	CMM	RTC1	Centra el uso de modelos matemáticos ya comprendidos para aplicar.
					RTC2	Centra el uso de modelos matemáticos en la comprensión de conceptos matemáticos y prácticas socioculturales.
					RTC3	Centra el uso de modelos matemáticos en la construcción de argumentos que cuestionan las esferas de poder.
			RTE	Evaluación	RTE1	Apreciaciones numéricas por cada modelo construido.
					RTE2	Apreciaciones cualitativas y cuantitativas de la actividad matemática del estudiante en cada fase del proceso.
					RTE3	Realiza preguntas no especificadas en la planeación para promover la metacognición y nuevos usos del modelo.
Diseño – CMMC	G	Global	DGCS	Construcción de Significados	DGCS1	Establece las formas en que la CMM contribuye a fortalecer los principios de formación matemática. Establece significados diversos sobre la CMM. Establece criterios de las fases del proceso de modelización pertinente por cada nivel educativo. Genera secuencias didácticas con criterios sobre el uso de los modelos matemáticos.
	L	Local	DLAp	Prácticas socioculturales	DLAp1	Descripción de prácticas socioculturales locales.
					DLAp2	Identificación de prácticas socioculturales de riesgo para la comunidad.
					DLAp3	Identificación de características matemáticas implícitas en las prácticas socioculturales.
					DLAp4	Configuración inicial de ambientes de modelización matemática.
			DLT	Tareas matemáticas de modelización	DLT1	Ajusta ambientes de modelización matemática.

				DLT2	Permiten la participación del estudiante en la construcción de significados matemáticos.	
				DLT3	Permiten la participación del estudiante en las comprensiones de las prácticas socioculturales de riesgo.	
				DLT4	Plantean la posibilidad de interacción, dialogo, debate y construcción de acuerdos con otros actores de la comunidad implicados en las situaciones de riesgo.	
				DLT5	Concreta y hace seguimiento a las acciones de mejoramiento de las prácticas de riesgo.	
				DLT6		
		DLOg	Organización de la gestión de tareas en el aula.	DLOg1	Estructura la clase en momentos con diferentes tipos de participación.	
				DLOg2	Facilita la distribución de equipos para promover interacciones sociales.	
				DLOg3	Establece posibilidades de ampliar los participantes en el aula.	
				DLOg4	Establece posibilidades extender los límites del aula.	
Evaluación	M	Memorias	EMR	Tipos de registros	EMR1	Construye rúbricas de evaluación de acuerdo a temas específicos.
					EMR2	Construye rúbricas de evaluación de acuerdo a la modelización como vehículo para usar conceptos y procedimientos.
					EMR3	Construye rúbricas de evaluación de acuerdo a la modelización como propósito.
					EMR4	Usa notas de clase para tipificar acciones de los estudiantes.
	P	Productos	EPC	Prioridad en los datos para evaluar	EPC1	Centra el acto de evaluar en los modelos como productos y en el proceso de matematización.
					EPC2	Permite diferentes combinaciones de las fases del proceso de modelización.
					EPC3	Pondera con mayor prioridad a la participación de las acciones sobre las situaciones de riesgo (participación ciudadana).
	C	Contingencias	ECP	Nuevas tareas	ECP1	Genera preguntas de acuerdo a la actividad matemática del estudiante para generar procesos metacognitivos.
					ECP2	Las preguntas son usadas para promover usos diferentes del

V	Marco de referencia	EMT	Tipos de evaluación	
				proceso de modelización matemática.
			ECP3	Los modelos matemáticos son orientados como herramientas para develar prácticas de riesgo.
			ECP4	Los modelos matemáticos son orientados como herramientas para superar prácticas de riesgo.
			EMT1	Sumativa, usa escalas numéricas, para valorar el producto final.
			EMT2	Formativa, interesa apoyar el proceso.
			EMT3	Promueve el grado de cobertura.
			EMT4	Hace énfasis en el nivel técnico.
			EMT5	Promueve la modelización como vehículo para la introducción de conceptos y procedimientos.
			EMT6	Enfatiza en la modelización como propósito educativo.
			EMT7	Usa la modelización como vehículo para la participación ciudadana.

Fuente. Construcción propia.

3.4.3 Estudio piloto

Atendiendo a la multiplicidad de técnicas, característica propia del estudio de caso, se presentan las fuentes de datos, las técnicas e instrumentos de recolección asociadas a las preguntas de investigación.

3.4.3.1 Recolección de datos: fuentes, técnicas e instrumentos

Para abordar los objetivos planteados en la investigación se consideraron dos fuentes principales de datos, por una parte, los escenarios de trabajo institucional denominados comité de área y la práctica del profesor en el aula de clase. Otra fuente son las producciones textuales de los profesores, entendidas como los documentos curriculares institucionales. En el escenario de trabajo

institucional *comité de área*, los datos están constituidos por las interacciones entre profesores y entre los profesores con el investigador cuando generan procesos de crítica (reflexión, debate, construcción de consensos, implementación de acciones, etc.) sobre los documentos curriculares de orden nacional e institucional y otros aspectos curriculares de su práctica, en relación con: el enfoque con el que se asume y promueve el desarrollo de la competencia matemática modelizar, las implicaciones de asumir dicho enfoque y las necesidades formativas para asumir las transformaciones de su práctica.

3.4.3.2 Fuentes de información, técnicas y procedimientos

El escenario *comité de área* toma la forma de un proceso de formación con el fin de promover la reflexión, de construir significados compartidos en un ambiente de consenso y llevar a cabo acciones de transformación de la práctica curricular. Por esta razón, se consideró apropiado pensar su estructuración a partir de la investigación-participativa que aquí constituye una estrategia para facilitar la reflexión y participación de los profesores. La investigación-participativa es considerada porque el investigador actúa como cooperador, un motivador de la reflexión y la acción de profesores orientados por una situación o problema común (De Sousa, 2009; Bernal, 2010; Cerda, 2007; Buendía, Colás y Hernández, 1998; Rodríguez-Gómez, Gil-Flores, y Garcia-Jimenez, 1996).

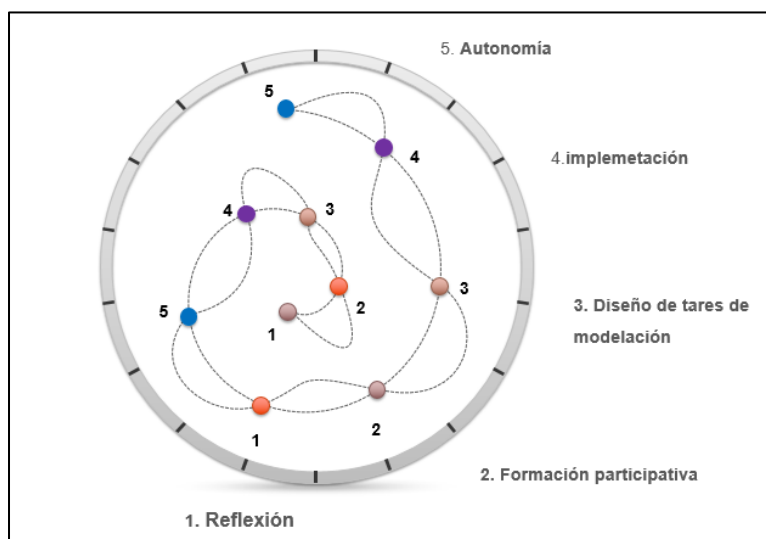
Este proceso de formación continua, fue diseñado con la estructura del ciclo de investigación – acción participativa (Cerda, 2007; Rodriguez, gil y Garcia, 1999; ; Elliot, 1993; Kemmis, 1989). Atendiendo a la consideración de las necesidades de formación manifestadas por los profesores para desplazarse hacia una práctica curricular que promueva la competencia

matemática modelizar en la perspectiva sociocrítica. En consecuencia, el proceso de formación se plantea a partir del ciclo: reflexión, formación, planeación, implementación, observación y análisis y toma de decisiones.

La investigación – acción, es considerada como un proceso reflexivo que relaciona al menos tres elementos: investigación, acción y formación (Lewin, 1946; Bartolomé, 1986) estos tres elementos confluyen en la transformación de la práctica del docente. Este proceso se lleva a cabo mediante un proceso cíclico en el cual, la relación entre sus componentes es dinámica. Para Kemmis (1989), el ciclo de investigación-acción implica cuatro momentos: planeación, acción, observación y reflexión, estos a la vez son tipificados en dos dimensiones, organizativa y estratégica, la dimensión organizativa comprende los procesos de construcción y reconstrucción de acciones de transformación. Por otra parte, la dimensión estratégica comprende los procesos de consenso y praxis. Se considera este ciclo como dinámico por el papel retrospectivo que ofrece la reflexión continua y sistemática de las acciones. Una consecuencia de esta reflexión genera la necesidad de un proceso de formación que permita establecer criterios para la elaboración de significados y acciones de forma autónoma, consiente y planificada.

El espacio de formación, se desarrolló en el marco de las reuniones de área que se realizan el primer martes de cada mes, es decir se realizaron 18 sesiones a lo largo del año, entre febrero y noviembre. Cada sesión se dividió en cuatro momentos (Ms): bases para la reflexión, diseño, implementación y autonomía (ver Figura 3. 2 y Tabla 3).

Figura 3.2. Trayectorias de las prácticas en los Momentos de las sesiones



Fuente. Construcción propia.

En el momento *bases para la reflexión*, el investigador y los docentes generan un diálogo de saberes frente a una situación relacionada con la planeación, evaluación, organización curricular, entre otros, presentada en diferentes formatos, por ejemplo: narrada en la evocación de algún suceso, en las notas del investigador, de la lectura de un documento o un video de su práctica. A partir de este diálogo, se identifican lecturas que permiten activar nuevos significados que dan paso al momento de *diseño*, los cuales constituyen propuestas propias de oportunidades de movilización de la competencia matemática modelizar (CMM). El momento de *implementación* está dividido en dos, en una parte de la sesión se toman decisiones sobre los requerimientos para la implementación en el aula, en otra parte fue la implementación en el aula. Las implementaciones fueron grabadas en video y acompañadas de la observación no participante del investigador, teniendo como foco la actuación del profesor. Por último, el momento de autonomía, fue un

momento de conexión con la nueva reflexión en la que los profesores tomaron decisiones sobre lo que podían seguir usando o lo que necesitaban cambiar de acuerdo a nuevas necesidades o necesidades de las cuales no eran conscientes hasta el momento.

Tabla 3.2. *Momentos de cada sesión proceso de formación cooperativa.*

Momentos del proceso formativo	Descripción del momento
Ms 1: Bases para la reflexión	Se identifican/evalúa en conjunto necesidades de cambio en la práctica.
Ms 2: Diseño de la práctica	Diseño dinámico de oportunidades de movilización.
Ms 3: Implementación	Uso de los diseños.
Ms 4: Autonomía	iniciativa del colectivo.

Fuente: Construcción propia.

Los momentos mencionados, son guías para fomentar la construcción de nuevos significados, sin embargo, no emergieron siempre en cada encuentro, esto cambió la noción de sesión como un límite de tiempo a una visión extendida que implicaba trabajo individual y encuentros intermedios entre cada sesión. Por otra parte, un grupo de sesiones conformaron un momento de la investigación que terminaba con la reflexión sobre la implementación (ver Tabla 4), en conjunto cada momento duró un periodo académico de 10 semanas. El primer momento fue la identificación de incidentes críticos y de necesidades de formación; el segundo, perspectiva de consolidación de la perspectiva cognitiva en el que, la práctica estuvo centrada en la CMM como desarrollo del proceso de modelización para encontrar un resultado; el tercer momento, consolidación de aspectos de participación social, el foco de la práctica estuvo en la CMM para la comprensión del mundo; en el cuarto momento, la práctica promovió el empoderamiento de los estudiantes, en el cual los profesores y estudiantes comprendieron la CMM como un vehículo de participación ciudadana.

Tabla 3.3. *Diseño del proceso de formación.*

Momento de la investigación	Sesiones	Descripción de la sesión	Momentos de la sesión	Momentos efectuados
M1 Primera fase: caracterización de necesidades.	S1	La sesión estuvo orientada hacia la identificación de necesidad de los profesores relacionados con el propósito de generar procesos de enseñanza para la movilización de competencias.	Ms 1: Bases para la reflexión Ms 2: Diseño de la práctica Ms 3: Implementación Ms 4: Autonomía	x
	S2	La sesión estuvo orientada hacia la identificación de necesidad de los profesores relacionadas con el propósito de generar procesos de enseñanza para la movilización de competencias: resolver problemas y modelizar.	M 1: Bases para la reflexión M 2: Diseño de la práctica M 3: Implementación M 4: Autonomía	x
	S4	Se inicia el proceso de estudio teórico sobre la competencia matemática modelizar.	M 1: Bases para la reflexión M 2: Diseño de la práctica M 3: Implementación M 4: Autonomía	x
	S 5	La sesión estuvo enfocada hacia la socialización de la tarea seleccionada para un grado particular.	M 1: Bases para la reflexión M 2: Diseño de la práctica M 3: Implementación M 4: Autonomía	x
	S6	Se orientó la sesión hacia analizar la gestión de la clase con el significado asignado a la CMM.	M 1: Bases para la reflexión M 2: Diseño de la práctica M 3: Implementación M 4: Autonomía	x x x

Fuente. Construcción propia.

Otro ambiente, del cual emerge información relevante fueron las clases en las que se aplicaron los diseños de los profesores, el centro de este estuvo en las acciones del profesor al promover la competencia seleccionada, por ejemplo, identificar la información que ellos consideraban importante en la evaluación, el tipo de interacción que daba cuenta del papel del sujeto en la movilización; en síntesis, en este ambiente se indagó por las relaciones entre los diseños y los actos de evaluación para la movilización.

A continuación, se presentan las fuentes de datos y los procedimientos usados para consolidar los datos que fueron tenidos en cuenta para el posterior análisis.

3.4.3.3 La entrevista

De acuerdo con Cerda (2011) la entrevista es un complemento de la observación ya que esta permite “obtener información que se escapa en la observación” (p. 311). Sin embargo, aquí ocupa un papel protagónico porque las fases o momentos de la investigación giraron alrededor de las reflexiones y acciones de los profesores, las cuales fueron motivadas por preguntas sobre prácticas puntuales que surgían de un diálogo de saber entre colegas y de la confrontación de los deseos o aspiraciones con las propias acciones, en consecuencia, la entrevista no estructurada estuvo presente en casi todos los momentos.

Cerda (2011) plantea que la entrevista no estructurada usa preguntas abiertas y permite ser flexible en la conversación al formular nuevas preguntas que promuevan narrativas de las experiencias de los participantes. En términos de los instrumentos, a diferencia de la entrevista estructurada que se realiza conforme a un esquema fijo o cuestionario en la entrevista no estructurada o semi-estructurada se prefiere usar una guía ya que esta apunta a “comprender el punto de vista de los actores sociales” (Sousa, 2009). Estas características, fueron fundamentales para acercarme a los profesores, quienes invocando la libertad de cátedra se distancian de oportunidades de reflexión y de reconfiguración de sus prácticas. Dicho de otro modo, la entrevista no estructurada difuminó la idea de tutor como evaluador externo para construir una relación entre pares en un constante diálogo de saberes (Ghiso, 2009; Canabal et al., 2017), del cual, surgió la oportunidad de realizar lecturas compartidas, generar debates, suscitar acuerdos, pero particularmente develar y desmontar ideologías, ideas naturalizadas en la enseñanza y aprendizaje

de las matemáticas y en general ideologías que afectan la sociedad, por ejemplo la ideología de la certeza (Valero y Skovsmose, 2012; Skovsmose, 1999; Barbosa, 2004; Borba y Skovsmose, 1997), ideología sobre la democracia (Valero y Skovsmose, 2012) o sobre sus propias prácticas (Gómez, Carulla, Valero, Perry y Castro, 1998), pero especialmente develar aquellas visiones sobre la competencia matemática modelizar. Si bien, la entrevista permite esclarecer las racionalidades que están a la base de las actuaciones de los profesores, sin embargo, Ñaupás et al., (2013) reconoce que un problema es el temor a hablar porque los participantes prefieren mantener su anonimato. En este caso particular este temor se fue disipando porque se desarrolló un ambiente de cooperación en torno a la reflexión y cambio de su propia práctica en relación de que ellos consideran adecuado para sus estudiantes.

3.4.3.4 La observación participante

Para Buendía, Colás y Hernández (1998) la observación participante es una técnica que permite recoger datos sistemáticamente y directamente de los contextos y las situaciones específicas que viven los sujetos involucrados en la investigación. También, “permite conocer todos los aspectos y definiciones del sujeto sobre la realidad y los constructos que organizan su mundo” (Cerdeira, 2011, p. 298).

Uno de los papeles principales de la observación participante en esta investigación fue, interactuar con los profesores en el proceso de formación (ver Tabla 4), específicamente en el proceso de acompañamiento en la identificación de incidentes críticos propuestos por Canabal,

García y Margalef (2017); construcción de acuerdos (Ghiso, 2009) y las acciones de transformación que emergen de lo anterior.

Siguiendo a Buendía, Colás y Hernández (1998) siguiendo a Patton (1987), la observación participante permitió la relación de colega con los profesores y la posibilidad de acceder a su cotidianeidad con cercanía, conocer los sentimientos de inseguridad para encontrar caminos de diálogo que develaron configuraciones de sus prácticas y las razones de su elección. Esta técnica fue usada principalmente en los momentos de sesión excepto en la implementación que se usó la observación no participante, además la información se registró en grabaciones de audio.

La bibliografía sobre el tema, llama la atención sobre problemas al implementar la observación participante, entre ellos: la socialización o empatía con los participantes, la sistematización de los datos y el tiempo de inmersión (Ñaupas et al., 2013). Referente al primer problema, el ejercicio de tutor del PTA generó el desarrollo de lenguaje asertivo con el fin de no generar juicios sobre sus prácticas y más bien motivar su reflexión frente a ella. Respecto a la sistematización en términos de la recogida de la información, existió cierta resistencia sobre las grabaciones en video por la creencia de intervención en la evaluación de desempeño, por lo cual se llegó al acuerdo de tomar evidencia en audio, fotografías y notas de campo. El problema relacionado con el tiempo esta superado por el extenso tiempo que se interactuó con los participantes.

3.4.3.5 La observación no participante

Según lo presentado en el apartado de observación participante, la observación no participante es una variante de esta, en la que el investigador actúa como un observador externo y el enfoque se centra en aspectos concretos. Para la presente investigación esta observación se enfocó en las acciones de acompañamiento en el aula para la movilización de la CMM, elementos que fueron base para la reflexión en las sesiones del comité de área y para la identificación de incidentes críticos o necesidades de formación por parte de los profesores, aspectos configurantes de su práctica. Sobre esta técnica Rodríguez et al., (1999) advierten que se debe atender la resistencia de participación de los observados al sentir alguien extraño en su habitación, en este caso en la clase, esta resistencia se resolvió de dos maneras, una se basa en la familiaridad con el investigador quien acompañó la institución en su labor de tutor durante cuatro años y la segunda fue con el uso de un medio para grabar audio en cada grupo. Esto sirvió para reconocer las interacciones desde la voz de los participantes.

3.4.3.6 Documentos escritos

Latorre (2005) comparte que los documentos escritos son importantes por la posibilidad de visión retrospectiva a cerca de un fenómeno o situación. Los documentos curriculares de orden institucional como los planes de área y planes de aula contienen información sobre estructuras, significados de la CMM y pueden indicar desplazamientos de prácticas curriculares. Por otra parte, los documentos de orden nacional como los Estándares de competencia son objetos de análisis crítico de los participantes sobre los aspectos teóricos relacionados con la competencia matemática y la modelización matemática como competencia. Especialmente, son consideradas las

producciones de los profesores en torno al diseño de las oportunidades y estrategias de movilización de la CMM.

3.4.3.7 Consideraciones éticas

Una de las preocupaciones de los colectivos de investigación es la fiabilidad de los procedimientos con los cuales se tomaron y se analizaron los datos además de la veracidad de los datos mismos (Ñaupas et al., 2014), este autor propone un código de ético basado en el respecto de la dignidad humana, responsabilidad, autonomía, la confidencialidad, al fraude, entre otras. En este sentido, la presente investigación se solicitaron consentimiento a todos los participantes (la rectora, los profesores, los padres de familia y los profesionales que intervinieron), se negoció con ellos, incluso algunos instrumentos para la recolección de la información, por ejemplo, se respetó la decisión de no usar videos de las clases. Por otra parte, la lectura por tres jurados y el asesor de la tesis, ayudo a corregir errores de citas y a evitar conclusiones sesgadas.

3.4.3.8 Análisis de la información

El análisis se dio en dos momentos, uno continuo a manera de insumo para tomar decisiones sobre los pasos a seguir en términos de la identificación de situaciones que activaran la reflexión de los profesores y en consecuencia la toma de nuevas decisiones, es decir nuevas configuraciones de la práctica de cada profesor. En este sentido, se incentivó un proceso de reconstrucción de las acciones y su confrontación con los nuevos intereses de los profesores y las lecturas realiza. En otro momento, el análisis tuvo lugar, posterior al trabajo de campo. El cual se dio mediante el

siguiente proceso enunciado por Ortiz (2015) compuesto de tres eslabones que si bien son secuenciales no son lineales debido a la complejidad y volumen de la información, estos son: eslabón de exploración, eslabón de categorización y eslabón de configuración teórica.

En el primer momento, el análisis de datos giró en torno a la construcción redes semánticas y análisis textual discursivo, las redes semánticas son descritas como mapas que “sirven para describir y comunicar los conceptos que los sujetos tienen incorporados en su memoria” (Zermeño, Arellano y Ramírez, 2005, p. 4). Así mismo, “constituye un recurso empírico de acceso a la organización cognitiva de los significados,” (Vargas- Garduño, Méndez y Vargas, 2014, p. 5). El análisis textual discursivo por otra parte, permite develar unidades de significado, de fragmentos de diferentes autores, para formar un conjunto de unidades de significados que configuran las producciones de los autores (Da Silva y Kato, 2012). Sin embargo, en lugar de tomar varios autores se tomaron diferentes fuentes de datos como: actas, entrevistas, documentos producidos.

En conjunto estas dos técnicas de análisis permitirán construir los significados asociados a las unidades de análisis, pero con la misma lógica: selección de fragmento; construcción unidades de significado y significados (Da Silva y Kato, 2002).

Transversalmente, el análisis se desarrolló en tres pasos cíclicos de la configuración, de acuerdo con Ocaña (2015) la configuración del conocimiento es posible articulando tres eslabones: exploración, categorización y teorización; los cuales, se describen a continuación.

3.4.3.8.1 Eslabón de exploración

En esta fase se transcribieron los datos de acuerdo a las intervenciones de los profesores, estas unidades gramaticales, párrafos y oraciones que conforman los textos, fueron divididas en grupos de frases que correspondían a temas específicos, las cuales configuraron una primera aproximación de las unidades de análisis construidas a priori. Estas acciones o tareas como las llama Gómez et al., (1999), se aplicaron también a los textos producidos con anterioridad, por ejemplo, a los planes de área y a los nuevos diseños propuestos.

3.4.3.8.2 Eslabón de categorización

En esta etapa, se organizaron las unidades de significado provenientes de los diferentes escenarios (intervenciones en el comité de área, intervenciones en el aula y producciones escritas) en categorías que generaron nuevas configuraciones. Por ejemplo, en relación al primer objetivo, las unidades que llamo intervenciones fueron desfragmentadas, codificadas y clasificadas en torno a tipos de reflexión y participación de los profesores, pero al contrastar con la teoría en un proceso de síntesis se estableció una nueva configuración constituida por prácticas de problematización, construcción de acuerdos y acción emancipadora.

3.4.3.8.3 Eslabón de configuración teórica

Este eslabón del análisis tiene que ver con obtener resultados, contrastar y discutir la consolidación teórica de la investigación, sin pretender una generalización, se presentan las configuraciones de las prácticas de los profesores y nuevos significados de la competencia matemáticas que son contrastados a la luz de la teoría considerada en los fundamentos conceptuales. Por otra parte, el análisis de los datos se presenta por separado para cada objetivo, con esto se busca hacer explícitas las conclusiones y generar una configuración más amplia que integre las anteriores.

4 CONFIGURACIONES DE LAS PRÁCTICAS CURRICULARES PARA PROMOVER LA COMPETENCIA MATEMÁTICA MODELIZAR CRÍTICA

En este capítulo, se presentan los resultados de la investigación de acuerdo a cada objetivo propuesto en ella. En conjunto, estos resultados dan cuenta del desplazamiento de las prácticas curriculares de los profesores para movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica, en términos del diseño de tareas y la evaluación.

4.1 Objetivo 1. Ejercicio de la crítica en las prácticas curriculares, una trayectoria.

Los profesores en el ejercicio de sus prácticas educativas, incluida la perspectiva curricular, constituyen comunidades, grupos o interacciones que les permiten, entre otras cosas, cumplir con los requerimientos institucionales, acordar opciones de enseñanza, construir planes, generar acuerdos sobre las oportunidades de aprendizaje que plantean a sus estudiantes, entre muchas otras tareas que configuran la complejidad de la práctica educativa. En relación al propósito de investigación, *Analizar las contribuciones del ejercicio de la crítica a la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica*, la reflexión dialógica y crítica constituyeron un ambiente del cual han emergido tres niveles del ejercicio de la crítica, a saber: Discernir, Construir acuerdos y Democratizar la práctica.

La lógica de análisis corresponde al análisis textual discursivo en complementariedad con la construcción de redes semánticas, ambas estrategias convergen en la posibilidad de construir

significados a partir de los textos orales o escritos producidos en el contacto con los sujetos involucrados en el estudio. Por una parte, el análisis textual discursivo, se ha llevado a cabo en tres pasos: selección de textos, desfragmentación de las intervenciones en frases u oraciones que agrupadas con otras ofrecen la posibilidad de plasmar significados. Por otra parte, las redes semánticas permiten diagramar los conceptos significativos de los sujetos involucrados para formular redes de significados que permiten apoyar visualmente el análisis intertextual.

El uso de esta estrategia de análisis, permitió identificar niveles del ejercicio de la crítica en las prácticas del profesor. En los siguientes párrafos están abordados los significados de discernimiento, construcción de acuerdos y emancipación de la práctica que tuvo lugar principalmente en el comité de área, lugar influido por el diálogo de saberes entre colegas, entre pares, entre iguales que desencadenaron múltiples aspectos de reflexión y participación del profesor.

Este diálogo de saberes es gestado principalmente en el marco de las reuniones de comité de aula organizado como espacio de formación, en el que se fue consolidando una comunidad de reflexión sobre la práctica a partir de las interacciones de la triada dialógica formada entre los dos profesores y el investigador. En función del diálogo de saberes, negociaciones y acuerdos, los profesores construyeron propuestas de planes de aula, tareas de modelización matemática, planes de aula, matrices de evaluación que fueron puestos en acción para reflexionar continuamente sobre ellos como estrategia de movilización de la competencia matemática modelizar.

El ejercicio de la crítica mediante la reflexión crítica y dialógica (Canabal, García, Margalef, 2017) dio lugar a procesos de discernimiento en los que emergió el reconocimiento de las prácticas educativas que constituían un *riesgo* para la formación matemática humana y crítica de los sujetos.

4.1.1 Discernimiento de las prácticas del profesor

En este nivel del ejercicio de la crítica, los procesos de participación y reflexión de los profesores son orientados hacia procesos de diagnóstico, autorreflexión, metacognición de tipo declarativa y reconocimiento frente a diferentes aspectos de la práctica curricular, que permitieron esencialmente movilizar un proceso de develar, dilucidar y comprender la propia práctica para sacar a flote prácticas de riesgo y necesidades de formación al descubrir la raíz de tales prácticas. En esencia, los profesores ponen en acción procesos de autoconocimiento y comprensión crítica de la realidad en la que tiene lugar su práctica (Ghiso, 2009).

Se presenta a continuación un proceso de develar *incidentes críticos* (Canabal et al., 2017), estos son una estrategia de reflexión crítica y dialógica que busca reconocer eventos, sucesos o situaciones que tienen lugar en un tiempo determinado, en “un contexto conflictivo y frente al cual no tiene una solución eficaz” (Canabal et al., 2017, p. 14). Con esta estrategia se pretende activar el ejercicio de la crítica a través del diálogo de saberes, la reflexión dialógica y crítica con la intención de articular las posibilidades de cambio de las prácticas de los profesores.

Reconocer incidentes críticos permite configurar el nivel de discernimiento, hecho que es posible a partir de la identificación de un conjunto de incidentes críticos que configuran prácticas educativas de riesgo. Para llevar a cabo esta estrategia la desfragmentación de las intervenciones de los profesores se organiza en los momentos del incidente crítico, a saber, *identificación del problema, crisis y oportunidad de mejoramiento* (Monereo, Weise y Álvarez, 2013).

El proceso de discernimiento a través de incidentes críticos, se lleva a cabo en todos los momentos del proceso de formación, permitiendo organizar el proceso de formación continuamente con la identificación de necesidades de formación que emergían de la convergencia de estos incidentes. De esta manera, las identificaciones de incidentes críticos sirvieron para movilizar continuamente: los diseños, el significado de competencia matemática modelizar, las formas de evaluar tal movilización y los mismos procesos de reflexión. En este sentido, las interacciones dialógicas entre profesores e investigador relacionadas con el discernimiento de su práctica se plasman a continuación.

4.1.1.1 la *Tekné*: Desprofesionalización o división del trabajo

El diálogo de saberes, percepciones y sentimientos de los profesores deja entrever inicialmente que la práctica de diseño consiste en la reproducción de la lógica de los libros de texto, en la que el profesor funciona como un artesano que pone en acción su habilidad para que la enseñanza y el aprendizaje se ajusten a lo planteado en ellos. El incidente crítico que da lugar a

este primer discernimiento se desprende del siguiente fragmento de la entrevista semiestructurada que tuvo lugar en el primer encuentro del comité de área, condensado en la siguiente Tabla.

Tabla 4.1. *Práctica guiada por el libro de texto como idealización de aprendizajes.*

Intervenciones	Participante	Descripción
I-4-S1-M1	Profesor Fabio	Generalmente tomamos las estructuras de los libros de texto. Que inician con un tema, una definición, ejemplos, ejercicios y aplicaciones del tema.
I-5-S1-M1	Investigador	¿Ustedes consideran que esta estructura es adecuada para alcanzar los propósitos de formación para las matemáticas escolares?
I-6-S1-M1	Profesor Fabio	Yo pensaría que no, a veces nos limitamos a cumplir con un requerimiento institucional, entregar el plan de aula. Pero, esa forma no es la más adecuada porque se genera un aprendizaje casi siempre memorístico y basado en algoritmos.
I-7 -S1-M1	Profesora Adriana	Y también profe, nosotros no cuestionamos si nuestras planeaciones son las más adecuadas porque siempre culpamos al estudiante por su poco nivel de aprendizaje y de competencia, que los llevan a malos resultados en las evaluaciones.

Fuente. Fragmento de la entrevista semiestructurada 1- Sesión 1- M1.

La Tabla 5, muestra una práctica de riesgo para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares que consiste en el silencio crítico de las prácticas de diseño de la actividad de clase. Los profesores reconocen una práctica de desprofesionalización (Sacristán, 1995) que consiste en la división del trabajo (Grundy, 1994). Es decir, el incidente crítico se plantea a partir de la responsabilidad que tiene el profesor de planear su trabajo de aula, que, sin embargo, debido a las múltiples tareas relacionadas con la vida institucional (izadas de bandera, dirección de proyectos transversales, dirección de grado, eventos de graduación, por mencionar algunas), llevaron al profesor a tomar la decisión de recurrir a los libros de texto.

En concreto, el incidente crítico se presenta cuando el plan de aula se distribuye de acuerdo a las unidades del libro y en su lógica, como fue descrito por el profesor Fabio (PF) en la intervención I-4 de la Tabla 5. Pero, en las intervenciones 6 y 7 los profesores reconocen posibles

orígenes, causa de esta práctica. El profesor Fabio (PF) menciona *“nos limitamos a cumplir con un requerimiento institucional, entregar el plan de aula.”* (I-6-S1-M, T5) o cuando la profesora Adriana (PA) dice: *“no cuestionamos si nuestras planeaciones son las más adecuadas”* (I-7-S1-M1, T5) En otro encuentro comenta de nuevo *“Pero entonces ahí existe la dificultad, Fabio. Que a veces metemos muchas actividades de los libros y de poco del contexto, poco lo estamos teniendo en cuenta. (I-32-S1-M, T9).* Como consecuencia, para destacar una reflexión diagnóstica entre pares que cuestionan aspectos específicos de su práctica (Lora, 2013), emerge el reconocimiento de una crisis en tanto que estas formas de planeación no favorecen los propósitos formativos de la Educación Matemática. El profesor por ejemplo reconoce que *“esa forma no es la más adecuada porque se genera un aprendizaje casi siempre memorístico y basado en algoritmos”* (I-6-S1-M1, T5) o cuando la profesora, expresa que la falta de cuestionamiento sobre las planeaciones *“los llevan a malos resultados”* (I-7-S1-M1, T5). La oportunidad de cambio solo se hace visible en (I-22-S2-M1, T6) cuando PF opina *“Esto involucra, considerar que las matemáticas contribuyen a la formación de ciudadanos responsables y pueden vivir en comunidad”*. Mientras que PA siente que las oportunidades se concretan en los planes y propone *“Esto debe ser considerado en una nueva construcción de planes de área y de aula”* (I-23-S2-M1, T6). Estas oportunidades, están en coherencia con la propuesta de involucrar las prácticas socioculturales en la formación de valores democráticos para hacer unas matemáticas de carne y hueso y vivir las competencias matemáticas humanas (MEN, 2006; Valero, 2006).

La reflexión dialógica de escucha abierta (Ghiso, 2009) que se presentan en la Tabla 5, devela una práctica de riesgo relacionada con el aprendizaje memorístico y con la reprobación, como consecuencia de la falta de reflexión sobre la planeación basada en la estructura de los libros

de texto. En coherencia con Grundy (1994) es evidente que los profesores tienen una práctica de planeación basada en la *tekné* (RTD1), que consiste en la reproducción de los libros de texto recurriendo a la destreza del profesor para plasmar lo que en ellos se enuncia, de tal manera que produzca un tipo de aprendizaje fiel a lo plasmado; esto hace que el aprendizaje siga teniendo una fuerte relación con la memorización y producto de esto en la exclusión por capacidad (Skovsmose y Valero, 2012).

La complejidad de los elementos considerados para el diseño es ampliada por los profesores al identificar la influencia de los referentes de calidad. PF con duda expresa: *“Esos intereses. será que... ¿proviene de los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias?”* (I-11-S2-M1, T6). Lo que es confirmado por PA al afirmar que *“En nuestro caso los planes de estudio contienen un espacio para ubicar los estándares y los DBA y a partir de ellos seleccionar las actividades para el aula, casi siempre seleccionamos de los libros de texto talleres o actividades”* (I-14-S2-M1, T6).

4.1.1.2 ***Eidos por la homogeneización en los resultados de la evaluación estandarizada***

En la sesión inicial, en el marco de la identificación de necesidades de formación, los profesores ponen en acción diálogos de saberes y procesos de reflexión de reconocimiento (Lora, 2013; Ghiso, 2009), en los que cuestionan sus prácticas para develar incidentes críticos y necesidades de formación. En este apartado, los profesores problematizan su postura sobre la evaluación mediante dos incidentes críticos; en uno develan la presión a la que son sometidos en

la dicotomía de evaluación interna-evaluación externa y en el segundo problematizan la exigencia de centrar el proceso educativo en la búsqueda del mejor desempeño en pruebas estandarizadas como acceso a mejores oportunidades laborales y sociales.

Identificación del problema, crisis y oportunidad de mejoramiento

En el primer incidente crítico, los cuestionamientos están en la presión impuesta por la institución para responder a la evaluación estandarizada hasta el punto de convertirse en el centro del proceso de formación matemática.

Tabla 4.2. *Práctica guiada por la evaluación como producto del proceso educativo.*

Intervenciones	Participante	Descripción
I-8-S1-M1	Investigador	¿y el proceso de evaluación cómo se realiza?
I-9-S1-M1	Profesor Fabio	Nosotros tenemos que responder a unos resultados ideales de acuerdo con las pruebas saber.
I-10-S1-M1	Profesora Adriana	Si eso es verdad, lo que los rectores siempre están recordando es el responder con buenos resultados para obtener beneficios económicos para la institución y los estudiantes para poder acceder a otro nivel formativo, para ir a la universidad.
I-11-S1-M1	Profesor Fabio	Pero también, se busca responder a unos contenidos específicos que provienen de los libros de texto que seleccionamos y de los resultados de las pruebas saber en la parte de componentes.
I-13-S1-M1	Profesor Fabio	Yo considero que no, porque los resultados de las pruebas saber en la institución no son muy buenos que digamos. Cada año tenemos que realizar un plan de mejoramiento de pruebas saber.
I-14-S1-M1	Profesora Adriana	Si, básicamente lo que hacemos es contratar una empresa que haga simulacros de acuerdo a las competencias de las pruebas estandarizadas. Pero esto no es suficiente para el aula de clases, ya sea porque se necesita la realimentación de las respuestas verdaderas o porque profe ... no nos podemos pasar pensando en que les van a preguntar a los estudiantes en esas pruebas también hay cosas que necesitan en una carrera.
I-15-S1-M1	Profesora Adriana	Pero en última profe, lo que hago.... al menos yo lo hago así, es comprobar que vayan comprendiendo los conceptos que se van enseñando de acuerdo a los talleres que se implementan de los libros.
I-16-S1-M1	Profesor Fabio	Pues sí, eso es en últimas lo que hacemos, yo intento diseñar unos ítems de los temas que vamos abordando para evaluar de acuerdo con estas pruebas.
I-17-S1-M1	Investigador	Es decir que su Proyecto Educativo Institucional se orienta a obtener buenos resultados en las pruebas estandarizadas
I-18-S1-M1	Profesor Fabio	No profe eso no se escribe, pero es una realidad, nosotros tenemos en el PEI un enfoque pedagógico basado en la escuela activa sin embargo las clases que se planean son tradicionales para aprender una serie de conceptos que consideramos

I-19-S1-M1	Profesora Adriana	importantes. Pero tampoco podemos desconocer que estos resultados también habilitan a los estudiantes para acceder a la educación superior en la pública. Aunque tampoco garantiza que accedan y permanezcan y terminen sus carreras, otra cosa Fabio, Los estudiantes de esta institución que es rural, en su gran mayoría buscan seguir trabajando en la finca de la familia pensar en que van a continuar estudios superiores, es más bien un reto para nosotros. Empezando por la publicidad de la institución, aquí no se promueve el ingreso a una universidad, se promueve es el ingreso al SENA, a una educación técnica que no es malo porque pueden usar el conocimiento para mejorar su mano de obra. Pero entonces, eso hace pensar en que deberíamos dar otras oportunidades de aprendizaje.
I-20-S1-M1	Investigador	A que se refiere cuando dice otras oportunidades de aprendizaje
I-21-S1-M1	Profesora Adriana	Pues profe... como lo explico... a que por ejemplo si un estudiante con estas condiciones le exigimos que realicen unos procedimientos de alto nivel de abstracción, no le va a encontrar sentido y efectivamente va a reprobar... pues como comúnmente sucede. Entonces otras oportunidades es presentar las matemáticas de forma diferente pensando más en lo que se desempeña, lo que se puede desempeñar después de que salga del colegio, a los 17 o 18 años. Sin abandonar la idea de una educación superior. Pero sin que eso sea el principal objetivo por estamos fracasando en eso. ¿Y usted qué considera que sea importante enseñar entonces?
I-22-S1-M1	Profesor Fabio	No se Fabio, hay muchas cosas importantes, pero pensemos lo que hace la comunidad los fines de semana, venden el café, compran algo de mercado y el resto se lo toman. Por eso en los niños no traen materiales completos y otras realidades que vemos.
I-23-S1-M1	Profesora Adriana	
I-24-S1-M1	Profesor Fabio	Pero eso no lo podemos resolver nosotros
I-25-S1-M1	Profesora Adriana	Pues a mí sí me parece que es nuestra obligación, al menos que no sigan las mismas prácticas sociales.

Fuente. Fragmento de la entrevista semiestructurada 1- Sesión 1- M1.

Los diálogos reflexivos de los profesores ponen en evidencia otro incidente crítico que emerge cuando la institución se adhiere a políticas evaluativas globalizadas de carácter obligatorio. Esta exigencia, promueve en los profesores acciones centradas en alcanzar un fin predefinido por un agente externo, el cual constituye un *Eidos* para los profesores. Es decir, una idea preestablecida por un agente externo, la cual, se reduce en este caso a obtener buenos resultados en las pruebas SABER.

El incidente es planteado por los profesores (RTD2) cuando el Profesor Fabio (PF) afirma: *“Nosotros tenemos que responder a unos resultados ideales de acuerdo con las pruebas saber”* (I-9-S1-M1, T6) con la cual la profe Adriana (PA) está de acuerdo en I-10 de la Tabla anterior. Esta

tarea institucional, constituye un *eidos* ya que los profesores orientan sus acciones hacia ese fin. Sin embargo, se muestra en las intervenciones una crisis cuando expresan lo siguiente, PA: *“los rectores siempre están recordando el responder con buenos resultados para obtener beneficios económicos para la institución y los estudiantes para poder acceder a otro nivel formativo”* (I-10-S1-M1, T6); también PF: *“los resultados de las pruebas saber en la institución no son muy buenos que digamos. Cada año tenemos que realizar un plan de mejoramiento de pruebas saber”* (I-13-S1-M1, T6). Por otra parte, PF deja ver a manera de carga laboral el proceso de responder a dos tipos de evaluación una para la institución a nivel interno y otra a nivel externo, al mencionar: *“Pero también, se busca responder a unos contenidos específicos que provienen de los libros de texto que seleccionamos y de los resultados de las pruebas saber en la parte de componentes”* (I-11-S1-M1, T6). Este fragmento de la reflexión dialógica que emerge de la comprensión crítica del contexto institucional (Ghiso, 2009), deja entrever que la crisis consiste en la disyunción de los dos tipos de evaluación, la interna y la externa, una que atiende a dar respuesta a la visión de la institución frente a otra orientada por la clasificación como proyección hacia el progreso una sociedad democrática (Valero, 2018). Particularmente, esta crisis se relaciona con una imagen del estudiante *“... como un sujeto cognitivo cuya acción sucede principalmente en un mundo mental”* (Valero, 2002, p. 7).

Como consecuencia, la posibilidad de cambio que tienen los profesores es cerrar la brecha entre los dos tipos de evaluación para perseguir ese *eidos* de buenos resultados, lo cual consiste básicamente, en entrenar a los estudiantes para que sean lo más homogéneos posible en sus respuestas y obtener mejores resultados, al respecto PA comparte que *“lo que hacemos es contratar una empresa que haga simulacros de acuerdo a las competencias de las pruebas estandarizadas.”*

(I-14-S1-M1, T2) y PF resuelve de manera similar “yo intento diseñar unos ítems de los temas que vamos abordando para evaluar de acuerdo con estas pruebas” (I-16-S1-M1, T6), (RTD1).

Las oportunidades presentadas en el párrafo anterior, dilucidan que los profesores más allá de ver una salida clara a la crisis reconocen otra problemática, la cual está relacionada con el *eidos de homogeneización* de las respuestas de los estudiantes, es decir con el deseo que todos respondan acertadamente a todas las preguntas para estar en la mejor posición. Porque esta posición garantiza acceso a grandes oportunidades, como manifiesta Valero (2018). “el creciente énfasis dado al logro matemático como un indicador del crecimiento económico... ha reforzado la idea del poder de la competencia matemática para mejorar las oportunidades de vida de los ciudadanos y el progreso económico nacional” (p. 2).

El incidente crítico relacionado con la práctica evaluativa centrada en buenos resultados externos devino en otro que se relaciona con la homogeneización de las respuestas acertadas. Esta práctica da paso a una crisis que encarna una contradicción formativa relacionada con los intereses y necesidades socioculturales de los estudiantes y sus familias, es decir con prácticas socioculturales de las matemáticas más relacionadas con la vida de los sujetos como vehículo para el fomento de la formación para la democracia (Valero, 2012a).

En sus participaciones, PA describe el incidente crítico como una interpelación a PF, mientras PF insiste por poner en primer lugar los resultados de las pruebas saber cómo insumo para la planeación, motivado por las políticas institucionales (I-11-S2-M1, T4); PA reclama así

“Recuerde Fabio, que también existe la otra parte, las exigencias de la misión y visión de la institución, que están más orientadas al ejercicio de la ciudadanía y a proporcionar condiciones para la vida del estudiante. (I-16-S2-M3, T36).

La participación de PA, problematiza el eidos evaluación estandarizada, cuando evoca otros aspectos a los que debe responder la evaluación, es decir, se refiere a aquellos aspectos centrados en el estudiante el cual, como sujeto social está inmerso en una sociedad y cultura particular, con necesidades igualmente particulares y diversas, aunque la realidad social sea más o menos homogénea, en este caso, aunque las relaciones se presentan en un contexto la rural, las condiciones de pobreza tienen diferentes matices en cada familia.

La crisis relacionada que enmarca este incidente está puesta en evidencia en el proceso de comprensión crítica de la realidad llevado entre PA y PF, que permite reconocer la incapacidad para responder a necesidades formativas del estudiante frente a las bondades de la evaluación estandarizada. La descripción del incidente inicia con la intervención de PF, cuando afirma: *“Pero tampoco podemos desconocer que estos resultados también habilitan a los estudiantes para acceder a la educación superior en la pública”* (I-18-S1-M1, T2). La descripción del incidente inicia con la intervención de PF, cuando considera que: *“tampoco podemos desconocer que estos resultados también habilitan a los estudiantes para acceder a la educación superior en la pública”* (I-18-S1-M1, T2). Ante lo cual PA responde: *“Los estudiantes de esta institución que es rural, en su gran mayoría buscan seguir trabajando en la finca de la familia pensar en que van a continuar estudios superiores, es más bien un reto para nosotros que una realidad”* y continúa diciendo: *“Es más, se promueve es el ingreso al SENA, a una educación técnica”* (I-19-S1-M1, T6).

La reflexión dialógica para la comprensión del mundo a la que invita PA se relaciona con esos aspectos que permitieron construir el Proyecto Educativo Institucional (PEI) que es desconocido a la hora de plantear el currículo institucional, el diseño de la práctica de aula y la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes, los cuales se fundamentaron en la inclusión del contexto y las necesidades de las familias y la comunidad en la que vive el sujeto que aprende, como se puede observar en un fragmento del PEI que dirige la formación hacia:

[...] el encuentro de las diferentes percepciones del mundo, interactuar con ellas y proponer experiencias para la formación del conocimiento. Promueve la investigación científica, aborda la tecnología, impulsa la organización social y el arte como resultado interdisciplinario de varias áreas del saber, para imaginar, relacionar, integrar y crear respuestas a nuevas necesidades. (PEI Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro- Pital-Huila, p. 74).

La enunciación de esta crisis permite una reflexión crítica de reconocimiento de la realidad (Ghiso, 2009) y búsqueda de soluciones, ubicando como centro del cuestionamiento la posibilidad de poner que en el corazón de la competencia se ubique el sujeto político y el ejercicio de los valores democráticos, porque de esta manera lo principal es “la integridad social de los participantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y distintas situaciones, arenas y niveles de acción social” (Valero, 2002, p. 8). Lo anterior es evidente cuando PA postula: *“eso hace pensar en que deberíamos dar otras oportunidades de aprendizaje”* (I-19-S1-M1, T6);

las cuales explica así: *“oportunidades es presentar las matemáticas de forma diferente pensando más en lo que se desempeña, lo que se puede desempeñar después de que salga del colegio, a los 17 o 18 años... porque estamos fracasando en eso”* (I-21-S1-M1, T6). Esta reflexión dialógica entre los profesores se mantiene hasta la intervención 27 en la que a manera de consenso PF pregunta: *“es una postura interesante pero casi que puede parecer descabellada ¿cómo concretamos unas prácticas de este tipo?”* (I-26-S1-M1, T6). Luego amplió su comprensión de la siguiente manera: *Por ejemplo, la institución está ubicada en un contexto rural, hay cultivos de café, está el problema del racionamiento del servicio de acueducto en verano, que podrían ser situaciones para abordar en clases de matemáticas, incluso plantear la transversalidad entre áreas* (I-29-S1-M1, T9), lo cual es consistente con el descriptor (RTD2).

En conexión con la descripción del eidos de la homogeneización de la evaluación estandarizada emerge otro incidente crítico relacionado con un eidos de educación superior que se presenta a continuación.

4.1.1.3 El eidos de la Educación Superior en un contexto rural versus la formación para la ciudadanía

El siguiente incidente crítico está descrito por PA cuando plantea que: *“Los estudiantes de esta institución, que es rural, en su gran mayoría buscan seguir trabajando en la finca de la familia pensar en que van a continuar estudios superiores, es más bien un reto para nosotros que una realidad* (I-19-S1-M1, T4), lo cual está en correspondencia nuevamente con (RTD2). La profesora

Adriana, expone un incidente crítico relacionado con una contradicción en la lógica institucional y de profesores incluida ella, que persiguen la idea de una formación para vincular los estudiantes a la Educación superior con el supuesto de buenos resultados. Sin embargo, la lectura comprensiva que hace de la comunidad reconoce que la institución no realiza un acompañamiento a este proceso más allá de entrenar para buenos resultados, pasando nuevamente por el *eidos de homogeneización*.

La contradicción que evidencia la profesora en su comprensión crítica de la realidad hace referencia a que, dadas las condiciones socioeconómicas de los estudiantes, ellos al egresar deciden seguir las labores del campo, incluso si continúan con el proceso educativo, este se orientará a la formación para el trabajo, preferiblemente en el SENA (Servicio Nacional de Aprendizaje) por lo que insiste: *“es más bien un reto para nosotros que una realidad”*. Mientras que PF, se cuestiona *“Precisamente eso, cómo... diseñar otras formas de planificar una clase, tener otra forma de organizar la clase, es la dificultad”* (RTD1). Develada esta crisis PA cuando plantea una oportunidad de mejoramiento al decir: *“eso hace pensar en que deberíamos dar otras oportunidades de aprendizaje”* (I-19-S1-M1, T6) y de nuevo *“en los que además se puedan vincular el aprendizaje de las matemáticas con lo que sucede en el resto del mundo. Para generar procesos de formación orientados al ejercicio de la ciudadanía y de los valores democráticos. (I -30-S1-M1, T9), (RTD8)*. De manera similar, PF confirma a modo de posible solución *“tenemos que pensar... qué otras formas de poder planificar nos pueden llevar a promover un aprendizaje situado de los estudiantes”* (I-29-S1-M1, T9), (RTDE1). PA y PF reflexionan sobre nuevos cuestionamientos que les permiten hacer reconocimiento de prácticas de riesgo en el ejercicio de su labor (Lora, 2013).

El cuestionamiento del eidos de educación superior, en un entorno agrícola está orientado por un nivel de discernimiento en la profesora Adriana quien devela otros intereses del estudiante, debido a su posición social que involucra familias grandes de bajos recursos, falta de condiciones dignas de vivienda y falta de oportunidades serias de acceso a la educación superior, como un derecho no como una lotería. Estas posturas de la profesora son consistentes con uno de los argumentos de la educación matemática crítica relacionada con que los modelos matemáticos “también han estado implicados en la generación de estructuras de riesgo y catástrofes naturales y sociales” (Valero et al., 2015, p. 5).

El proceso de discernimiento del profesor Fabio sobre este aspecto sólo tuvo lugar hasta el momento 3 del curso de formación, cuando se acordó de leer Valero et al., (2015). La lectura de este documento le permitió comprender la pluralidad de las condiciones sociales de los estudiantes.

Tabla 4.3. *Reconocimiento del Eidos de educación superior del profesor Fabio.*

Intervenciones	Participante	Descripción
I -7-S1-M3	Profesor Fabio	Pues el documento de la profesora Valero ... <i>lo político en la educación matemática</i> . Es muy revelador profe, nos abre los ojos a una realidad de los estudiantes, nosotros vemos a los estudiantes casi igualitos, con los mismos intereses... pero resulta que viven realidades muy diferentes. Uno cree que solo con preguntar o explicar ya todos entienden.
I -8-S1-M3	Investigador	Pero específicamente, ¿cómo usamos esto en el cambio de nuestras prácticas?
I -9-S1-M3	Profesor Fabio	Profe no sé, pero si es claro desde el principio que se deben cambiar para responder a estas necesidades del estudiante. Como menciona Valero en este documento, es necesario reconocer que los estudiantes <i>no son solo cabeza</i> , ellos y particularmente en este contexto sienten que no tienen posibilidades y que da lo mismo saber matemáticas o no porque no van a ir a la universidad, en su mayoría tienen bajos recursos económicos. Otra parte cree que con saber las operaciones básicas es suficiente para comprar y vender.
I -10-S1-M3	Profesor Fabio	Claramente esto requiere un cambio en la forma como enseñamos las matemáticas

Fuente. Fragmento de la reunión del comité de área S1-M3.

El proceso de reflexión que tuvo lugar a lo largo del proceso de formación presentó un recorrido por aspectos de reconocimiento y cuestionamiento de las prácticas (Lora, 2013), develando tres incidentes críticos, a saber: la desprofesionalización del profesor de la práctica de diseño del currículo a nivel local, la cual se deja en manos de los libros de texto, pocisionando al profesor en el papel de artesano tratando de moldear el producto que dispongan estos. Otro incidente se refiere al Eidos de los resultados, el cual obedece al intento por cumplir con un puntaje preestablecido como ideal de progreso. Uno más, consecuencia del anterior, tiene que ver con el eidos de homogeneización de los resultados, es una idea que supone a los estudiantes como sujetos descontextualizados que deben obtener el mayor puntaje en independencia de sus intereses, necesidades, creencias y disposiciones. De forma similar, las reflexiones de los profesores forjan el eidos de educación superior, el cual se caracteriza por la contradicción a la cual induce la institución cuando plantea seguir la educación para el trabajo como parte de las necesidades de las familias, sin embargo, la evaluación y la enseñanza persiguen la idea de ingreso a la universidad. Los eidos, producto del proceso de discernimiento dan cuenta de la práctica del profesor como artesano que da forma a un boceto prediseñado (Grundy, 1994).

Por otra parte, el aspecto de oportunidades de cambio converge en la necesidad de formación relacionada con la posibilidad de diseñar, implementar y evaluar diversas oportunidades de aprendizaje de las matemáticas (ver Tabla 8). Específicamente, aquellas que tienen que ver con aspectos concretos de la vida actual y futura de los estudiantes como sujetos inmersos en realidades sociales, políticas, económicas, ambientales, en las que tiene que participar como ciudadano crítico (García et al., 2003; Valero et al, 2015).

Continuando con el proceso de interpretación de la propia práctica de los profesores, se inicia el debate sobre las herramientas que consideran para su proceso de planeación que configuran sus diseños (RTD2). Las intervenciones de los profesores, en Tabla 7, inician con la identificación de los propósitos formativos estipulados en los documentos curriculares de orden nacional, así como la incapacidad para comprenderlos y usarlos en los diseños.

Tabla 4.4. *Reconocimiento de la necesidad de cambio*

Intervención	Participante	Transcripción
I-17-S2-M1	Profesora Adriana	Pero ¿cómo lograr esto? Porque Fabio, suena bonito, pero necesitamos llevarlo al aula, y del aula a la realidad de la sociedad y no tenemos cómo valorar eso. Por me parece que es más complicado, me refiero a que en estos documentos se habla de formar personas matemáticamente competentes. Debemos pensar cómo lograr esto, es decir estudiar cómo pueden converger los propósitos formativos con las competencias matemáticas. Hay que aclarar que esto.
I-20-S2-M1	Profesora Adriana	Pero insisto ¿cómo lograr esto? Porque en los libros de texto no se plantea de esta manera
I-22-S2-M1	Profesor Fabio	Yo pensaría, que para este caso hay que partir de esos propósitos que hemos mencionado y lograr esto... genera que nosotros los profesores adoptemos [por] un cambio en la enseñanza para que podamos involucrar en las clases situaciones muy cercanas a los estudiantes, en donde ellos sientan la necesidad de usar algún tipo de matemáticas para enfrentarlas. Esto involucra, considerar que las matemáticas contribuyen a la formación de ciudadanos responsables y pueden vivir en comunidad.
I-23-S2-M1	Profesora Adriana	Eso es viable profesor, solo que nosotros no tenemos esa formación o tenemos muy claro cómo se debe hacer. Ya lo hemos dicho, hemos estado muy enmarcados en lo tradicional y eso se ve reflejado en nuestros planes de área. Porque, aunque hay elementos nuevos en el formato de plan de aula la práctica sigue siendo la misma. Esto debe ser considerado en una nueva construcción de planes de área y de aula.
I-24-S2-M1	Profesor Fabio	Yo creo que deberíamos iniciar un proceso de lectura que nos permita ir generando planeaciones con estas características, pero también modificar el plan de estudio o el plan de área.

Fuente. Fragmento de reunión de área, S2-M1.

En este conjunto de intervenciones, los profesores reconocen diferentes aspectos que influyen en el proceso de planificación, a saber: las pruebas de estado, misión y visión del PEI,

aspectos contextuales, aspectos matemáticos y documentos curriculares de orden nacional. Lo cual, crea en ellos una crisis que los lleva continuamente a preguntar ¿cómo lograr esto?

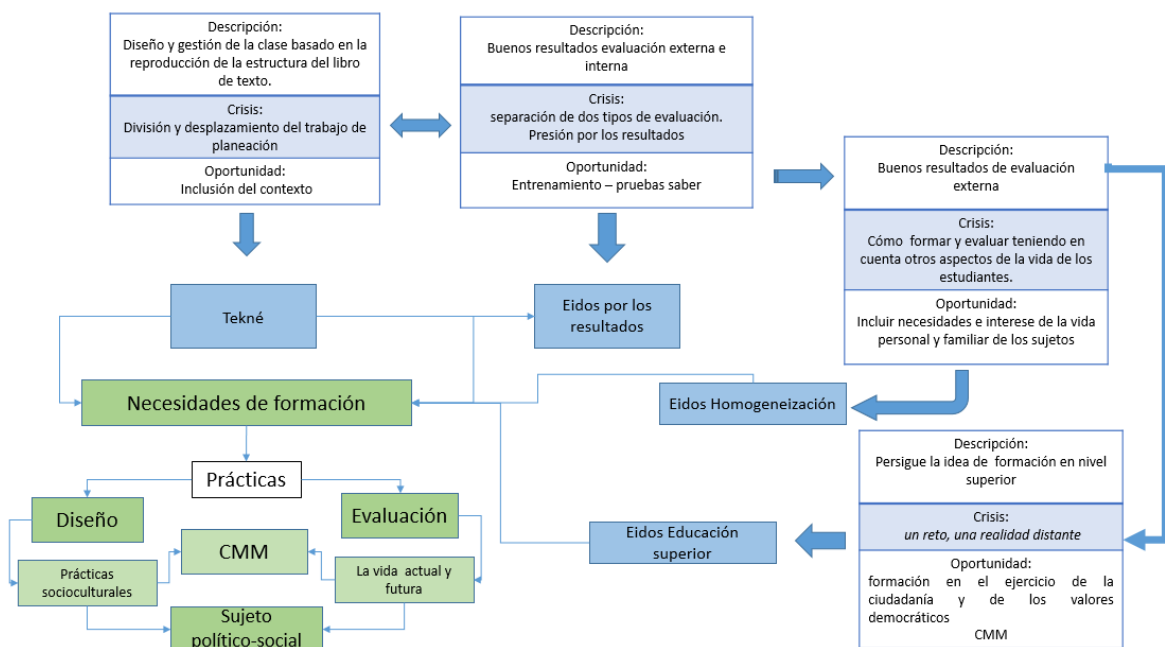
Ante esta angustia, los profesores tienen la necesidad de proponer y formar un espacio de lectura para clarificar y tomar decisiones pertinentes: *“Debemos pensar cómo lograr esto, es decir estudiar cómo pueden converger los propósitos formativos con las competencias matemáticas. Hay que aclarar que esto”* (I-17-S2-M1, T3). En otra oportunidad, PA insiste: *“Pero insisto ¿cómo lograr esto? Porque en los libros de texto no se plantea de esta manera”* (I-20-S2-M1; T9). Ante esta situación PA identifica principios de formación de las matemáticas escolares.

Al interpretar, los estándares básicos de competencia encuentran otros aspectos que no habían considerado de manera consciente. Esto quiere decir, que, si bien ellos y la institución en los planes de área tienen espacios para ubicar estándares de competencias, los aspectos relacionados con los procesos generales, la noción de ser matemáticamente competente y los nuevos propósitos educativos como la consolidación de valores democráticos, no habían sido objeto de reflexión y de confrontación a la luz de las necesidades formativas de los profesores en relación con la formación de los sujetos. Razón por la cual, motivan una forma de dinamizar la reflexión del colectivo de profesores con el objetivo común de generar acuerdos pertinentes que les permita emprender cambios en sus prácticas.

La forma que encuentran inicialmente y que mantendrán a lo largo del proceso es abordar lecturas y tomar decisiones más justas de direccionar las oportunidades de aprendizaje en las

prácticas curriculares, (RTD4), como concluye Canabal et al., (2017) estas prácticas buscan “como fin último, una transformación en el aprendizaje que camine hacia entornos más democráticos y permita construir mejores escuelas en la lucha por sociedades más justas” (p. 20). Esto es manifestado por PF en varias ocasiones, primero menciona: “*nosotros los profesores adoptemos [por] un cambio en la enseñanza para que podamos involucrar en las clases situaciones muy cercanas a los estudiantes*” (I-22-S2-M1, T8), (RTD8); luego: “*Yo creo que deberíamos iniciar un proceso de lectura que nos permita ir generando planeaciones con estas características, pero también modificar el plan de estudio o el plan de área.*” (I-24-S2-M1, T8), (RTD2).

Figura 4.1. Relación incidente críticos y necesidades de formación y acción crítica.



Fuente. Construcción propia.

Los incidentes críticos, enunciados en este apartado constituyen el producto de la actividad reflexiva dialógica y crítica de los profesores, de los cuales parten las posibilidades de

transformación mediante nuevos ciclos de reflexión que posibilitan la formulación de acuerdos valiosos para la emancipación de prácticas educativas en la que se destaca una visión de enseñanza de las matemáticas posicionada en la resonancia intrínseca y en las competencias como vehículo para formación de personas cuyo objetivo es contribuir al desarrollo económico de la región.

4.1.2 Construcción de acuerdos

La construcción de acuerdos, emerge como un nivel del ejercicio de la crítica, a través de la interacción con procesos de reflexión y participación de los profesores sobre su propia práctica, los cuales dan lugar a acuerdos, aproximaciones y significados socialmente compartidos que permiten trazar trayectorias y tomar decisiones de cambios profundos que son posible en la reflexión dialógica, en particular en los procesos de autonomía, co-regulación y escucha abierta, crítica y activa (Canabal et al., 2017).

Este nivel del ejercicio de la crítica, es particularmente complejo debido a las múltiples relaciones y caminos a los que cada persona puede argumentar con pretensiones de verdad y que negocian para responder a un incidente crítico (Habermas, 1981). Estos actos de deliberación reconocen que no existe emancipación a expensas de la libertad colectiva (Grundy, 1994). Por lo cual, Giroux (2001) plantea que: “el docente no es neutral frente a la realidad, está llamado a reflexionar y a dar sentido a la reflexión que se realiza en escuelas y liceos, en una perspectiva de cambio educativo y social” (Giroux, 2001, p. 1).

De manera que, dar sentido a la práctica curricular tiene que ver con tomar decisiones autónomas, en espacios amplios de diálogo, concertación y negociación en torno a los incidentes críticos para acompañar las oportunidades de cambios profundos en los aspectos constituyentes de las prácticas curriculares, entre ellos: la competencia matemática modelizar, la evaluación y el diseño. El transcurrir de los significados asociados a estos aspectos se muestra en el presente apartado. Conforme a lo presentado en los párrafos anteriores, los acuerdos constituyen un puente para generar cambios profundos en las prácticas rutinarias de los profesores, sin embargo, llegar a ellos supone escuchar y reconocer otro mediante un diálogo reflexivo. En “esa concurrencia dialógica surge la necesidad de crear un entorno propicio y la mediación precisa para poder construir ese diálogo en colaboración, mediante la reflexión y la indagación crítica, que genere un conocimiento compartido” (Canabal et al., 2017, p. 7). En últimas, el acuerdo dado como una negociación dialógica converge en un conocimiento visible en repertorio compartido de “procedimientos, jerga propia, rutinas, artefactos, documentos, etc” (Vásquez Bronfman, 2011, p. 55).

A partir de esta reflexión, los profesores convergieron en acuerdos relacionados con la práctica curricular de la Competencia Matemática Modelizar (CMM), a saber: La necesidad de formación colectiva, la evaluación centrada en la modelización matemática, aproximaciones al análisis de prácticas sociales en la dinámica de esta práctica y significados de la competencia matemática modelizar (CMM).

4.1.2.1 Necesidades de formación colectiva

La relación entre los incidentes críticos generada en la reflexión crítica de los profesores en el nivel de discernimiento, permitió que llegaran a acuerdos sobre las necesidades de formación en diferentes aspectos de la práctica curricular, los cuales fueron de naturaleza dinámica debido al mismo proceso de formación. Por lo tanto, en los diferentes momentos del proceso formativo se generan diferentes necesidades formativas.

Con el transcurrir del curso de formación surgieron nuevos acuerdos, en particular cuando se discutió sobre la congruencia entre sus diseños y los fines de la formación matemática, discusión que generó en los profesores un sentimiento de angustia, es decir, sale a flote una crisis en el profesor (ver Tabla 9). Respecto al diseño, el profesor identifica necesidades de formación de la práctica de aula que lo llevan a reconocer la necesidad de constituir un espacio de encuentro en el cual discutan, reflexionen compartan, negocien, acuerden e implementen acciones de cambio. De este modo, los profesores se vinculan en un compromiso mutuo para construir acuerdos que viabilicen ese cambio (Vásquez Bronfman, 2011).

En la Tabla 9, los docentes precisaron inicialmente necesidades de formación en dos asuntos de la práctica curricular, el diseño y la evaluación, según el modelo planteado en el apartado 2.3. En estas necesidades, los profesores reconocen al estudiante como sujeto inmerso en una cultura con condiciones sociales y políticas particulares, las cuales no se habían considerado anteriormente en sus prácticas. Respecto al diseño el PF pone en evidencia necesidades de formación (RTD1) cuando piensa que son necesarias: “*otras formas de planificar una clase, tener otra forma de organizar la clase, es la dificultad (I-29-S2M1, T4); formas de planificar en las que incluyamos este tipo de situaciones a las que nos referimos (I-29-S2-M1, T9)*”. Así mismo, en la evaluación, por

ejemplo, PF siente que: *“teniendo en cuenta lo que hemos hablado, otro aspecto a mejorar es la evaluación profe” (I-39-S1M1, T9)*. La reflexión dialógica entre los profesores permite esclarecer las prácticas de riesgo del colectivo (Lora, 2013).

Por su parte, PA en la reflexión dialógica converge con la postura del PF sobre generar otras formas de diseño de la siguiente manera: *“Si de acuerdo Fabio, en los que además se puedan vincular el aprendizaje de las matemáticas con lo que sucede en el resto del mundo, para generar procesos de formación orientados al ejercicio de la ciudadanía y de los valores democráticos” (I-30-S1M1, T9)*, los profesores centran el uso de modelos matemáticos como herramienta para emprender acciones de transformación que mitiguen las prácticas de riesgo, injusticia e inequidad social (RTC4). Para lograr esto propone: *“... acordar posibilidades o rutas para involucrar estos contextos, particularmente el terreno que tenemos en la institución porque es difícil hacer salidas, están prohibidas en la institución.” (I-39-S1M1, T9)*. Estas intervenciones de PA promueven una visión crítica relacionada con la *“promoción de la participación crítica de los estudiantes en la sociedad (traducción propia)” (Da Silva y Kato, 2012, p. 11)*.

Tabla 4.5. Necesidades de formación continua

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-28-S1-M1	Investigador	Bueno profes y ¿qué soluciones podemos vislumbrar en relación al problema de las planeaciones y la evaluación?
I-29-S1-M1	Profesor Fabio	Precisamente eso, cómo... diseñar otras formas de planificar una clase, tener otra forma de organizar la clase, es la dificultad. Por ejemplo, la institución está ubicada en un contexto rural, hay cultivos de café, está el problema del racionamiento del servicio de acueducto en verano, que podrían ser situaciones para abordar en clases de matemáticas, incluso plantear la transversalidad entre áreas. Pero esto requiere un análisis sobre las matemáticas presentes y cómo presentarlas a los estudiantes, lo cual requiere mucho tiempo.
I-30-S1-M1	Profesora Adriana	También es necesario profes usar de entrada aplicaciones matemáticas en las que se usen las fórmulas aprendidas en grados anteriores o las que se vayan aprendiendo. En este caso las limitaciones sobrepasan cuando los niños tienen que reemplazar términos.
I-31-S1-M1	Profesor Fabio	Pero repito, uno debería indagar continuamente otras formas de enseñar, porque profe, este es un proceso permanente. Siempre habrá algo por cambiar, siempre habrá algo para analizar y meterle algo de nuevo a la programación o a la malla curricular y al plan de aula.

I-32-S1-M1	Profesora Adriana	Pero entonces ahí existe la dificultad, Fabio. Que a veces metemos muchas actividades de los libros y poco del contexto, poco lo estamos teniendo en cuenta.
I-26-S1-M1 I-27-S1	Investigador Profesora Adriana	¿Podría comentar más sobre esa idea? Sí, por ejemplo, podemos hablar de planos, casas tridimensionales. Pero entonces, podríamos nosotros planear actividades utilizando las mismas casas de los estudiantes, que los mismos niños miren cómo es su casa, y miren sus contextos.
I-28-S1-M1 I-29-S1-M1	Investigador Profesor Fabio	¿Pero entonces qué necesidades tenemos? Profe tenemos la necesidad de enfrentarnos a formas de planificar en las que incluyamos este tipo de situaciones a las que nos referimos. O sea, tenemos que pensar... qué otras formas de poder planificar nos pueden llevar a promover un aprendizaje situado de los estudiantes.
I-30-S1-M1	Profesora Adriana	Si de acuerdo Fabio, en los que además se puedan vincular el aprendizaje de las matemáticas con lo que sucede en el resto del mundo. Para generar procesos de formación orientados al ejercicio de la ciudadanía y de los valores democráticos.
I-31-S1-M1	Profesor Fabio	Claro profe, ese es uno de los fines de la formación matemática que también lo consideramos en nuestro plan de área.
I-35-S1-M1	Investigador	Profes, ¿qué oportunidades tenemos en la institución para implicar a los estudiantes en el contexto?
I-36-S1-M1	Profesor Fabio	Ya hemos hablado un poco de eso, el cultivo de café como principal actividad económica de la región, de esto hay mucho que podemos abordar, por ejemplo, la cosecha, la recolección, el impacto en el ambiente. Incluso, en la institución existe un lote pequeño con menos de una hectárea con café sembrado.
I-37-S1-M1	Profesora Adriana	Necesitamos entonces acordar posibilidades o rutas para involucrar estos contextos, particularmente el terreno que tenemos en la institución porque es difícil hacer salidas, están prohibidas en la institución.
I-38-S1-M1 I-39-S1-M1	Investigador Profesor Fabio	¿Qué otro aspecto podemos identificar como problemático? Pues... teniendo en cuenta lo que hemos hablado, otro aspecto a mejorar es la evaluación profe.

Fuente. Fragmento de reunión del comité de área S1-M1.

Hasta el momento, se reconoce la necesidad de indagar aspectos sobre el diseño de las oportunidades de aprendizaje en relación con la inclusión de contextos cercanos al estudiante, nuevas formas de enseñar matemáticas, la evaluación y la formación de ciudadanos críticos en coherencia con los aspectos misionales de la institución (PEI de la institución); sin embargo, la evaluación es un tema que apenas se reconoce en el proceso como una necesidad, esto vislumbra una interpretación de evaluación sumativa usada como el producto de un proceso de enseñanza (Moreno, 2016).

4.1.2.2 La competencia matemática modelizar

En busca de acercamientos a nuevas prácticas de enseñanza, los profesores en la revisión de los Estándares Básicos de Competencias (EBC) perciben la necesidad de consolidar una formación matemática basada en el ejercicio de la ciudadanía crítica y de los valores democráticos, además en sus procesos de reflexión consideran que la modelización como proceso general debe tener más relevancia en las prácticas de aula pero que no disponen de la formación para hacerlo; posteriormente toman posición en la competencia matemática modelizar como foco curricular. Al respecto, surge la necesidad de tener como foco en su proceso de formación la Competencia matemática modelizar como se muestra en la Tabla 10.

Tabla 4.6. *Acuerdo de formación sobre la modelización como competencia matemática.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-29-S2-M1	Profesora Adriana	Para mí las competencias es el saber usar las matemáticas para resolver cualquier problema matemático.
I-30-S2-M1	Profesor Fabio	Para mí estos estándares de competencias es lo mínimo que los estudiantes deben saber de matemáticas para desenvolverse en la sociedad.
I-31-S2-M1	Investigador	Y ¿cuáles serían esas competencias?
I-32-S2-M1	Profesora Adriana	Compañeros, sería la resolución de problemas porque todas las matemáticas se tratan de resolver problemas.
I-33-S2-M1	Profesor Fabio	Yo pienso que son las que evalúan en las pruebas saber: resolver problemas como dice Adriana, pero también comunicar y razonar.
I-34-S2-M1	Investigador	Pero la competencia matemática comunicar en el marco evaluativo de las pruebas saber es un compendio de competencias, en ella ubican comunicar, modelizar y representar. Pero ¿esto a que hace referencia en los EBC?
I-35-S2-M1	Profesor Fabio	En los estándares esas competencias son los procesos generales que se relacionan con los pensamientos matemáticos.
I-36-S2-M1	Profesora Adriana	Pero en las pruebas no las evalúan todas
I-37-S2-M1	Investigador	Es que se pueden seleccionar aquellas que consideramos necesarias para nuestro currículo institucional. De acuerdo a los tipos de situaciones que deseamos involucrar y otros factores que el profesor y la institución en últimas toma partido ¿cuáles serían las competencias que debemos fortalecer?
I-38-S2-M1	Profesor Fabio	Pues según lo que dicen los estándares la resolución de problemas siempre está presente, pero también la modelización permite incluir situaciones del contexto que hemos considerado.
I-39-S2-M1	Profesora Adriana	Profe, pero la verdad poco hemos trabajado ese proceso general de modelización, la resolución de problemas siempre. Yo considero que este es otro aspecto que debemos incluir en esta experiencia de formación porque

I-40-S2-M1	Profesor Fabio	me parece que es importante para esto que buscamos <i>otras formas de enseñar matemáticas e involucrar a los estudiantes en los contextos.</i>
I-41-S2-M1	Investigador	Yo considero, que ya aplicamos algunas partes de la modelización cuando involucramos situaciones contextuales de los libros de texto, pero también creo que debemos indagar más porque puede ayudar en nuestro propósito. Está bien, como conclusión debemos explorar la competencia modelizar o modelizar porque parece que nos aporta a nuestro propósito de transformar nuestras prácticas educativas en formación matemática. Para lo cual, les propongo que identifiquen alguna bibliografía al respecto y nos ponemos de acuerdo para seleccionar algunas lecturas iniciales.

Fuente. Encuentro del comité de área (Momento 1 del proceso de formación).

Las intervenciones de los profesores, de acuerdo con las posibilidades y oportunidades que ofrece la modelización matemática para que los estudiantes construyan aprendizajes duraderos, significativos y situados, en la medida que puedan vincular situaciones de la vida real con las matemáticas (Blomhøj, 2004; Orey y Rosa, 2007; Niss, Blum, y Galbraith, 2007; Burak y Kluber, 2016).

En el momento tres de la formación, las reflexiones de los profesores permiten identificar cómo la modelización deja de ser un vehículo para enseñar conceptos y procedimientos matemáticos para tornarse en un propósito de la Educación Matemática y como un vehículo para la formación ciudadana de los sujetos. Por ejemplo, PA reconoce que: *“En últimas la modelización vista así permite traer la comunidad y sus prácticas al salón, a la escuela y el acercamiento de los estudiantes a dar sentidos a las matemáticas en la sociedad que también es esta la del campo no solo la urbana, la de la ciudad”* (I-14-S2-M3); La profesora reconoce la CMM como herramienta para comprender la realidad mediante la construcción social de significados (RTC6). Claramente existe un desplazamiento de la importancia de la modelización como contenido del currículo de matemáticas, el cual se centra en este momento en la oportunidad de participación de los estudiantes en la sociedad, tal como identifica Da Silva y Kato (2012) en los significados que

configuran el campo de la modelización crítica a partir del “desarrollo del problema o situación problemática de la realidad o la vida cotidiana de la comunidad” (Da Silva y Kato, 2012, p. 818).

La modelización constituye para los profesores, más que una obligación, una oportunidad de cambio de las prácticas de enseñanza de las matemáticas (Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa-Ochoa, 2014). De esta manera el ejercicio de la crítica los lleva a tomar decisiones centradas en lo que ellos piensan que es adecuado y bueno para los estudiantes, lo que les permite apartarse de una práctica reproductora del currículo para instalarse en una postura dialógica de la práctica curricular basada en el juicio ético (Grundy, 1994).

Sin embargo, con lecturas posteriores sobre la competencia matemática modelizar (CMM) la condicionan al proceso general de modelización matemática, como se aprecia en los diálogos, La CMM emerge en los profesores como una posibilidad de relacionar el contexto de los estudiantes con las matemáticas. Para PA: “es importante para esto que busquemos *otras formas de enseñar matemáticas e involucrar a los estudiantes en los contextos*” (I-39-S2-M1, T 6).

Las competencias como uno de los propósitos de la Educación Matemática emergen en la reflexión de PF cuando expresa: “*Es decir, uno de los focos para enseñar matemáticas son las competencias [matemáticas]*” (I-27, T6). Y aclara su posición “*es lo mínimo que los estudiantes deben saber de matemáticas para desenvolverse en la sociedad*” (I-30, T6). (RTCE). Aunque la expresión: “*lo mínimo que debe saber*” deteriora la calidad de los aprendizajes, es un apelativo que hace referencia a la resonancia intrínseca de las matemáticas (Skovsmose, 1999). Esta resonancia,

tiene que ver con una postura que les otorga a las matemáticas y a quien las domine, poder para enfrentarse a cualquier situación. Esta interpretación dada por los profesores como dominio de contenidos los conduce a configurar planes de aula y de área en torno a temas, con la idea de dotar a los estudiantes de herramientas para *desenvolverse en la sociedad*. Mientras que, PA considera que las competencias matemáticas son: “*saber usar las matemáticas para resolver cualquier problema matemático*” (I-29-S2-M1, T10). Al igual que en las intervenciones de Fabio, en la intervención de PA.

La emersión de este acuerdo, conforma el esqueleto articulador de nuevas reflexiones y acuerdos que configuran la resignificación de su práctica curricular en la que convergen posturas sociocríticas que permiten poner en el corazón de la competencia al sujeto político. Esto quiere decir que el ejercicio de la crítica sobre sus prácticas le permite al profesor movilizar la competencia matemática modelizar en al menos dos direcciones, una que es la resignificación continua de los elementos que la fundan y otro en plantear cómo podría su gestión a largo plazo. En este sentido, el diseño y la evaluación son dos componentes que son objeto de reflexión constante tal como se muestra a continuación.

La evaluación, es otro factor que los profesores consideran importante en su práctica, de hecho, han reconocido que es un aspecto que consideran en último lugar, estos aspectos son presentados en el siguiente apartado, en el que el proceso de reflexión de los profesores les permitió tomar conciencia acerca de la posibilidad de implementar la evaluación a partir del mismo proceso de modelización.

4.1.2.3 La evaluación de la competencia matemática modelizar

La evaluación de los aprendizajes es una preocupación de los profesores que subyace a su necesidad de cambiar sus prácticas, en particular la evaluación de la CMM es un cuestionamiento emergente en las discusiones de los profesores posterior al acuerdo de involucrar el proceso de modelización como una oportunidad para mejorar su enseñanza de las matemáticas. En sus reflexiones, ven la posibilidad de emprender a la par un proceso evaluativo más consciente y responsable centrado en las mismas fases de la modelación y en el sistema actual de evaluación en Colombia reglamentado en el decreto 1290 de 2009.

El profesor Fabio (PF), insiste en adecuar las tareas a las fases del proceso de modelización con la posibilidad de consolidar la evaluación formativa a partir de los subprocesos que surgen cuando el estudiante analiza las prácticas sociales: *“yo creo profe que debemos tomar las fases del proceso de modelización [...] Para posteriormente construir una rúbrica que permita ir acompañando el proceso de modelización de los estudiantes”* (I-22-S4-M1, T6), (RTE6, EMR2). De manera similar la profesora Adriana (PA), considera que construir una tabla permitirá discriminar a qué fases del proceso contribuyen los diferentes aspectos de la situación de modelización, además plantea que: *“A la vez, esto nos puede ayudar [a] prever ciertos errores de los estudiantes y acompañar el proceso en el aula, además de permitir organizar la evaluación de acuerdo con las acciones de los estudiantes [y] de acuerdo con el proceso de modelación.”* (I-23-S4-M1). PA y PF posibilitan espacios de participación orientada a llevar a cabo ciertas fases del proceso de

modelización para comprender una situación real de riesgo y actuar sobre ella. En la Tabla 11, se puede observar cómo se configura el consenso sobre este aspecto.

Tabla 4.7. *Acuerdo de formación sobre la evaluación del proceso de modelización matemática.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-22-S4-M1	Profesor Fabio	Bueno ... yo creo profe que debemos tomar las fases del proceso de modelización ... ummmm... para comparar y valorar a qué fases apuntan las tareas propuestas. Para posteriormente construir una rúbrica que permita ir acompañando el proceso de modelización de los estudiantes.
I-23-S4-M1	Profesora Adriana	Sabe que si Fabio, eso falta, con eso logramos varias cosas. Por ejemplo: al asociar las diferentes partes de la tarea con las fases del proceso de modelización podemos ajustarlas, es decir incorporar aspectos que faciliten a los niños pasar por todas las fases del proceso de modelización. A la vez, esto nos puede ayudar prever ciertos errores de los estudiantes y acompañar el proceso en el aula, además de permitir organizar la evaluación de acuerdo con las acciones de los estudiantes de acuerdo con el proceso de modelización.
I-24-S4-M1	Investigador	¿cómo piensan qué podemos hacer esto?
I-25-S4-M1	Profesor Fabio	Muy interesante lo que dice Adriana, lo que podemos hacer es tomar los momentos del proceso de modelización propuesto en el artículo de Mortem Blomhøj y cotejar con las partes de las tareas que proponemos.
I-26-S4-M1	Profesora Adriana	ummmm... pero pensando en lo que los estudiantes pueden hacer, falta algo... no sé, como sobre aquello que compone cada fase del proceso.
I-27-S4-M1	Investigador	Bueno recuerden que tenemos dos documentos para leer, el que nos ayudó a traducir el profesor de inglés de Maass (2006), este nos puede servir.
I-28-S4-M1	Profesora Adriana	Claro, eso es. entonces diseñemos esos cuadros.
I-36-S5-M1	Profesora s Adriana	Sin embargo, aún hay aspectos que se deben estudiar, por ejemplo, matrices de evaluación con otros niveles de desempeño más ajustados al proceso de modelización y también sobre otras formas de diseño, otro tipo de tareas, que permitan involucrar situaciones particulares de contextos, cosas que hacen los estudiantes y sus familias con el fin de dar sentido al aprendizaje de las matemáticas y permitir la movilización de las competencias matemáticas y particularmente la de construir modelos.

Fuente. Reunión de comité de área, S5-M1.

Los planteamientos de los profesores están orientados a construir caminos de evaluación formativa de la CMM a partir de todas las fases del proceso de modelización, lo cual corresponde a una visión holística, pero en sus primeras aproximaciones a la noción de competencia matemática modelizar se centraron en un enfoque atomista, es decir optaron por favorecer ciertas fases del proceso de modelización y paulatinamente incorporar todas las dimensiones (Blomhøj y Højgaard Jensen, 2003; Kaiser, 2015).

Los acuerdos se consolidan en el siguiente diálogo concertador, PF: *“lo que podemos hacer es tomar los momentos del proceso de modelización propuesto en el artículo de Mortem Blomhøj y cotejar con las partes de las tareas que proponemos. (I-25-S4-M1, T6), (DGCS1);* moción que es apoyada por PA: *“Claro, eso es, entonces diseñemos esos cuadros” (I-28-S4-M1, T6).* En esta participación PA y PF ratifican el diseño de la evaluación con una postura consciente y responsable del proceso de evaluación formativa. La importancia de este acuerdo en el proceso de formación cooperativa consiste en consolidar una propuesta autónoma de diseño y evaluación que será discutida más adelante; por ahora es posible observar en la Figura 14, la rúbrica o matriz de evaluación fruto de la persistencia, reflexión y diálogo de los profesores.

Figura 4.2. Rúbrica inicial de la tarea día de invierno

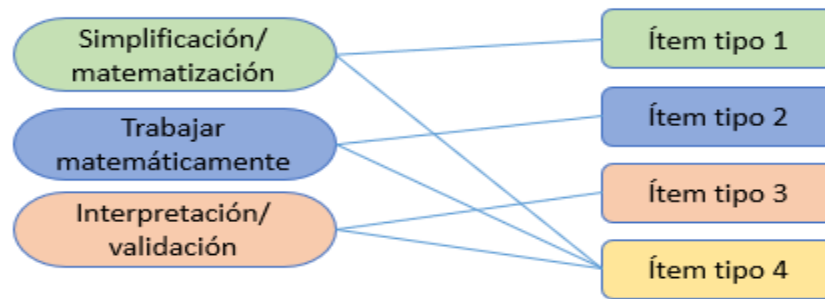
Reconocimiento de la situación problema	Matematización de situaciones problemas en enteros.	Trabajo matemático	Validación y uso del modelo matemático
Identifica múltiples cantidades positivas y negativas en procesos de representación en contextos cotidianos.	Usa la localización para ubicar en la recta numérica las cantidades positivas y negativas.	Describe la variación de una situación usando diversas estrategias y cuantifica lo observado.	Establece juicios éticos y críticos al ejemplificar las cantidades positivas y negativas en distintas representaciones y evocación de prácticas sociales.
Identifica cantidades positivas y negativas en procesos de representación en contextos escolares.	Representa en la recta numérica números positivos y negativos.	Describe de manera verbal la variación de una situación y cuantifica lo observado.	Describe, representa y explica la realidad.
Identifica cantidades positivas y negativas en procesos de representación.	Interpreta el opuesto de un número y lo ubica en la recta numérica.	Describe la situación de variación usando la recta numérica.	Genera patrones para puntualizar el comportamiento de una situación.
Identifica cantidades positivas y negativas.	Representa puntos en la recta numérica.	Cuantifica la variación de una situación.	Compara representaciones usando números enteros.

Fuente. Construcción de la profesora Adriana

Tanto el profesor Fabio como la profesora Adriana, construyeron estas rúbricas de evaluación en cada una de las tareas diseñadas, sin embargo conforme avanzaban en las reflexiones mediadas por las lecturas y las diversas implementaciones de aula, sintieron la necesidad de ampliarlas de manera que fueran más consistentes con un significado de la CMM vinculado con los subprocesos asociados al proceso de modelización, por ejemplo PA toma conciencia al mencionar que se necesitan “... *matrices de evaluación con otros niveles de desempeño más ajustados al proceso de modelización y también sobre otras formas de diseño, otro tipo de tareas, que permitan involucrar situaciones particulares de contextos, cosas que hacen los estudiantes y sus familias*” (I-36-S5-M1, T6). La reflexión dialógica, autorregulada y crítica de los profesores posibilitó espacios de participación orientados a llevar a cabo ciertas fases del proceso de modelización para comprender una situación real (RTE2).

En las rúbricas de evaluación, que emergieron fruto de los acuerdos de los profesores son consistente también con la transición entre una postura atomista a una holística de la CMM, como una versión del modelo C presentado en Kaiser (2015); en este modelo que el autor denomina de tres dimensiones, considera que la competencia modelizar matemáticamente puede ser desarrollada a través de cuatro tipo de tareas, uno que relaciona todas las fases del proceso de modelización y otras tres tareas independientes de acuerdo a tres dimensiones de la CMM (Zöttl et al., 2011), cómo se puede ver en la Figura 4.3: simplificación y matematización, trabajar matemáticamente, interpretar y validar y un cuarto tipo que reúne las tres dimensiones anteriores.

Figura 4.3. Modelo C: Tres dimensiones de la CMM.



Fuente. Kaiser (2015, p. 141)

En cambio, los profesores asumen cuatro subcompetencias del modelo propuesto por Maass (2006) que son asociadas con tareas específicas de modo que al transitar por ellas puedan movilizar la competencia matemática modelizar, de acuerdo con la Figura 16, los acuerdos de los profesores dan mayor importancia a las subcompetencias simplificar, matematizar, trabajar con las matemáticas y validar; la subcompetencia interpretar es considerada en la validación porque en un principio para ellos es más relevante el modelo matemático como vehículo para introducir conceptos matemáticos (Julie, 2002).

Esta postura atomista, también es evidente en el uso del modelo de Blomhøj y Højgaard Jensen (2003) como un instrumento dinamizador del diseño de tareas y de evaluación, en tanto que sus decisiones favorecen inicialmente la matematización y el trabajo matemático, es decir que las tareas y la evaluación corresponden a cuatro de los seis aspectos considerados por estos autores en su modelo.

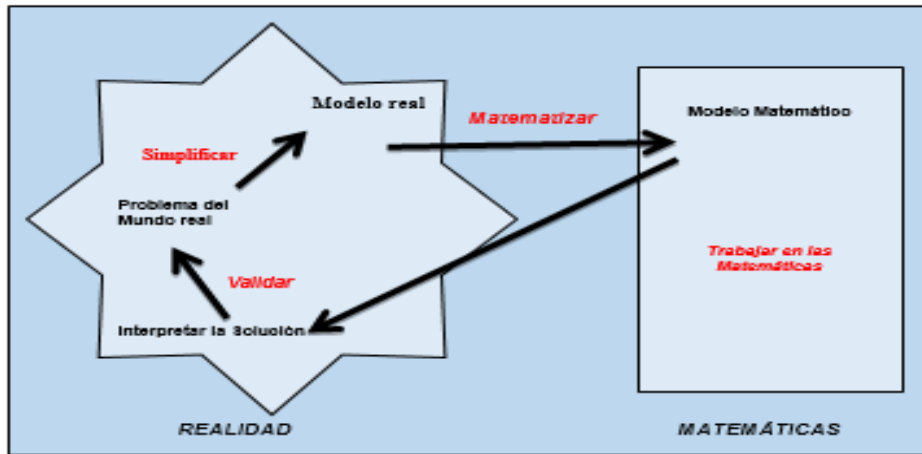
Figura 4.4. *Uso del modelo de Blomhøj y Højgaard Jensen (2003) en el diseño de tareas de modelización para el grado 7.*

Subproceso	Evidencia en la situación propuesta
(a) Formulación del problema	<i>Imagínese que los estudiantes de grado séptimo organizan una salida al centro recreacional "Campo Sevilla" para realizar una actividad matemática. Estando allí, un estudiante decide entrar a la piscina llevando un objeto que sumerge y suelta repetidas veces; la primer vez lo sumerge 50 cm y sobresale del nivel de la piscina 10 cm; la siguiente vez se sumerge 100 cm y al soltarlo sale 20 cm; por último se sumerge 150cm y al soltar el objeto sobresale 30 cm de la piscina.</i>
(b) Sistematización	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Describa el movimiento del objeto en la superficie del agua.</i> • <i>Represente el movimiento del objeto.</i> • <i>Qué cantidades de magnitud intervienen en la situación.</i>
(c) Traducción a un lenguaje matemático	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Cuantifique el movimiento observado. suponga que el nivel del agua de la piscina no cambia.</i>
(d) Uso de métodos matemáticos	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Cuantifique el movimiento observado.</i>

Fuente. Construcción de la profesora Adriana

Como consecuencia en la Figura 17, se observa un ajuste al modelo de Maass, lo que explica la postura atomista tomada inicialmente por los profesores y en la cual basaron sus acuerdos de evaluación (ver Figura 4.5). Para plantear la matriz de evaluación, los profesores usan tanto el modelo de Maass (2006) para identificar criterios de evaluación que les permitía construir niveles de desempeño centrados en la CMM como el modelo propuesto en Blomhøj y Højgaard Jensen (2003) para vincular la evaluación con el diseño de tareas de modelización (abordadas a profundidad en el objetivo 2).

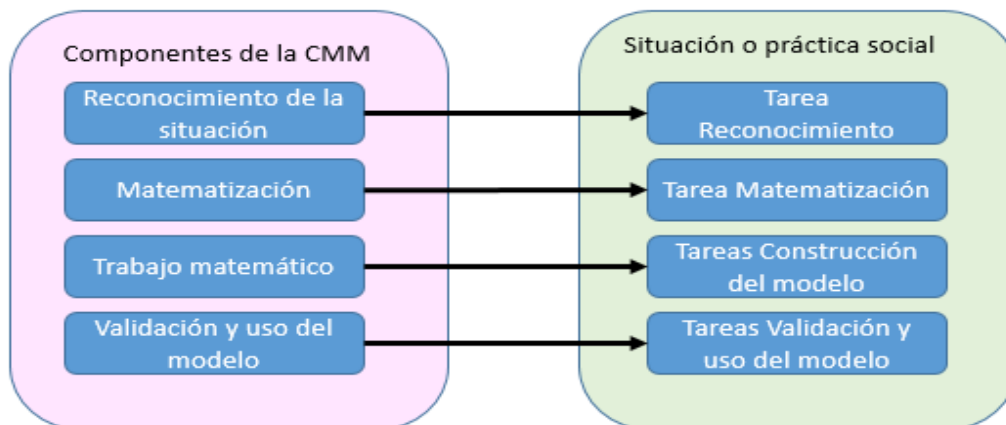
Figura 4.5. Configuración de la competencia modelizar promovidos en la tarea: paseo a campo Sevilla.



Fuente. Interpretación del autor usando la propuesta de CMM como procesos de Maass (2006)

La convergencia entre componentes del proceso de modelización con el diseño, permitió que los profesores garantizaran que cada subcompetencia o dimensión estuviera asociada a una tarea y que esta pudiera evaluarse en el mismo proceso de enseñanza, de este modo el acuerdo se consolida en una postura de evaluación de la CMM basada en cuatro dimensiones o subcompetencias, a saber: simplificar, matematizar y validar como se representa en la Figura 4.6.

Figura 4.6. Configuración del acuerdo de evaluación de la CMM.



Fuente. Construcción propia.

Estos acuerdos evidencian que la movilización de la CMM requiere una relación nutrida, dinámica y armónica entre los diseños y la evaluación. Aunque inicialmente la evaluación se basa en una visión atomista de la competencia, las participaciones de los profesores muestran que su postura es holística porque buscan que se lleve a cabo todo el proceso de modelización, en palabras de Zöttl y Reiss (2011) “...las tareas de modelado adecuadas siempre deben requerir el desempeño de un proceso de modelado completo” (p. 430). Sin embargo, los nuevos significados de esta competencia permiten que los profesores acuerden la ampliación de la matriz de evaluación tal como se muestra en la Tabla 12.

En la Tabla 12, los profesores generan un diálogo que permite un nuevo acuerdo sobre la evaluación de la CMM que incluye además de las fases del proceso de modelización el componente de uso, el cual fue asociado a la participación del estudiantes en dos facetas (Ver Figura 19 y 20), una instalada en la postura sociocultural de la modelización (Villa-Ochoa y Berrio, 2015; Villa-Ochoa, Rosa y Gavarrete, 2018); y otra instalada en la postura crítica de la modelización matemática (Araujo, 2009; Da Silva y Kato, 2012).

Tabla 4.8. *Acuerdos sobre ampliación de la matriz de evaluación*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-18-S1-M3	Profesor Fabio	En los documentos de evaluación de la competencia de modelización se presenta un modelo que busca esta autonomía en los estudiantes. Ellos proponen tres niveles, me gusta porque se desplaza de ese pensamiento centrado en responder a clasificaciones externas, por lo contrario, se plantea niveles de independencia del estudiante, aunque considero que se deben incorporar algunos elementos.
I-19-S1-M3	Investigador	Pueden mencionar cuales son esos niveles
I-20-S1-M3	Profesor Fabio	Pues profe, espere... son: Nivel 1: reconocimiento y comprensión del modelado; Nivel 2: modelado independiente; Nivel 3: Meta-reflexión sobre modelado

I-21-S1-M3	Profesora Adriana	Claro, muy bien, pero yo pienso que por cuestiones administrativos debemos seguir con este modelo, en cambio me parece más adecuado incluir una columna en el proceso de modelización que vincule con su uso.
I-22--S1-M3	Profesora Adriana	Por ejemplo, en nuestra primera aproximación el uso se dirigió a encontrar una operación, en el segundo ejercicio de diseño el significado aún seguía orientado hacia un conjunto de conceptos, ahora podemos identificar otro uso, pienso que uno sobre la interacción con las prácticas sociales es decir un uso relacionado con la interacción y la comprensión del mundo.
I-27-S1-M3	Profesora Adriana	Todo esto, que hemos acordado implica una forma de valorar diferente. De acuerdo con la experiencia del periodo pasado, cuando trabajamos la evaluación con las fases del proceso de modelización, los estudiantes identificaron las fases del proceso de modelización en su trabajo de clase, lo que sirvió también para generar procesos de autonomía. También se introdujo la reflexión sobre aspectos de la sociedad y como se puede usar las matemáticas para reflexionar sobre prácticas sociales reales. Pero yo pienso que debemos incluir, ya con estas lecturas, otro aspecto. Algo más relacionado con las interacciones, la cooperación, los acuerdos de los estudiantes para avanzar en la construcción del modelo matemático, la comprensión del mundo pero también en la participación ciudadana.

Fuente. Fragmento del comité de área con profesores, S1-M3.

En el primer caso, la participación es vista como la interacción dialógica entre estudiantes para construir significados del mundo que los rodea, es decir para leer el mundo (Freire, 1993). Esta postura es evidente cuando PA resume: *“el uso se dirigió a encontrar una operación, en el segundo ejercicio de diseño; el significado aún seguía orientado hacia un conjunto de conceptos, ahora podemos identificar otro uso, pienso que uno sobre la interacción con las prácticas sociales es decir un uso relacionado con la interacción y la comprensión del mundo”* (I-22-S1-M3, T12), (DLT5). En coherencia, en la Figura 4.1.6, la matriz de evaluación fue enriquecida con la noción de participación que reconoce la postura sociocultural de la modelización matemática (Villa-Ochoa y Berrio 2015; Rosa y Orey, 2013; Marcillo, Rojas y Villa-Ochoa, 2015) y de la Educación Matemática en general (Valero, 2002; 2012).

Figura 4.7. *inclusión de la participación en la matriz de evaluación. Encabezado del diseño de una matriz de evaluación.*

Descripción de la realidad.	Matematización y cuantificación de la variación, de relaciones y representaciones geométricas.	Construcción del modelo	Validación y uso del modelo matemático	Participación Interacción - Promoción del trabajo en grupo
-----------------------------	--	-------------------------	--	--

Fuente. Procesos asociados a la CMM diseñados por el profesor Fabio y la profesora Adriana.

Por otra parte, la participación ciudadana incorporada a la evaluación de la CMM (Figura 20), representa la oportunidad de vincular al estudiante con la toma de decisiones y de actuación directa en la transformación de prácticas hegemónicas o de riesgo social. PA manifiesta: “... yo pienso que debemos incluir, ya con estas lecturas, otro aspecto. Algo más relacionado con las interacciones, la cooperación, los acuerdos de los estudiantes para avanzar en la construcción del modelo matemático, la comprensión del mundo, pero también en la participación ciudadana” (I-27-S2-M3), (DLpsc5). De acuerdo con esta reflexión, los profesores ubican en el centro de la evaluación el compromiso de favorecer el ejercicio de los valores democráticos a través de la participación ciudadana, es decir a través de la intervención directa del estudiante como sujeto político en la transformación de las prácticas sociales (Valero et al., 2015; Araujo, 2009; Orey y Rosa, 2007)

Figura 4.8. *Inclusión de la participación ciudadana en la matriz de evaluación. Diseño de evaluación de los profesores.*

Comprensión de las prácticas de riesgo.	Matematización	Construcción del modelo matemático.	Validación y uso del modelo matemático.	Participación Interacción - Promoción del trabajo en grupo	Participación ciudadana.
---	----------------	-------------------------------------	---	--	--------------------------

Fuente. Procesos asociados a la CMM diseñados por el profesor Fabio y la profesora Adriana

La reflexión crítica de los profesores sobre las oportunidades de movilización de la CMM permitió la ampliación constante de la matriz de evaluación, lo cual es evidencia de una postura formativa de la evaluación que resalta: la construcción dinámica de significados de esta competencia y el fomento de la autonomía del estudiante en su proceso evaluativo.

En primer lugar, la inclusión de la participación como componente de la CMM permite observar una resignificación que transita de la construcción de conceptos al ejercicio de los valores democráticos. Este hecho, muestra un aspecto de la evaluación formativa de la modelización que está relacionado con vincular simultáneamente la enseñanza y la evaluación en un proceso de retroalimentación simbiótica y constante. Como reconoce PA: *“cuando trabajamos la evaluación con las fases del proceso de modelización, los estudiantes identificaron las fases del proceso de modelización en su trabajo de clase, lo que sirvió también para generar procesos de autonomía”* (I-27-S2-M3), (RTE6), de manera similar PF considera: *“de evaluación de la competencia de modelización se presenta un modelo que busca esta autonomía en los estudiantes”* (I-18-S1-M3). Las interacciones entre los profesores develan construcción de significados asociados a la identificación de características matemáticas implícitas en las prácticas socioculturales (DLpsc4).

Por otra parte, la autonomía está encaminada a difuminar las relaciones de poder en el aula, esto es dar la oportunidad al estudiante de tomar parte en su propio proceso de valoración de movilización de la competencia, de esta manera los profesores conducen a los estudiantes *“hacia la autoevaluación regular con estándares sostenidos de forma constante, de modo que ellos puedan ver su progreso a través del tiempo y así sentirse responsables de su propio éxito”* (Moreno, 2016, p. 33). Como consecuencia, los profesores reconocen en sus estudiantes aspectos metacognitivos cuando PA defiende que: *“los estudiantes no se sienten presionados por una nota, sino que él*

mismo va monitoreando su proceso de modelización” (I-9-S4-M2) o cuando PF comparte que: “el estudiante hace parte activa dentro del proceso y participa en grupo de acuerdo a sus significados” (I-10-S4-M2). Lo anterior deja entrever que los modelos matemáticos son orientados como herramientas para superar prácticas de riesgo (ECP4) (Solar, 2014).

Tabla 4.9. *Introducción de la autoevaluación.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-9-S4-M2	Profesora Adriana	En primer lugar, los estudiantes no se sienten presionados por una nota, sino que él mismo va monitoreando su proceso de modelización.
I-10-S4-M2	Profesor Fabio	Además, el estudiante hace parte activa dentro del proceso y participa en grupo de acuerdo a sus significados.

Fuente. Fragmento de reunión de área, S4-M2.

En síntesis, los acuerdos de los profesores sobre evaluación dan cuenta de un proceso reflexivo crítico y dialógico que generó un modelo de evaluación convergente entre las dimensiones de la CMM y niveles de desempeño. Además evidencian la posibilidad de asumir una postura atomista o una holística de acuerdo con el nivel educativo o al grado de familiaridad con tareas de modelización matemática pero buscando siempre la autonomía del estudiante en el proceso evaluativo consistente con una postura dialógica entre un enfoque formativo de la evaluación y el enfoque crítico de la competencia matemática modelizar, de manera que los profesores construyen un modelo de evaluación “que se centra en los diferentes componentes de la competencia de modelado en lugar de los diferentes niveles de competencia” (Zöttl y Reiss, 2011, p. 432).

4.1.2.4 Aproximaciones al contexto, prácticas sociales y prácticas de riesgo como componente fundamental de los diseños.

Como consecuencia de los acuerdos anteriores, relacionados con la evaluación y el diseño de tareas de modelización como aspectos constituyentes de las prácticas curriculares de los profesores para movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica, es decir aquella centrada en el sujeto político, el ejercicio de valores democráticos y los procesos de modelización, los profesores tomaron la decisión de posicionar la modelización como una competencia central del currículo institucional, con lo cual sobrevino con ímpetu a lo largo del proceso de formación la necesidad de vincular las vivencias y necesidades de los estudiantes y sus familias (Valero, 2012). Como resultado, algunos acuerdos consistieron en la especificación de prácticas sociales y prácticas de riesgo, más complejas y dinámicas, en relación con la formación para la democracia, que la noción de contexto como recipiente en la que persisten los documentos curriculares colombianos.

En la Tabla 14, se presenta la reflexión dialógica de los profesores sobre el papel del contexto en la enseñanza de las matemáticas y en el fomento del proceso de modelización matemática como vehículo para vincular el ejercicio de los valores democráticos. Inicialmente, entiéndase en el primer momento del proceso de formación cooperativa, los profesores identificaron el contexto como un componente esencial del proceso de modelización matemática (Blomhøj, 2003; Villa-Ochoa, 2007) y de la competencia matemática modelizar (Maass, 2006; 2010; Solar, 2009; Anhalt, Cortez y Been, 2018).

Figura 4.9. Adopción de la CMM en el plan de área.

Se definen los siguientes ajustes al plan de área de matemáticas.

1. Definición de las competencias a desarrollar

Se acuerda trabajar en todos los niveles y grados las siguientes competencias.

- Formulación, tratamiento y resolución de problemas
- Modelar procesos y fenómenos de la realidad

Este ajuste está sustentado en los siguientes aspectos: estas dos competencias o procesos involucran todos los demás procesos con distinta intensidad en sus diferentes momentos, otro aspecto relevante está basado en los resultados de las pruebas saber 2017 en 3°, 5° y 9°, en los que se evidencia que se tiene debilidad en:

- Comunicación, representación y modelación
- Planteamiento y resolución de problemas.

Fuente. Fragmento de acta del comité de área 2019.

Sin embargo, la concepción del contexto en ese momento estaba influenciada por la visión de realidad en los libros de texto, tal como se presenta en el primer incidente crítico en los discernimientos de los profesores, por lo cual la discusión sobre cómo incluir el contexto estaba unido a un proceso de emancipación del diseño y en consecuencia a la construcción de nuevos significados de la competencia matemática modelizar. En este sentido, Los acuerdos sobre la inclusión del contexto estuvieron anclados a aquello que conocían, es decir a los libros de texto, pero en dos sentidos diferentes en cada profesor. En el caso del profesor Fabio, su elección es convergente *el contexto de un problema*; mientras que la profesora Adriana incursiona en algunos aspectos del contexto situacional, pero con un interés de generar un concepto matemático.

Tabla 4.10. Incorporación de contextos como aspecto central de los planes de aula.

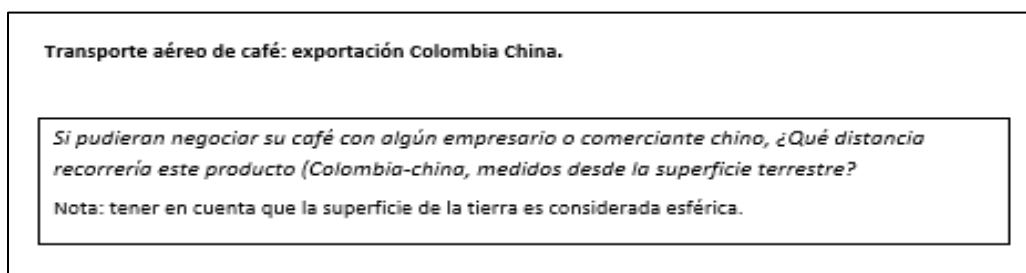
Intervenciones	Participante	Transcripción
I-11-S4-M1	Profesor Fabio	Es una situación que se modificó del libro de texto que se usa para el grado 10, pensando en una situación que permitiera introducir el tema de medición de ángulos.
I-13-S4-M1	Profesor Fabio	Teniendo en cuenta el poco tiempo que tuve para planear esta fue una posibilidad, además considero que esta situación puede generar en el aula algunas fases del proceso de modelización para que los estudiantes comprendan donde se usa la

I-30-S4-M1	Profesora Adriana	medición de ángulos y abandonar la idea de plantear problemas para la ejercitación de procedimientos. No profe yo me imagine, primero unas situaciones relacionadas con los números enteros, que es uno de los temas básicos de grado séptimo y otra luego sobre proporcionalidad que hemos trabajado con Fabio. Pero si, me inspiré en aquellos problemas que muestran escalas verticales, por ejemplo, de temperaturas bajo cero o desplazamientos bajo el nivel del mar.
I-50-S4-M1	Profesor Fabio	Bueno profe, la idea la trajo Adriana, estamos con la preocupación de cómo incluimos el contexto a temas particulares y asociados a promover el uso de las matemáticas en contextos. Así que planteamos un tema, la proporcionalidad y empezamos a buscar una situación que le diera sentido a ese concepto. Entonces buscamos situaciones que aparecen en los libros y tratamos de conectar con la realidad.
I-51-S4-M1	Profesora Adriana	Sí, estamos en esa búsqueda cuando pasábamos por los lavamanos de los estudiantes y vimos una pequeña fuga de agua, allí profe... vimos la oportunidad de tratar un problema social de la población estudiantil, el mal uso del agua potable.

Fuente. Fragmento diálogos del comité de área de matemáticas S4-M1.

En ambos casos, los profesores promueven el uso del contexto como un recipiente en el que se encuentran algunos conceptos, en estos términos es visible el uso de la modelización para la enseñanza de conceptos y procedimientos matemáticos de manera más significativa (Julie, 2002; Biembengut, 2013), esto puede verse en las tareas construidas por los profesores en el primer momento (Figura 22 y 23). PF retoma una situación formulada en el libro de texto de grado 10 y la contextualiza en el medio cafetero para abordar el tema medición de ángulos: *“además considero que esta situación puede generar en el aula algunas fases del proceso de modelización para que los estudiantes comprendan donde se usa la medición de ángulos y abandonar la idea de plantear problemas para la ejercitación de procedimientos”* (I-13-S4-M1). Como se observa en el diálogo de PF Los modelos matemáticos son orientados como herramientas para superar prácticas de riesgo (ECP4).

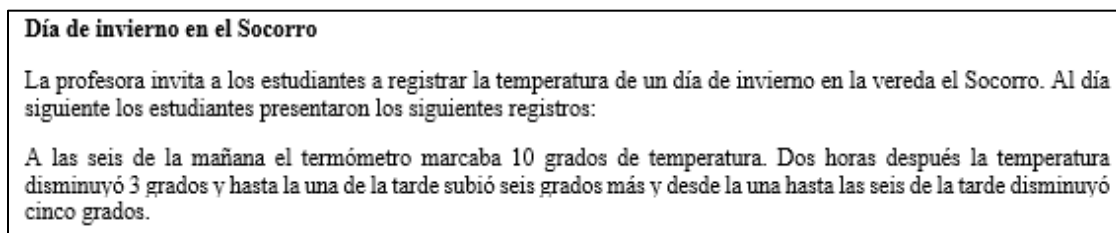
Figura 4.10. Tarea inicial de modelización, construida a partir del libro de texto.



Fuente. Tarea de transporte aéreo diseñada por el profesor Fabio para grado 10.

De manera similar, la profesora Adriana deja ver en su propuesta la tendencia hacia el *contexto de interacción* en el que propone por grupos de estudiantes analizar el cambio de temperatura en un día de invierno en su vereda (Figura 23), en esta tarea los estudiantes podían usar sistemas de representaciones tabular y gráfico como medio de interacción con sus compañeros y como vehículo para llegar al concepto de número entero. Es evidente que la profesora tiene el interés de introducir un concepto matemático coartando la posibilidad de plantear otras cuestiones relacionadas como las consecuencias del invierno en la vida social y el papel del ser humano en la variabilidad del clima. Aunque, propicia la interacción con sus compañeros y con el contexto inmediato, todo obedece la construcción de significado matemáticos.

Figura 4.11. Uso del contexto en las tareas.



Fuente. Tarea de modelización diseñada por la profesora Adriana para el grado 7.

Por otra parte, los profesores en común acuerdo incorporan una visión de contexto situacional en tanto que abordan, en el caso de PA, una situación real del colegio, el daño de las llaves de los lavaderos de manos, para evocar una relación social sobre el desperdicio de este líquido, pero direccionado a la conceptualización de relaciones proporcionales. PF vuela sobre el tema: *“Bueno profe, la idea la trajo Adriana, estamos con la preocupación de cómo incluimos el contexto a temas particulares y asociados a promover el uso de las matemáticas en contextos. Así que planteamos un tema, la proporcionalidad”* (I-50-S4-M1). En el caso de PF se incluyen relaciones sociales y económicas en torno a la cosecha del café, como se manifiesta en la siguiente intervención de PF: *“particularmente alrededor de la práctica de siembra y comercialización del café, escogí la cosecha porque permite introducir algunos conceptos matemáticos, por ejemplo, el de función lineal”* (I-2-S3-M2). En ambos casos los profesores, han incursionado en el contexto sociopolítico mediante la formulación de algunos cuestionamientos sobre la realidad social por ejemplo sobre el uso del agua potable o sobre la vida de un recolector de café.

En estas posiciones, existe un acercamiento importante a una postura sociocrítica de la modelización que consiste en el cuestionamiento “de problemas que sobrepasan el aula” (Da Silva y Kato, 2012, p 11); Sin embargo, anteponen la construcción de conceptos matemáticos, hecho que deja ver un desplazamiento no concretado a la noción de sujeto político que cuestiona el poder que deforma la vida de los ciudadanos.

Para superar esta visión los profesores postulan el análisis de prácticas sociales y prácticas de riesgo como una oportunidad para comprender el mundo externo a la escuela pero que influye en la formación para la democracia y en el aprendizaje de las matemáticas (Valero, 2002; Valero

et al., 2015). De este modo, toma forma el *contexto sociopolítico* con la oportunidad de participación de los sujetos en diferentes acciones del ejercicio de la crítica, como: la participación en la selección y construcción de tareas de modelización, la participación en la transformación de prácticas comunitarias y en particular el interés de los profesores por preservar “fundamentalmente entre la integridad social de los participantes” (Valero, 2002, p. 56).

En la Tabla 15, los profesores discuten y acuerdan profundizar más en el contexto sociopolítico hasta llegar a la noción de prácticas de riesgo, como aquellas actividades recurrentes de los miembros de la comunidad que ponen en riesgo los derechos e integridad de sus participantes.

Tabla 4.11. *Reconocimiento de prácticas sociales de riesgo.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I- 13-S4-M3	Investigador	¿Cuáles serán esas necesidades?
I- 14-S4-M3	Profesor Fabio	Profe defender sus derechos con argumentos, tomar parte de las decisiones de su gobierno, de las decisiones institucionales, de las decisiones en el aula respecto a las necesidades y oportunidades de aprendizaje.
I- 15 -S4-M3	Profesora Adriana	También es una necesidad aprender a reconocer las prácticas de riesgo, mediante el uso de herramientas discursivas, que en el momento no se cuales, pero se necesitan para que emprendan ese empoderamiento, como menciona Fabio.
I- 16 -S4-M3	Investigador	Nuevamente, ¿creen que hace falta?
I- 17 -S4-M3	Profesor Fabio	Sabe que si profe, yo siento que hace falta un grado más alto de participación del estudiante en la construcción o mejor en la selección de la situación a abordar con la modelización y esto que propone Adriana resulta muy importante, es algo que debemos comprender en el proceso de formación.
I- 18 -S4-M3	Investigador	Como así Fabio y Adriana
I- 19 -S4-M3	Profesora Adriana	Profe nos referimos, que hasta el momento nosotros hemos buscado la situación, el ambiente, el nicho como llamo Fabio este ambiente constituido por las interacciones ambientales, económicas y pedagógicas del terreno cultivado con café. Sin embargo, profe, ¿cómo sería? la participación del estudiante tomando parte en la selección de la práctica, pero no cualquier práctica una práctica que lo involucre más allá del aula.
I-20-S4-M3	Profesor Fabio	Si necesitamos, una estrategia. Por ejemplo, en los documentos del equipo de trabajo del doctor Villa - Ochoa concuerdan con nuestra intención ambientes de aprendizaje socio-críticos y proyectos de modelización podríamos probar con estas posibilidades.
I-21-S4-M3	Profesora Adriana	Si debemos leer un poco el cómo involucrar a los muchachos de modo que ellos vean que es un derecho que tienen y no una actividad más donde se le permite hacer las veces de profesor no, es que sienta que se está empoderando de su papel de ciudadano asumiendo un derecho que le pertenece.
I-22-S4-M3	Profesor Fabio	Totalmente de acuerdo compañeros, esto si estaría de acuerdo con ese aspecto que reclama el Proyecto Educativo Institucional “ <i>formar ciudadanos reflexivos y críticos</i> ”

Fuente: Fragmentos de diálogos de los profesores en reunión de comité de área, S4-M3

Las reflexiones críticas de los profesores se ubican en las oportunidades de participación ciudadana de los estudiantes en su comunidad, pero teniendo como condición la identificación de prácticas de riesgo, esta condición intenta combatir el silencio crítico del que adolecen las comunidades de profesores (Grundy, 1994). Sin embargo, reconocen que deben considerar herramientas discursivas que provoquen la emergencia de tales prácticas. Por otra parte, los profesores al introducir la noción de práctica de riesgo, logran construir el significado de un tipo de contexto sociopolítico, ya que este tiene que ver con sacar a flote, develar y discernir aquellas prácticas llevadas a cabo por entes o personas en el ejercicio del poder con el interés de fortalecer hegemonías e ideologías tradicionales o de esconder la posibilidad de reclamar un derecho (Freire, 1970; 2004).

Entre las prácticas de riesgo identificadas por los profesores está la exclusión del estudiante de las decisiones que se toman en el aula, por lo tanto PF considera: *“defender sus derechos con argumentos, tomar parte de las decisiones de su gobierno, de las decisiones institucionales, de las decisiones en el aula respecto a las necesidades y oportunidades de aprendizaje” (I- 14-S4-M3)*; así mismo, PA plantea: *“profe, ¿cómo sería? la participación del estudiante tomando parte en la selección de la práctica, pero no cualquier práctica una práctica que lo involucre más allá del aula. (I-19 -S4-M3)*, por lo cual consideran necesario *“aprender a reconocer las prácticas de riesgo, mediante el uso de herramientas discursivas” (3I- 15 -S4-M3)*.

De otra parte, como fruto de empoderar al sujeto político, emergen otras prácticas de riesgo que tienen que ver con cuestionar las decisiones políticas que promueven condiciones

socioeconómicas determinadas en la vida de los estudiantes y su familia, en particular PA encuentra con los estudiantes del grado séptimo la posibilidad de: *“indagar la sostenibilidad del café como proyecto económico para indagar nuevas formas de afrontar el futuro sostenible”* (I-9-S2-M4). En forma similar PF encuentra con el grado undécimo dos líneas de prácticas de riesgo *“el suicidio y el cuestionamiento del uso de los impuestos”* (I-2-S3-M4). Sobre estas problemáticas que afectan la integridad de los sujetos se profundizará en el apartado correspondiente a la caracterización de los diseños.

Los acuerdos descritos en este apartado ponen en evidencia procesos de reflexión crítica, participación, debate y consenso que convergen en la toma de decisiones autónomas, responsables y argumentadas que consistentes con la búsqueda de formas que den vida a la formación matemática para el ejercicio de la democracia aquella que “no se centra sólo en lograr mejores capacidades de pensamiento matemático en los estudiantes” (Valero, 2012, p, 57); si no en un cruce de prácticas sociales y matemáticas que contribuyen a la lectura del mundo, la identificación de riesgos, a la construcción de argumentos y en consecuencia a la transformación de tales riesgos.

4.1.3 Consolidación de la Autonomía

El ejercicio de la crítica de los profesores sobre sus prácticas en una perspectiva curricular les permitió problematizar su papel en una formación matemática que promueva el ejercicio de los valores democráticos a partir de tal problematización generaron acuerdos articulados con la movilización de la competencia matemática modelizar en la perspectiva crítica que fueron implementados en ciclos de reflexión y participación continua. En este apartado se muestran

aquellas acciones concretas que permitieron separarse de aquellas prácticas que impiden formar sujetos políticos, que puedan ejercer la ciudadanía crítica como manifiesta la visión institucional (PEI de la Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro, 2019). Tales acciones se manifiestan por ejemplo en asumir una evaluación formativa centrada en la competencia modelizar como vehículo para ejercer la participación ciudadana en oposición a una evaluación centrada en resultados. Otra acción se centra en independizarse de los libros de texto para fomentar un ambiente continuo de modelización que favoreciera la participación ciudadana, resignificando en primera instancia la movilización de esta competencia y su práctica.

Estas acciones autónomas emergen paulatinamente no como una ruptura a modo de divorcio inesperado si no como un proceso de continua reflexión y aproximaciones inductivas como estrategia de construcción de herramientas argumentativas. A continuación, se presentan las acciones concretas que muestra este proceso, sin embargo, en los siguientes más adelante se presentan análisis más exhaustivos en otra perspectiva.

4.1.3.1 Evaluación

Las elecciones de los profesores por movilizar la competencia matemática modelizar, muestra que su evaluación es sustentada en un enfoque formativo, sobre las prácticas mismas de los profesores como de los aprendizajes de los estudiantes en el sistema de evaluación que identificaron en el eidos de homogeneización, en este sentido en principio “Se trata de generar una mirada tanto a lo que se sabe cómo a lo que no, de tal forma que en conjunto, profesores y

estudiantes propongan acciones que permitan mejorar el conocimiento en discusión y así generar que los estudiantes se empoderen de su propio conocimiento” (Rendón-Mesa y Sánchez-Cardona, 2019, p. 5).

La visión de evaluación formativa de la CMM es abordada por los profesores en dos aspectos, uno relacionado con la modelización como propósito educativo y el otro en el fomento de la autonomía. El primer caso, es una elección que consiste en centrar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el proceso de modelización en los diferentes niveles educativos. Por otra parte, en el segundo caso, las participaciones de los profesores están enfocadas en promover procesos de reflexión y participación ciudadana en los estudiantes. En este sentido, la evaluación formativa de la CMM está presente en el cruce de la modelización como propósito (Julie, 2002) congruente con la visión de proceso nuclear (Solar, 2009) o proceso general de la actividad matemática (MEN, 2006) con una perspectiva sociocrítica de la modelización matemática (Barbosa, 2003; Araujo, 2009; Da Silva y Kato, 2012; Parra-Zapata y Villa-Ochoa, 2016) intrincada con la investigación de evaluación formativa en este dominio (Rendón-Mesa y Sánchez-Cardona, 2016).

La emancipación está íntimamente ligada a “la libertad positiva, o sea a la capacidad de autonomía para realizar un proyecto de interés para quienes se emancipan” (Andreassi Cieri, 2015, p. 4). En este sentido, la autonomía se considera una manifestación de la emancipación al hacer frente a las múltiples caras de la dominación, en este caso la dominación en el proceso de evaluación se presenta en “las secuelas negativas de la estandarización, la cual ha mermado la autonomía y la capacidad profesional del profesorado” (Moreno, 2016, p. 101).

El proceso de autonomía en la evaluación significó distanciarse del sistema de evaluación institucional que se fundamenta en oportunidades de aprobación como cifra que cuantifica la calidad educativa en lugar de oportunidades de aprendizaje. Esta afirmación está sustentada en la problematización de los profesores y en los siguientes fragmentos de los propósitos del Sistema Institucional de Evaluación Educativa (SIEE):

g. Determinar la promoción o no de los educandos en cada grado de la educación básica y media.

h. Suministrar información que contribuya a la autoevaluación académica Institucional, las evaluaciones académicas externas y a la actualización permanente del plan de estudios de la institución. (SIEE Nuestra Señora del Socorro, 2018, p. 6)

En los dos propósitos anteriores, aunque se hablan de aspectos relacionados con la evaluación formativa como la autoevaluación (Moreno, 2016), esta hace referencia a cumplir con metas prefijadas de mejoramiento de resultados de *evaluaciones externas*. En este sentido el proceso de autonomía se apoyó en primer lugar en el uso de matrices construidas a priori, aunque con significados diferentes y emergentes de la competencia matemática modelizar, de esta manera toman distancia de la evaluación como herramienta de certificación de un producto final.

Tabla 4.12. Identificación de posibles subprocesos asociados a las tareas de modelación basado en el modelo propuesto en Maass (2006).

Fases	Sub procesos gestionados
<p><i>Del Problema del mundo real al planteamiento del modelo del mundo real.</i> Simplificación o comprensión de la situación</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Construir la simplificación de los supuestos.
<p><i>Del Planteamiento del modelo del mundo real al modelo matemático</i> Matematización</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de variables dependientes e independientes para la inclusión en el modelo algebraico. • Representación matemática de los elementos así como las fórmulas que pueden ser aplicadas. • Elegir la tecnología (representaciones)- tablas matemáticas para permitir el cálculo (representación tabular -objetos matemáticos como herramientas).
<p><i>Del Modelo Matemático- a la solución Matemática</i> Trabajo matemático</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación de las fórmulas simbólicas • Simplificación de los procesos algebraicos para producir funciones más sofisticadas. • Usar la tecnología elegida - tablas matemáticas para permitir el cálculo.
<p><i>De la solución Matemática – al significado de la solución en el mundo real</i> Interpretación</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Contextualización interna de los resultados matemáticos finales en términos de la situación del mundo "real".
<p><i>Del significado de la solución en el mundo real a revisar el modelo o aceptar la solución</i> Validación</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Establece criterios para constatar con la realidad. • implementa estrategias

Fuente. Construcción del profesor Fabio y la Profesora Adriana

Las matrices de evaluación fueron construidas inicialmente de acuerdo a las fases del proceso de modelización según el modelo Blum (1996), el cual es asumido por Maass (2006) como competencias de modelización, como procesos que configuran la competencia modelizar en Solar (2009) y como dimensiones de la CMM (Zöttl y Reiss, 2011). Sin embargo, durante la reflexión continua se desencadenan nuevas construcciones que reconocen la importancia de fomentar la CMM en el ejercicio de valores democráticos, en particular la participación ciudadana como se manifiesta en la Tabla 12 en el apartado de acuerdos.

La labor de identificar subprocesos de modelización, permitió a los profesores identificar criterios valorar cada dimensión de la CMM en un cruce entre las fases de modelización y las tareas construidas, esto les permitió a los profesores establecer niveles hipotéticos de actividad de los estudiantes en torno al proceso de modelización. Además, estos subprocesos sirvieron como insumo para construir una matriz de evaluación por cada tarea diseñada (Figura 25).

Figura 4.12. *Matriz de evaluación de la CMM para la tarea de exportación del café del grado 10.*

Descripción de la situación problema	Matematización	Trabajo matemático	Validación y uso del modelo matemático
Identifica múltiples formas de encontrar la trayectoria y la distancia entre dos puntos en una esfera y hace formulaciones de relaciones de dependencia entre algunas de ellas.	Usa relaciones de dependencia, entre cantidades de magnitud y parámetros de la circunferencia para encontrar la longitud de arco.	Usa relaciones de dependencia directa e inversa, identifica y relaciona cantidades de magnitud asociadas a la longitud de arco..	Establecer juicios éticos y críticos
Identifica múltiples formas de encontrar la distancia entre dos puntos en una situación real.	Usa relaciones de dependencia, entre el radio y la longitud de arco.	Describe verbal y aritméticamente- operaciones básicas- relaciones de dependencia en la longitud de circunferencia.	Describir, representar y explicar la realidad
Identifica cantidades de magnitud y tipifica dependientes e independientes.	Plantea la relación entre el ángulo barrido y la longitud de arco con base en la información recogida.	Describe verbalmente la relaciones de dependencia entre cantidades de magnitud y el tipo de variación	Generar patrones, generalizar
Identifica cantidades de magnitud sin tipificar.	Reemplaza términos, aunque sus procedimientos no sean adecuados.	Aplica operaciones básicas sin reconocer el tipo de variación o cantidades de magnitud adecuadas con la situación.	Aplicar como fórmula

Fuente. Construcción del profesor Fabio y el investigador.

Las hipótesis de subprocesos, planteados por el PF, están ubicados en la matematización y el trabajo matemático a partir de la evocación de una práctica social relacionada con la exportación del café pero ajustada para encontrar el ángulo recorrido por un avión (Figura 4.1.12). La

modelización como vehículo aparecerá para generar aprendizajes significativos de conceptos y procedimientos matemáticos.

Por otra parte, la profesora Adriana como se acordó con el profesor Fabio en el comité de área, pensando en prácticas de riesgo que tenían lugar en la cultura del estudiante, diseñó en el segundo periodo una tarea basada en la práctica de despilfarro de agua potable en la institución educativa, en esta tarea además de promover las dimensiones de simplificación, matematización, trabajo matemático y validación, empieza a involucrar una dimensión de participación ciudadana (ver Tabla 16).

Tabla 4.13. *El contexto como Fuente de prácticas de riesgo.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-12-S1-M2	Profesora Adriana	También Dermin, a mí me permitió ver como restringimos la visión de contexto ... como en dos formas ... en las situaciones descontextualizadas y dos cuando usamos contextos ellos son muchas veces alejados de la vida del estudiante. Esto ... creo que tiene fuertes implicaciones en los desempeños de los estudiantes dentro y fuera del colegio.
I-13-S1-M2	Profesor Fabio	Sí señora, el documento de Valero que tiene que ver con el contexto muestra cómo incorporar el contexto en la enseñanza de las matemáticas puede contribuir a la formación de ciudadanos críticos y el otro el de carne y hueso es supremamente interesante porque profe, nos da una visión de las competencias matemáticas diferente al dominio de un contenido para aplicar en situaciones nuevas y retadoras como mencionan los estándares. Implica al estudiante en la comprensión y crítica de sus propias prácticas.

Fuente. Fragmento de comité de área de profesores, S1-M2.

De acuerdo con esto, PA al igual que PF, confronta cada dimensión con los subprocesos fomentados en la tarea y a partir de esta confrontación se construyó la matriz de evaluación (ver Tabla 16 y 17).

Tabla 4.14. *Relación entre las fases del proceso de modelización y la tarea: desperdicio de agua.*

Fases	Sub procesos gestionados
<i>Del Problema del mundo real al planteamiento del modelo del mundo real.</i>	<ul style="list-style-type: none"> Clarificación del contexto.
Simplificación o comprensión de la situación	
<i>del Planteamiento del modelo del mundo real al modelo matemático.</i>	<ul style="list-style-type: none"> Identificación de cantidades de magnitud [volumen y tiempo] Representación matemática de los elementos que intervienen [noción de razón de cambio]. Usa la tecnología elegida para producir la representación gráfica en un plano cartesiano de las variables involucradas. Aplicación de fórmulas simbólicas.
<i>Matematización</i>	
<i>Del Modelo Matemático- a la solución Matemática</i>	<ul style="list-style-type: none"> Aplicación de un modelo simbólico. [Encuentre la constante de cambio que modela la situación de cambio]. Elegir la tecnología para la representación de tablas matemáticas que permitan el cálculo (representación tabular -objetos matemáticos como herramientas) de las cantidades de magnitud y sus relaciones. Usar la tecnología elegida para producir la representación gráfica en el plano cartesiano. Contextualización interna de los resultados matemáticos finales en términos de la situación del mundo “real” [¿Qué reflexión puede compartir de la situación de desperdicio de agua en la institución?]. Integración de argumentos para la justificación de interpretaciones [Revise el proceso de construcción de sus modelos para ajustarlos de ser necesario].
<i>Trabajo matemático</i>	
<i>De la solución Matemática – al significado de la solución en el mundo real</i>	
<i>Interpretación</i>	
<i>Del significado de la solución en el mundo real a revisar el modelo o aceptar la solución</i>	<ul style="list-style-type: none"> Revisa el proceso de construcción del modelo. Considerar las implicaciones del mundo “real” desde los resultados matemáticos [¿cómo es la realidad de desperdicio de agua en el municipio, vereda, barrio o incluso a nivel nacional?] Qué acciones sugiere ud para mitigar el despilfarro de agua en los diferentes contextos en los que participa.
<i>Validación</i>	
<i>Usos de los resultados del modelo matemático</i>	<ul style="list-style-type: none"> Qué acciones sugiere usted para mitigar el despilfarro de agua en los diferentes contextos en los que participa.
<i>Participación</i>	

Fuente. Construcción del investigador y la profesora Adriana.

Como consecuencia, PA también construye una matriz de evaluación pero a diferencia de la tarea propuestas en el primer periodo y como fruto de nuevas lecturas, existe más claridad en promover el nivel de cobertura en cada dimensión de la CMM, además introduce aspectos relacionados con el cuestionamiento de las prácticas sociales de despilfarro de agua, aunque el uso del proceso de modelización está dirigido a conceptualizar relaciones de proporcionalidad entre dos cantidades de magnitud e introducir el estudio de la variación y el cambio, la profesora introduce algunos cuestionamientos sobre el uso del agua en la institución y en el municipio.

Tabla 4.15. Matriz de evaluación para la tarea: despilfarro de agua

Reconocimiento de la situación problema	Matematización de situaciones problemas en enteros	Construcción del modelo	Validación y uso del modelo matemático
Identifica diversas cantidades de magnitud para llevar a cabo procesos de representación de las situaciones presentes en contextos cotidianos institucionales.	Usa varios sistemas de representación de las situaciones de variación de cantidades de magnitud en la situación institucional abordada.	Describe la variación de una situación concreta y cuantifica la variación observada usando diversas estrategias.	Establece juicios éticos y críticos al ejemplificar las cantidades de magnitud en distintas representaciones y evocación de prácticas sociales.
Identifica cantidades de magnitud en procesos de representación en contextos escolares.	Representa en una tabla de doble entrada las cantidades de magnitud.	Describe de manera verbal la variación de una situación concreta y cuantifica lo observado.	Describe, representa y explica la realidad a partir de una situación de variación.
Identifica cantidades de magnitud en la situación presentada.	Utiliza métodos de representación para las cantidades de magnitud presentes en la gráfica bidimensional.	Describe la variación de una situación concreta usando tablas de doble entrada.	Genera patrones para generalizar el comportamiento de una situación de variación. .
Identifica cantidades de magnitud.	Interpreta cantidades de magnitud en un contexto dado.	Cuantifica el movimiento de una situación.	Compara representaciones usando cantidades de magnitud.

Fuente. Profesora Adriana e investigador.

En estas construcciones, existe un desplazamiento de la práctica evaluativa dirigida a obtener buenos resultados en las pruebas externas estandarizadas hacia la evaluación formativa que promueve oportunidades de aprendizaje y la movilización de la CMM que hacen más visibles en los diseños y la gestión de aula.

Esta producción de los profesores, la matriz de evaluación, está organizada a partir de cuatro dimensiones de la CMM, como ya se mencionó: Descripción de la situación, matematización, trabajo matemático y validación y uso. La matriz consta de cuatro columnas una por cada dimensión de la competencia, a la vez cada columna está dividida en cuatro celdas en las cuales

los profesores escriben, en orden descendente, hipótesis de las acciones de los estudiantes en tareas de modelización matemática.

La expresión *orden descendente* quiere decir, que los profesores describen el grado de cobertura, radio de acción, nivel técnico en cada dimensión (Jensen, 2007) y la autonomía con la cual se lleva cabo el proceso (Henning y Keune, 2007) prestando atención a la posibilidad de llevar a cabo de manera suficiente las acciones asociadas a cada dimensión. En este sentido, las dimensiones usadas por el estudiante le permiten al profesor identificar el grado de cobertura, por ejemplo es posible que un estudiante tenga dificultades en la simplificación lo cual le impide avanzar en el proceso; sin embargo, una lectura vertical de la rúbrica en la Tabla 19 en cada dimensión inicia con una acción integradora en la que se presenten todos los descriptores de cada dimensión, pero considerando que es posible que en sus acciones estén presentes solo algunos criterios en cada dimensión (Figura 24), de hecho, ellos consideran que es lo más probable. Esta lectura vertical y horizontal de la matriz de evaluación (Figura 25), es la que posibilita la movilización de la competencia en el aula mediante la interacción y la retroalimentación.

En síntesis, es posible identificar de la matriz de evaluación, que la cobertura inducida por el profesor Fabio está centrada en las dimensiones de matematización y trabajo matemático; el radio de acción, por otra parte, está fundamentado en el uso de la modelización como vehículo para introducir procedimientos de cálculo de la longitud del ángulo que describe un punto que se desplaza en una trayectoria circular. En este aspecto, la exportación de café actúa como el contexto del problema, esto es evidente en el interés por contextualizar o ajustar una realidad hipotética para

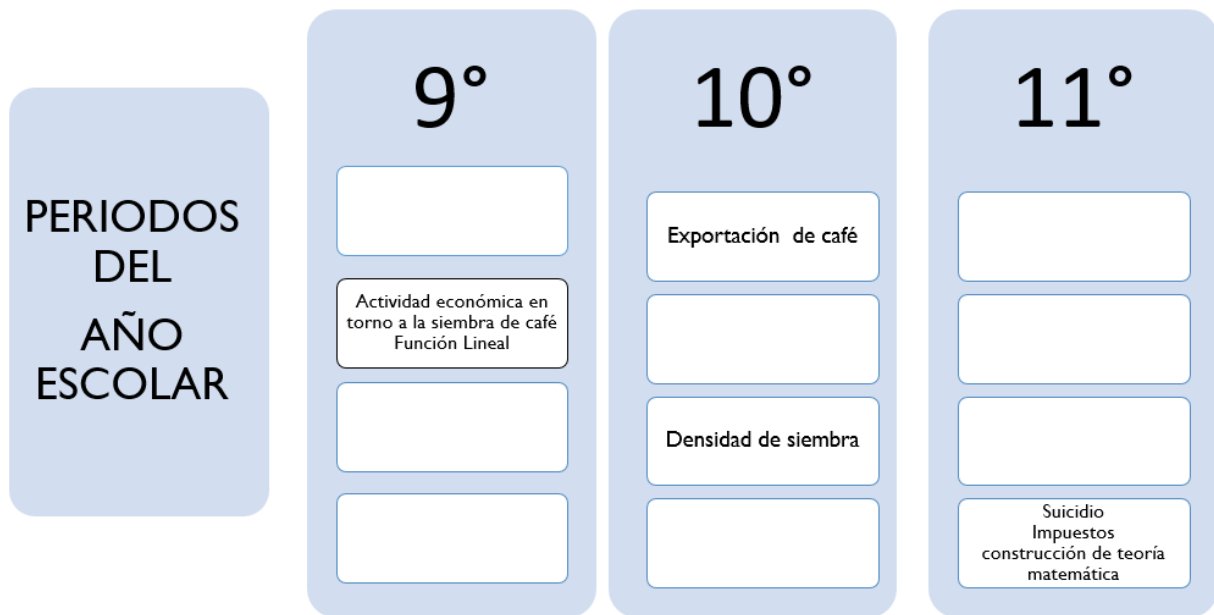
encontrar una solución matemática con sentido para el estudiante (Valero, 2002). De esta manera, el nivel técnico está condicionado al uso de una ecuación para encontrar la longitud de arco.

Por otra parte, en el caso de la profesora Adriana construye una matriz con más criterios en términos de la cobertura y del campo de acción, evidente en la dimensión validación y uso del modelo. En esta dimensión la profesora indaga por las reflexiones y acciones que se pueden llevar a cabo para mitigar el despilfarro de agua. En el nivel técnico, las acciones siguen orientadas por la modelización como vehículo.

De otro lado, la matriz de evaluación, es una manifestación de la autonomía de los profesores en torno a dos principios de la evaluación formativa, continuidad y el fomento de la autoevaluación (Moreno, 2016). La continuidad hace referencia a la movilización de la competencia matemática modelizar en dos sentidos, uno vertical que la moviliza a lo largo de un año escolar y otro transversal que la moviliza a lo largo de un nivel educativo (por ejemplo, primaria, secundaria, universitaria). La autoevaluación por otra parte, confiere importancia a la difuminación de la distinción entre profesor y estudiante, por tanto crea un discurso autorreflexivo, dialógico e interactivo del proceso de aprendizaje muy relacionado con aspectos metacognitivos pero también, con el reconocimiento y transformación de las prácticas sociales que inducen hegemonías o riesgos sociales, que van emergiendo tímidamente a medida que el profesor resignifica la CMM mediante el proceso del ejercicio de la crítica.

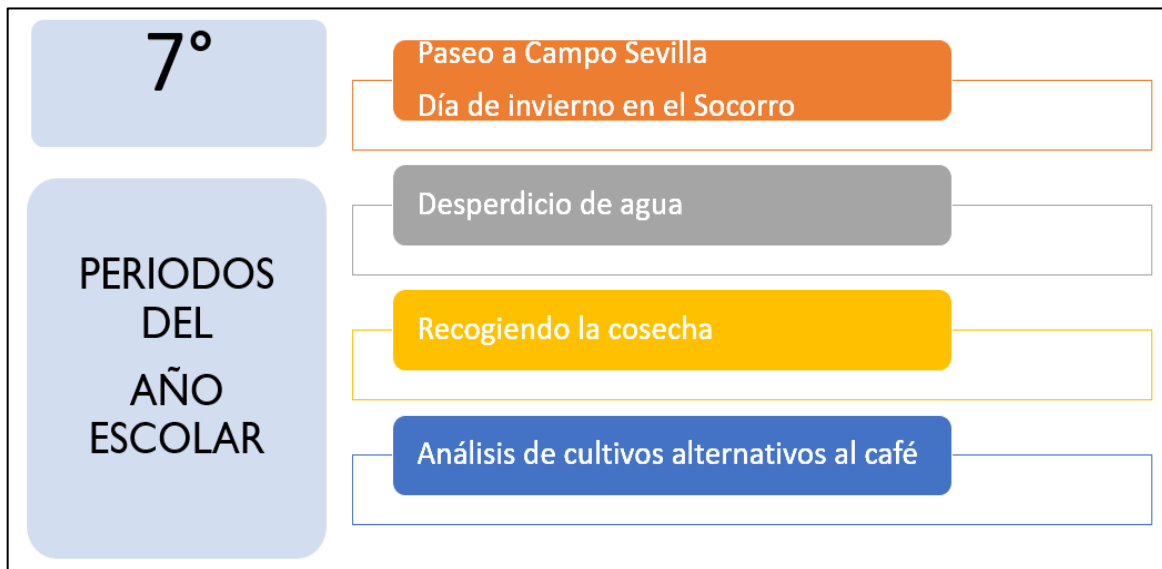
En el caso del profesor Fabio, la continuidad vertical es menos visible que en el caso de la profesora Adriana. Mientras PA, lleva a cabo la continuidad en un grado específico a lo largo del año escolar, PF realiza varias aproximaciones a significados de la CMM en tres grados en periodos de tiempo diferentes. Por lo tanto, para PF la continuidad horizontal está condicionada por la asociación de significados de CMM con grados particulares.

Figura 4.13. Evaluación asociada a la movilización horizontal de la CMM.



Fuente. Construcción propia

Figura 4.14. Evaluación asociada a la movilización vertical de la CMM en el grado 7.



Fuente. Construcción propia

La continuidad de la evaluación formativa en el aula de clases, se presenta en la interacción por medio de preguntas a manera de retroalimentación movilizadora de la CMM a través del grado de cobertura, el radio de acción, el nivel técnico y la autonomía con el que usan el proceso de modelización. Tal como presenta Moreno (2016), la retroalimentación “puede mejorar el aprendizaje, tanto directamente, a través del esfuerzo que puede derivarse, como indirectamente, mediante el apoyo a la motivación para invertir en tal esfuerzo” (p. 125). Esta postura favorece la postura crítica con la posibilidad que asumen los profesores de desviarse de la agenda trazada (Solar y Deulofeu, 2014), particularmente por el tiempo que debe invertirse.

Para el profesor Fabio, el proceso de retroalimentación se presenta en explicaciones para fundamentalmente permitir el tránsito de los estudiantes por todas las dimensiones de la CMM.

Tabla 4.16. Retroalimentación de PF.

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-21	Estudiante 6	En América
I-22	Estudiante 7	América del sur
I-23	Profesor Fabio	¿En dónde está ubicada China?
I-24	Estudiante 2	En el continente asiático profe.
I-25	Estudiante 8	Sí profe, en Asia.
I-26	Profesor Fabio	Muchachos vamos a mirar aquí en este video del globo terráqueo. Como pueden ver una persona que salga de Colombia hacia China tendrá que hacer un largo recorrido. Sale de Colombia, llega a Madrid y después a china (Shanghái)... De acuerdo con la situación que les presente, consideramos la tierra esférica. ¿por qué esférica? porque al considerarla esférica el radio es de 6371 km. El recorrido desde Colombia a China lo consideramos en su solo trayecto, sabiendo que en la realidad eso no es posible, pero imaginando que ocurrió así, el avión en su recorrido describe un arco de circunferencia. Con este supuesto hacemos uso de la fórmula matemática arco de circunferencia, teniendo en cuenta el radio y el ángulo va ser medido en radianes. ...los ángulos pueden ser medidos en grados o radianes...
I-27	Estudiante 9	ahhh ya profe, ...entonces debemos hacer conversión de unidades...
I-28	Estudiante 10	pero el radio entonces es igual al de la tierra...

Fuente. Fragmentos de diálogos de los estudiantes en clase con PF.

En este diálogo, aparecen la intervención del profesor para acompañar la movilización de la competencia modelizar en un proceso de retroalimentación que gira en torno a la dimensión de simplificación. La profesora Adriana, ofrece un video como herramienta para visualizar el ángulo que describiría un avión entre dos puntos de la tierra, Bogotá y Shanghái (I-26); de esta manera PF contribuye a movilizar también la dimensión de trabajo matemático y el nivel técnico porque permite al estudiante establecer supuestos como el uso de la ecuación de longitud de arco, el radio de la tierra y conversión de unidades (I-27 e I-28). La retroalimentación buscó movilizar las dimensiones de la CMM y el uso del proceso para construir significado sobre un tema matemático.

En el caso de PA, en la gestión de clase en la tarea 3, el proceso de retroalimentación está dirigido hacia movilizar la dimensión de validación y uso del modelo para la participación ciudadana (ver Tabla 16). Cuando PA cuestiona a los estudiantes *¿qué acciones sugieren ustedes para mitigar el despilfarro de agua en los diferentes contextos en los que participa?* (I-114, T16), ellos activan su reflexión y participan con posibles acciones de transformación.

Tabla 4.17. Retroalimentación de PA.

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-114	Profesora Adriana	Muy bien por la participación, el agua hace parte de los servicios públicos domiciliarios y el uso inadecuado de este recurso afecta el bienestar de otras personas o familias. Es por eso que las entidades públicas deben garantizar y velar por el buen uso de este recurso. Para finalizar, ¿qué acciones sugieren ustedes para mitigar el despilfarro de agua en los diferentes contextos en los que participa?
I-115	Estudiante grupo 8	Informar a quien corresponda sobre la necesidad de hacer uso razonable del agua.
I-116	Estudiante grupo 5	Informar por escrito a la persona, comunidad o entidad encargada de la situación de despilfarro de agua para que se tomen medidas oportunas.
I-117	Estudiante grupo 1	Organizar campañas invitando a las personas a cuidar el agua haciendo uso adecuado de este recurso.

Fuente. Fragmentos de diálogos de los estudiantes en clase con PA.

La retroalimentación movilizadora de los profesores PA y PF, tiene lugar a través de comentarios en lugar de notas, con los cuales activan la disposición y reflexión de los estudiantes para direccionar la movilización de la CMM. Las intervenciones de los estudiantes, dejan entrever un desplazamiento de la retroalimentación excluyente en la que se asignan “recompensas o calificaciones aumentando la implicación del ego en lugar de la participación de la tarea” (Moreno, 2016, p. 125). Es decir, los profesores consideran más importante la experiencia de todos los estudiantes con las prácticas sociales y el proceso de modelización para generar aprendizajes significativos que excluir por su habilidad a la mayoría, claramente esto muestra una práctica evaluativa que ofrece múltiples oportunidades de aprendizaje.

La autoevaluación, por otra parte, trata del empoderamiento del sujeto para reflexionar sobre lo que está aprendiendo, cómo lo ha aprendido y cómo podría superar los obstáculos, errores, así como movilizar la CMM. Estos aspectos, convergen con la propuesta de promover la metacognición como una subcompetencia de modelización (Maass, 2006; Fred, 2013). Dicho de

otra manera, los profesores promueven la autonomía para llevar a cabo todas las dimensiones de la CMM en el acompañamiento de la metacognición mediante la *formulación de preguntas*.

La profesora Adriana, fomenta la metacognición Motivacional al apoyar la “motivación y la fuerza de voluntad para hacerlo” (Maass, 2006, p. 118. traducción propia), esto quiere decir que apoya a los estudiantes a identificar acciones que le permitirían actuar decididamente para transformar la práctica de despilfarro de agua en la institución.

Tabla 4.18. *Gestión de la metacognición motivacional.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-40	Profesora Adriana	... ¿de qué manera ustedes le harían saber a la rectora de esta problemática?
I-41	Estudiante grupo 4	pues profe. Le podemos escribir una carta contándole que es urgente organizar los filtros del beneficiadero.
I-42	Estudiante grupo 7	Además de los filtros, debemos hacerle saber que la institución puede llegar a ser sancionada porque está generando contaminación en la quebrada que surte agua a muchas fincas.
I-43	Estudiante grupo 3	De donde se toma el acueducto para la vereda es más arriba, pero si está contaminando el agua para los animales de las fincas de aquí para abajo.
I-44	Estudiante grupo 2	sería bueno mirar que fincas tienen la misma problemática que la institución...porque la institución soluciona el problema y si los demás no colaboran continuamos en las mismas.

Fuente. Fragmentos de diálogos de la clase PA.

En otra oportunidad, la profesora promueve la metacognición declarativa, en el sentido que busca que los estudiantes reconozcan lo que están aprendiendo y las dificultades para movilizar dichos aprendizajes, para posteriormente iniciar el proceso de retroalimentación.

Tabla 4.19. *Metacognición declarativa promovida por PA en el ambiente de estudio del cultivo de café en el grado 7.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-61	Profesora Adriana	Si tenemos que ampliar el tiempo lo hacemos, lo importante es que ustedes puedan llegar a reflexionar si ese modelo que van a encontrar sirve para ser aplicado a otros tipos de cultivo. Sin embargo, tenga en cuenta el número de plantas en el cultivo ...revise si la cantidad de fertilizante es fija
I-62	Estudiante grupo 6	Profe aquí en el grupo llegamos a la siguiente conclusión, ...la cantidad total de fertilizante es igual a la cantidad fija de fertilizante por el número de plantas que hay en el cultivo...
I-63	Profesora Adriana	Si esa es una muy buena aproximación. Que otro grupo encontró una forma diferente a la de los compañeros.
I-64	Estudiante grupo 8	Profe de acuerdo con los datos teóricos encontrados la densidad de siembra encontrada de manera empírica en el cultivo de la institución es muy cercana a la encontrada de manera teórica.
I-65	Estudiante grupo 5	Estamos de acuerdo con los compañeros, la densidad empírica dio 926 [árboles por metro cuadrado] y la densidad teórica 948 [árboles por metro cuadrado].
I-66	Estudiante grupo 1	Sin embargo, al realizar el recorrido por el lote hay muchos espacios sin plantas porque no sembraron a tiempo. Eso genera pérdidas...

Fuente. Fragmentos de dialogo de la clase con PA.

De manera similar, el profesor Fabio promueve la metacognición declarativa al identificar estancamiento en los estudiantes para establecer supuestos en torno a la práctica de exportación del café que le permitan transitar por el proceso de modelización, lo cual, induce mediante preguntas que pretendían crear vínculos con la experiencia del estudiante y en particular despertar el interés por comprender las prácticas sociales en las cuales están implicados (ver Tabla 23 en I-11). Este diálogo llevó al profesor a iniciar el proceso de retroalimentación que se mostró en la Tabla 18.

Tabla 4.20. *Gestión de la metacognición declarativa por PF.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-11	Profesor Fabio	Bueno qué bien, ahora, ¿sabe alguien si alguna persona vende su café fuera del país, ¿o si ese café que venden sus familias sale del país?, ninguno...
I-12	Estudiante 6	Yo he escuchado alguna vez que a don Carlos le compraron su café y siempre le mantienen el precio...pero no sé si sale del país...yo me imagino que si profe...porque se lo pagan a un muy buen precio.
I-13	Estudiante 7	yo creo que si sale del país...cuando el café da muy buena tasa...además Colombia es reconocido por su café...pero esto no está dando, es muy costoso producir...no compensa lo que se pone con lo que se recoge al precio que está.

Fuente. Fragmentos de dialogo de clase con PA.

Por otra parte, la autoevaluación también es promovida por los profesores cuando permiten que los estudiantes conozcan todos los documentos construidos, incluida la matriz de evaluación, este hecho permitió que los estudiantes activaran la metacognición declarativa sobre el mismo proceso de modelización indicando en qué fase estaba ubicado el trabajo realizado hasta el momento.

Tabla 4.21. *Metacognición en el proceso de evaluación con estudiantes.*

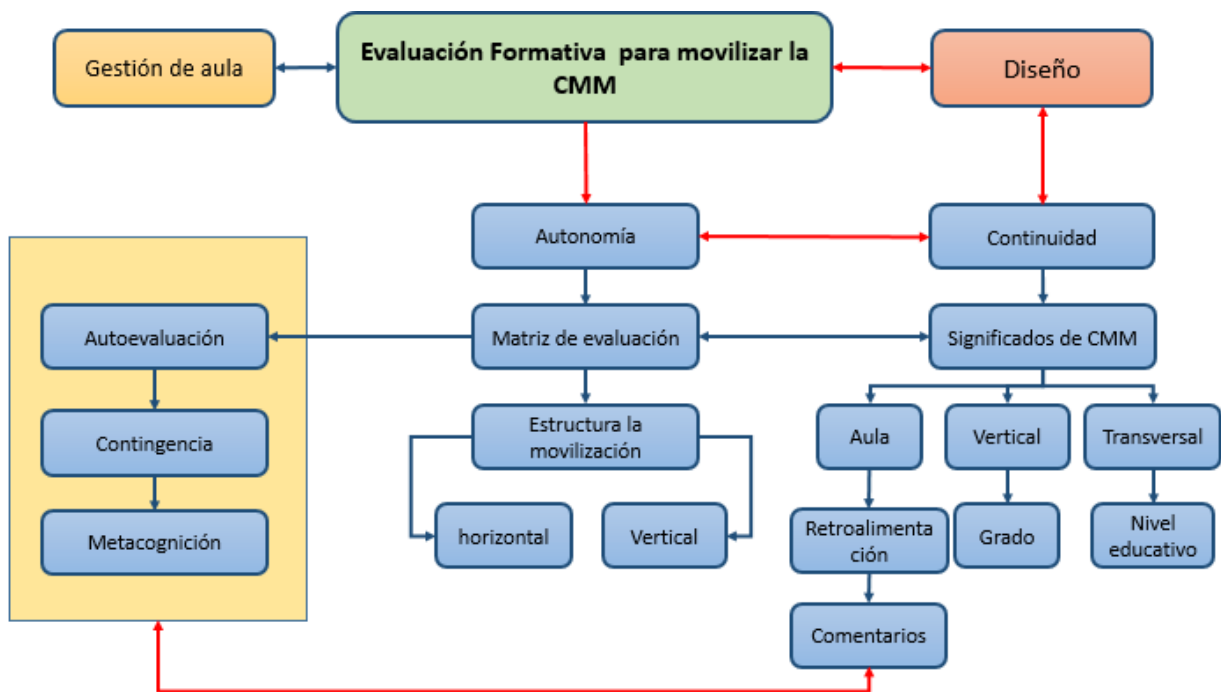
Intervenciones	Participante	Transcripción
I-7	Estudiante 1 grupo 7	Al graficar los datos se observa que a medida que aumenta la cantidad de café recolectado, aumenta el valor a pagar al recolector.
I-8	Estudiante 1 grupo 1	Al unir los puntos en el plano cartesiano dio como resultado una línea recta. Esta línea es creciente a mejor tratamiento en el beneficio mejores ingresos va tener el caficultor.
I-9	Profesor Fabio	Si, realmente las conclusiones de cada grupo están mostrando que han identificado las variables y como resultado de graficar da una línea recta creciente, es decir que mientras una magnitud aumenta la otra también. Ahora cuéntenme qué fase de la modelización alcanzaron en esta parte de la tarea.
I-10	Estudiante 1 grupo 2	Compañeros ya identificamos las cantidades de magnitud y las relaciones de dependencia. En este momento encontramos la variación de la función lineal.
I-11	Estudiante 2 grupo 2	sí pero además de eso, representamos y explicamos la realidad ...
I-12	Estudiante 3 grupo 2	Estoy de acuerdo porque además de construir el modelo se validó.
I-13	Estudiante 1 grupo 8	En la primera parte describimos la realidad y la variación y en la segunda la matematización y en esta...

Fuente. Fragmentos de diálogos de PF.

En resumen, la emancipación de la práctica evaluativa giró en torno a hacer frente a la evaluación estandarizada, de esta manera la inclusión de la competencia matemática modelizar al currículo institucional permitió un desplazamiento hacia la evaluación formativa. Este acto de autonomía fue evidente principalmente en el diseño de matrices de evaluación que evidenciaron dos formas de movilizar dicha competencia, una horizontal al transitar por las cuatro dimensiones identificadas y otra vertical al promover niveles más completos en cada dimensión de la competencia.

Un segundo aspecto que hizo evidente la emancipación, consistió en generar significados para movilizar la CMM de forma horizontal cuando se ubican los significados en un solo grado o transversal cuando los significados se distribuyen a lo largo de un proceso educativo. Además, fue posible identificar la importancia de procesos de retroalimentación y autoevaluación en el aula, aspectos que demuestran el desplazamiento hacia una visión de la modelización como propósito formativo y curricular, así como un vehículo para emprender acciones de transformación social.

Figura 4.15. Configuración de la evaluación formativa de la CMM asociada a la gestión de aula y al diseño de tareas de modelización.



Fuente. Construcción propia.

La autonomía, que se documentó anteriormente en términos del acto de evaluar, reflejó un vínculo directo con la reflexión sobre la gestión de aula y el diseño, aspectos que ayudaron a

movilizar diferentes significados de la CMM. El siguiente apartado, se muestra como el proceso de diseño significó el inicio de un proceso de emancipación del dominio de los libros de texto.

4.1.3.2 **El diseño**

En el proceso de emancipación de los profesores en diferentes aspectos de su práctica, entre ellos el acto de evaluar y el diseño de las oportunidades de aprendizaje, el ejercicio de la crítica a través de la reflexión dialógica y crítica permitió problematizar diferentes aspectos de esta práctica. En el caso particular del diseño de oportunidades de aprendizaje, la problematización construida por los profesores objetó la limitación de su participación en la contribución a la formación para el ejercicio de valores democráticos que imponía una práctica centrada en los libros texto. De esta manera, las decisiones de los profesores en este aspecto de la práctica curricular fueron concebidas con la intención de promover propósitos de la Educación Matemática relacionados con la posibilidad de participar en la transformación de prácticas sociales que favorecen la equidad, la justicia social y la integridad de la comunidad.

Los diseños fueron transformados a medida que los profesores construían nuevas posiciones sobre el contexto y la competencia matemática modelizar, teniendo como base la construcción de problemas de palabras auténticos (Villa-Ochoa et al., 2017). En definitiva, estos diseños son muestra del distanciamiento del uso acrítico del libro de texto, práctica que fue evidenciada por los profesores en el proceso de discernimiento (ver Tabla 5).

En este apartado, se presenta un desplazamiento de la práctica de diseño centrada en la lógica de los libros de texto a una lógica centrada en la participación del estudiante en la comprensión y transformación de prácticas sociales. En este sentido, emergen tareas de enunciados verbales auténticos y tareas cooperativas para la transformación de prácticas de riesgo.

Este proceso se consolida con la necesidad de identificar las prácticas sociales que tienen lugar en los contextos cotidianos del estudiante, por ejemplo, en la finca. Conforme a los acuerdos generados en el comité de área, la profesora Adriana llevó a cabo el proceso de forma continua en un grado específico, es decir el grado séptimo de educación básica secundaria y el profesor Fabio organizó propuestas en diferentes grados de acuerdo con sus interpretaciones de las necesidades y conocimientos de los estudiantes.

4.1.3.2.1 Tareas de enunciados verbales auténticos propuestos por el profesor

El profesor y la profesora, convergen en la idea de involucrar el contexto en sus planeaciones con la intención de separarse de lo propuesto únicamente en los libros de texto, es decir con la intención de tomar parte en una propuesta propia que reivindicaba su papel como profesor. En este sentido, emprendieron el reconocimiento del contexto de la institución, en su mayoría cafetero, la lectura de documentos sobre la competencia matemática modelizar y el diseño de tareas de modelación. De esta manera, emergen tareas de enunciados verbales auténticos con diferentes aproximaciones a una perspectiva crítica de las competencias matemáticas y la

modelación (Strobel, Wang, Weber y Dyehouse, 2013; Villa-Ochoa et al., 2017; Parra-Zapata y Villa-Ochoa, 2016).

En el caso del profesor Fabio, Uno de los diseños: “la actividad económica en torno a la siembra del café” no se visualiza una información previa sobre el contexto, su estructura está basada en preguntas sobre la práctica de recolección de café, entremezcladas con orientaciones que pretenden movilizar dimensiones de la competencia a la vez que introducir aspectos relacionados con la variación y el cambio, específicamente sobre la variación lineal.

Este diseño del profesor, corresponde a la autenticidad de impacto (Strobel, 2013), debido a que presenta convergencia con: 1. Acciones en prácticas culturales; 2. Eventos y problemas en la sociedad; 3. El impacto del proyecto no es exclusivamente dentro del aula. 4. Involucra minorías sociales. En primer lugar, el profesor invita a los sujetos a buscar información, datos, en el lugar donde acontece la práctica y con las personas involucradas, con sus familia y vecinos. Con esta tarea, establece una relación con lo que acontece fuera de la escuela para brindar la posibilidad de leer el mundo (Freire, 1991; Orey y Rosa, 2007), de comprender con las matemáticas eso que está fuera de la escuela pero que hace parte de vida del estudiante y su familia.

Figura 4.16. *Proceso de reconocimiento de la realidad en la tarea: Actividad económica en torno al cultivo de café.*

Institución Educativa Nuestra señora del Socorro
Área matemáticas
Grado Noveno

Actividad económica en torno a la siembra de café

Objetivo de aprendizaje

Identificar las relaciones de cambio entre diferentes cantidades de magnitud (variables y constantes) para construir modelos matemáticos a partir de la práctica sociocultural de cogida de café.

Actividad 1. Analiza.
Modelar una situación real que se exprese mediante una función lineal.

Momento 1: Reconocimiento de la realidad y descripción de la variación.

Realizar la siguiente encuesta a cinco personas, preferiblemente mayores de edad (familiares, amigos, vecinos, etc.)

1. ¿Qué cantidad de café recoge en un día?
2. ¿De qué depende la cantidad de café que recoge en un día?
3. ¿Qué valor tiene la cogida de café por arrobas. (sin alimentación y con alimentación)?
4. Identifique cuales son las cantidades de magnitud que intervienen (constantes y variables)
5. Escriba diferentes relaciones matemáticas presentes en la situación, por ejemplo, entre la cantidad de café recogida y valor pagado.

Fuente. Tarea diseñada por el profesor Fabio para el grado 9.

Por otra parte, aunque el diseño presenta la sugerencia de construir una encuesta existe la libertad para realizar la indagación con diferentes medios, por ejemplo, con una entrevista o simplemente evocando su propia práctica, pero lo que llama la atención es el reconocimiento de una población minoritaria, tal como los recolectores de café (ver Figura, 4.17)

Figura 4.17. Reflexión sobre la realidad en poblaciones minoritarias en la tarea del cultivo de café.

<p>Momento 3: Reflexión sobre la realidad</p> <ul style="list-style-type: none">• Indagar cuál es el valor del salario mínimo mensual y el salario mínimo diario y establecer una conclusión entre el salario de un día de trabajo y la calidad de vida de las personas que se dedican a ese tipo de actividad económica. ¿Bajo qué condiciones sería un buen trabajo?

Fuente. Tarea diseñada por el profesor Fabio para el grado 9.

Este grupo de personas, tienen unas características particulares, entre ellas: en su mayoría son *andariegos*, es decir que viajan entre las fincas del país persiguiendo cosechas y son vistos como personas sin muchas oportunidades sociales. Por lo cual, Fabio motiva la reflexión y el juicio ético sobre la importancia de la formación escolar frente a una vida laboral sin mayores condiciones sociales (ver Figura 4.1.18), sin embargo, no promueve la formulación de propuestas para reclamar condiciones laborales dignas para este grupo.

Por otra parte, la profesora Adriana en la tarea 3 denominada: “recogiendo la cosecha” (ver Figuras 4.1.17 y 4.1.18), vincula con características propias de la autenticidad de valor, especialmente con: “1. Producir conocimiento con valor en la vida de los estudiantes, 2. Experimentar la vida cotidiana y sus intereses y creencias. 4. Hacer una versión personal de la práctica sociocultural, integrar personal intereses y valores culturales; 5. Construir comunidad para el aprendizaje y la comunicación; 7. Desarrollar un sentido de identidad y de confianza” (Strobel et al., p. 5).

Figura 4.18. Tarea de enunciado verbal auténticos: Recogiendo la cosecha.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL SOCORRO

ÁREA: MATEMÁTICAS

Periodo: 3

Grado: Séptimo

Tarea: Recogiendo la cosecha

Estándar: Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

Recogiendo la cosecha

La vereda del Socorro del Municipio del Pital posee suelo disperso apto para el cultivo de productos agrícolas como el Café. Este cultivo requiere de ciertas condiciones indispensables para obtener un buen resultado. La Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro posee un terreno para la siembra de café con propósitos pedagógicos. Sin embargo, no se tiene registro de los límites y dimensiones del terreno. Su tarea es presentar un croquis que muestre las dimensiones reales del terreno, así como indagar si las condiciones del terreno son favorables para el proceso de comercialización.

Orientaciones: Para esta actividad los estudiantes pueden trabajar en grupo de tres, vincular a sus padres o familiares. Además, cuenta con cuatro sesiones de trabajo de dos horas y una rúbrica de evaluación que le permitirá ubicar sus acciones de aprendizaje y nivel de competencia matemática.

A.1. Consulte con dos caficultores de la vereda la densidad de siembra por hectárea, el clima más adecuado, cómo se cosecha y se comercializa; para ello haga uso de las representaciones.

6. Haga un dibujo del terreno usando una representación geométrica.
7. Relacione el número de plantas y la cantidad de surcos por hectáreas.
8. Determine la cantidad de abono expresada en gramos o kilogramos para el número de plantas sembradas por hectárea (tenga en cuenta las cantidades de magnitud que intervengan en la situación).
9. Indague si las prácticas de beneficio del café influyen en el proceso de comercialización.
10. Compare el precio de venta y ganancia cuando el café se vende seco o verde.

Fuente. Tarea diseñada por la profesora Adriana para el grado 7.

En este diseño, la profesora deja ver la intención de promover una visión holística de la modelación (Blomhøj, 2004), así como el interés de conectar esta competencia con la oportunidad de reflexionar sobre prácticas socioculturales para construir conocimiento matemático y a la vez usar este conocimiento para aportar a estas prácticas. Por ejemplo, cuando solicita que se construya un croquis del terreno, los estudiantes se distribuyen en grupos para medir y representar el terreno, estas representaciones sirvieron de puente para generar aspectos comunicativos e interacción en

torno a la construcción de modelos matemáticos mediante la socialización y discusión en clase con todos los grupos hasta llegar a acuerdos.

Por otra parte, la profesora motiva la participación ciudadana del estudiante cuando sugiere comunicar por escrito ante el representante legal del colegio las posibles alternativas de cultivo y cuidado del proceso de producción del café basado en los modelos construidos (ver Figura 4.20).

Figura 4.19. *Participación ciudadana en la tarea de modelización: recogiendo la cosecha*

E. En comparación con los datos teóricos de la densidad de siembra decida ésta es la adecuada en el terreno de la institución. Además, identifique si las ventas del café producido han generado ganancias o pérdidas.

F. De acuerdo a las comparaciones mencionadas anteriormente, elabore una carta a la rectora indicando las recomendaciones que debe tomar respecto al cultivo del café.

G. Dialogue con sus compañeros si el modelo encontrado se puede usar en otro tipo de cultivos agrícolas.

Fuente. Tarea diseñada entre los profesores.

Las tareas presentadas por los profesores, son evidencia del proceso de emancipación, precedido de la problematización de su práctica, la formación y del debate que llevó a la formulación de acuerdos, en torno al diseño autónomo para movilizar la CMM en una perspectiva crítica que promueve el ejercicio de valores democráticos como la posibilidad de expresar las ideas argumentadas en una comunidad, tomar parte en las decisiones, vigilar el uso de los recursos (Araujo, 2012). A la vez, estas construcciones de los profesores asumen características de proyectos, aunque no fue su intención, es evidente que promueven la independencia de los

estudiantes, así como la posibilidad de interactuar fuera de la escuela y participar en la toma de decisiones (Valero et al., 2015).

Hasta el momento, los diseños presentados por los profesores promueven un significado de la competencia matemática modelizar sociocultural que pone en el centro del proceso formativo al estudiante y le permite interactuar con aspectos sociales y culturales dentro y fuera del aula con el objetivo de realizar una lectura. A continuación, se presentan, otros diseños que ponen en el centro de la competencia la participación ciudadana antes que el contenido matemático.

4.1.3.2.2 Tareas cooperativas para la transformación de prácticas de riesgo

Los siguientes diseños, emergieron con la intención de difuminar las relaciones de poder entre el profesor y los estudiantes en términos de las oportunidades de aprendizaje propuestas en el aula, resultando en propuestas cooperativas de dichas oportunidades. Para llegar a este punto, los profesores reconocieron la necesidad de herramientas discursivas que permitiera develar las prácticas de riesgo por los estudiantes, como consecuencia implementaron los relatos y la cartografía social (Tabla 25).

Tabla 4.22. *Emergencia de las herramientas para el diseño compartido.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-8-S1-M4	Profesor Fabio	Hemos llegado a un punto en el cual se identifica la competencia matemática anidada, transversal en una perspectiva política de la Educación Matemática y me parece que hay un aspecto esencial que deberíamos tener en cuenta y es la oportunidad que se le debe brindar al estudiante para que participe en la selección de las necesidades de aprendizaje, y leyendo por ahí encontré la cartografía social como herramienta para trabajar en el aula. Me parece muy

I-9-S1-M4	Profesora Adriana	<p>acertada para este momento, pienso que ese documento nos puede servir como estrategia para vincular al estudiante. [Cartografía social]</p> <p>Entonces, hagamos una lectura compartida al respecto ...por ejemplo ...aquí: la cartografía social permite trabajar de manera colectiva para el acercamiento y conocimiento de la comunidad. Esto es importante para promover esa participación en los estudiantes.</p>
-----------	-------------------	---

Fuente. Fragmentos de diálogos de reunión de comité de área, S1-M4.

Para el profesor Fabio, la cartografía fue adecuada para el grado 11, aludiendo a una visión ética que busca proveer herramientas a los sujetos para hacer frente a prácticas de riesgo social (Araujo, 2009) y de alfabetización política (Freire, 1970). En este sentido, la cartografía social fue usada para que los estudiantes desarrollarán la capacidad de cuestionar, develar, desentrañar y de hacerse consciente de tales riesgos para enfrentarlos a tiempo.

En la Tabla 26, es visible tres prácticas de riesgo emergentes: estudio del suicidio, indagación de la distribución del recurso proveniente de los impuestos y construcción de teoría matemática en clase. En sus comprensiones el profesor Fabio plantea que esta forma de diseñar encarna: “... *un verdadero empoderamiento de los estudiantes ciudadanos, debe permitir cuestionar prácticas sociales de riesgo, sé que este proceso va ser mucho más amplio, pero puede significar el inicio de una formación para el ejercicio de la democracia dentro y fuera del aula.*” (I-14-S2-M4).

Tabla 4.23. *Emergencia de prácticas de riesgo.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-2-S3-M4	Profesor Fabio	<p>Por mi parte, esta práctica del uso de la cartografía me sorprendió, los muchachos afloran unas problemáticas que ofrecieron un reto más grande del que estamos esperando.</p> <p>Los estudiantes, se distribuyeron en grupos y realizaron mapeos sociales, en los que identificaron tres focos de prácticas de riesgo: el suicidio, el cuestionamiento de los impuestos que pagan los padres de familia, la construcción de teoría matemática al interior del aula. Al interior del grupo, se optó de iniciar el proceso con el suicidio y el cuestionamiento del uso de los impuestos.</p>

Ya que esto generó gran sensibilidad en los estudiantes porque esta problemática que aqueja directamente a la comunidad. Prácticamente se están presentando dos casos por año en la institución. Los estudiantes también se mostraron inquietos por: comprender qué pasa con los impuestos que pagan los padres de familia, por vender café impuestos, por comprar insumos impuestos, pero nada de carreteras o servicios públicos. Entonces qué pasa con los recursos y los impuestos que pagan las personas de la vereda ¿cómo se reinvierte? Fue la pregunta que formularon los estudiantes de grado 11 [undécimo].

Lo primero que se acordó fue invitar a expertos sobre el tema, de esta manera se invitó a una psicóloga a una charla virtual, familiar de una estudiante del grupo. Para el caso de los impuestos se invitó al tesorero de la alcaldía del Pital-Huila, pero fue imposible concretar la visita por compromisos laborales. Así que se decidió aunar esfuerzos, en torno al tema de suicidio por el impacto que ha generado en ellos.

Lo primero que propuso el grupo fue indagar en la web sobre las características de las personas propensas a esta decisión; encontraron varias escalas y decidieron aplicarlas a las personas de la comunidad para establecer la cantidad de personas que pueden estar propensas a sentimientos que los lleven a tomar esta decisión. Caso seguido, escribieron con ayuda de la profesora de lenguaje una carta dirigida a la rectora solicitando su gestión para el nombramiento de una *docente orientadora* explicando los casos y las proyecciones de las personas en riesgo de suicidio.

Si bien acá no se construyó un modelo matemático, si se estudiaron algunos ya construidos y se usaron para ejercitar la participación ciudadana.

Fuente. Reflexión del PF en el comité de área, S3-M4.

El diseño con estas connotaciones tomó forma de un proyecto propuesto por los estudiantes, el profesor fue un apoyo en la construcción de los discursos con los que se interpelaba a los funcionarios para reclamar los derechos, en palabras del profesor: *“Si bien acá no se construyó un modelo matemático, si se estudiaron algunos ya construidos y se usaron para ejercitar la participación ciudadana.”* (I-2-S3-M4); prueba de esto es la encuesta construida por ellos para identificar este riesgo en la comunidad (ver Figura 34).

En estas interpretaciones sobre el diseño, emerge la modelación como propósito que acompaña una visión curricular pertinente para movilizar la competencia matemática modelizar: en primer lugar, los profesores pasaron de poner la mirada en los contenidos matemáticos a

ponerlos en la participación ciudadana y en la alfabetización de sujetos políticos (Valero et al., 2015; Freire, 1970).

Figura 4.20. Caracterización de la ideación suicida en la sede principal de la IE Nuestra Señora del Socorro.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL SOCORRO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
GRADO 11

GRUPO 2: TEMA: SUICIDIO

Las siguientes preguntas están orientadas a identificar probabilidades de riesgo o tendencia al suicidio, en el marco de un estudio en el área de matemáticas. Le rogamos el favor de responder de forma sincera.

Género: M ___ F ___ Otro ___ Cual: ___
Rango de edad 8 a 12 años ___ B. 13 a 18 años ___ C. 19 a 30 años D. 21 años en adelante ___

1. ¿Alguna vez ha tenido pensamientos suicidas? Si ___ No ___
2. ¿Ha tenido frecuentemente sentimientos de depresivos? Si ___ No ___
3. ¿Abusa del consumo de sustancias psicoactivas? Si ___ No ___
4. ¿Cuál sería la causa por la que optaría quitarse la vida?
A. Crisis económica ___ B. Pérdida de empleo ___ C. Ruptura amorosa D. Pérdida de un ser querido
5. ¿Si tuviera una enfermedad crónica y/o discapacidad optaría por quitarse la vida? Si ___ No ___
6. Ha experimentado alguna vivencia con respecto a una o varias de estas situaciones:
Conflictos, Desastres, Violencia, abusos, pérdidas y sensación de aislamientos. Si ___ No ___
7. ¿se ha sentido discriminado por pertenecer a alguno de estos grupos: Comunidades indígenas, desplazados, personas lesbianas, homosexuales, bisexuales, intersexuales; y las personas privadas de la libertad. Si ___ No ___

Fuente. Diseño de los estudiantes de grado 11.

En segundo lugar, los estudiantes se convirtieron en profesores al hacerse cargo de cuestionar prácticas de riesgo en el campo médico- social, político-económico y educativo, que descubre la ansiedad de los estudiantes en un mundo que les reclama emprender el desarrollo económico sin mayores herramientas.

De manera similar, la profesora Adriana genera un proceso de diseño compartido, de modo más acompañado que el llevado a cabo por el profesor Fabio, en el sentido que plantea indagar una problemática que emerge en un diálogo con los estudiantes, el diseño parte exponiendo una realidad que afecta a los agricultores, es decir el tratado de libre comercio y pretende llevar a los estudiantes a develar la posibilidad de migrar hacia otros cultivos.

Figura 4.21. *Lectura crítica del mundo motivada por la profesora Adriana en las tareas de modelización.*

Leyendo mi vereda y sus alrededores

A. Elabore una cartografía social de su región.

B. Identifique la problemática social emergente en la cartografía de la siguiente manera:

- Indague a campesinos de la región sobre qué cultivos son aptos para el clima de la vereda del Socorro, costos de producción y costos de comercialización. Para indagar a los campesinos puede elaborar una encuesta o una entrevista.
- Elabore una tabla para cada producto de acuerdo con los siguientes ítems: clima, costos de producción, costos de comercialización.
- Represente la información de la tabla en gráficas de barras.
- Identifique cual es el cultivo más favorable.

C. Una práctica necesaria y común es utilizar fertilizantes en la producción agrícola, ¿qué prácticas de riesgo existe en el uso de los diferentes tipos de abonos e insumos químicos?

D. Consulte a un experto (campesino, agrónomo) sobre ciertas magnitudes que intervienen en la situación de riesgo identificada en el punto anterior.

E. En comparación con los datos teóricos de la producción y comercialización de los cultivos de la región decida cuál es el más apto para sembrar en caso de crisis cafetera.

F. ¿Qué acciones puede emprender para mitigar las prácticas de riesgo identificadas?

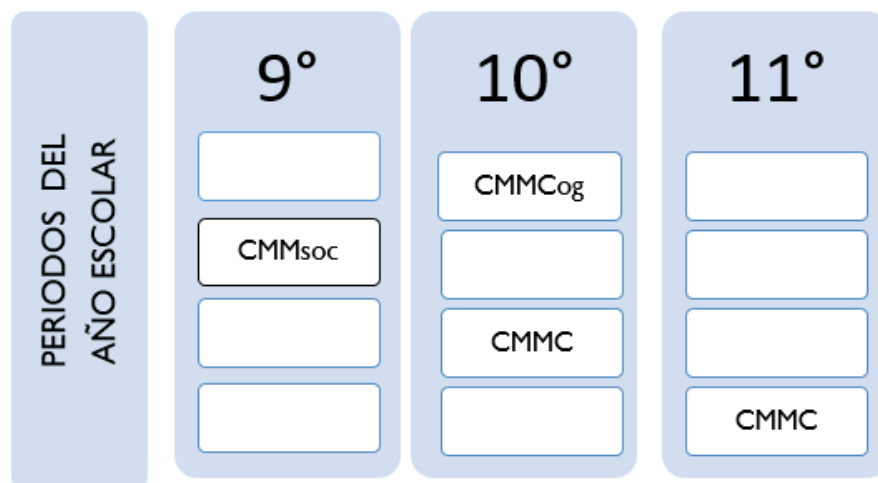
Fuente. Diseño de la profesora Adriana.

Conforme expresa Valero et al., (2015), los profesores reconocieron que los estudiantes son más que sujetos cognitivos y demolieron la frontera entre profesor y estudiante, en este proceso los

modelos matemáticos tampoco son el fin del proceso educativo, por lo contrario, son el principio, son una herramienta para comprender el mundo que hace parte de herramientas discursivas usadas para transformar.

En relación con el currículo, es posible vislumbrar diferentes acercamientos hacia la movilización de la competencia matemática modelizar en una perspectiva crítica apoyados principalmente en la construcción de tareas de modelización auténticas, en las que se presentaron diferentes aproximaciones al uso de modelos matemáticos para comprender el mundo, cuestionar las prácticas sociales y develar los riesgos que encara muchas de esas prácticas cotidianas. El profesor Fabio, por ejemplo, muestra que es posible implementar esta visión de la CMM a lo largo de un nivel de formación compuesto de varios grados (ver Figura 36).

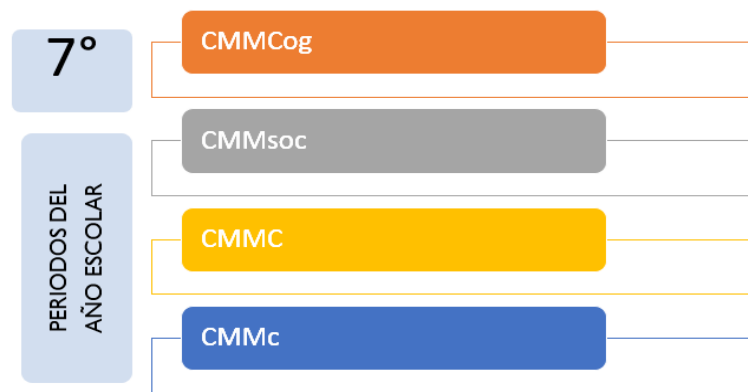
Figura 4.22. *Movilización transversal de la CMM en los diseños del profesor Fabio*



Fuente. Construcción propia

La profesora Adriana, por su parte genera la movilización en un solo grado, aunque fue un proceso más acompañado que el del profesor Fabio, muestra la posibilidad de autonomía en el proceso de modelización y en la participación activa en la comprensión de las prácticas sociales de opresión, como la oferta de créditos a campesinos bajo las condiciones expuestas únicamente por los bancos para quedarse con la mayor parte de la producción.

Figura 4.23. *Movilización transversal de la CMM en los diseños de la profesora Adriana.*



Fuente. Construcción propia.

En conjunto, estos diseños son muestra del proceso de emancipación de un sistema de enseñanza fundamentado en el uso acrítico del libro de texto y en particular de una lógica que iniciaba con la definición de un concepto matemático, se presentaban ejemplos, posteriormente un taller para finalizar con un examen sobre el tema. A través del ejercicio de la reflexión los profesores generaron acuerdos relacionados con el estudio de las prácticas sociales mediante la modelización matemática, sobre la competencia matemática modelizar, la evaluación para su movilización, entre otros. Como consecuencia, los profesores generaron nuevos diseños fundamentados en la lectura del mundo, el cuestionamiento de ciertas prácticas laborales, la participación en la toma de decisiones, la búsqueda de soluciones a problemas socioeconómicos y

ambientales y la búsqueda de explicaciones a prácticas psicosociales en las que la construcción y uso de modelos matemáticos son una herramienta de transformación.

Conforme a lo expuesto anteriormente, los profesores dieron muestra de autonomía en el sentido que antepusieron las necesidades de los estudiantes relacionados con la formación para la ciudadanía y empoderamiento del estudiante para transformar prácticas de riesgo y la posibilidad de movilización de la competencia matemática modelizar crítica a una alfabetización ingenua (Freire, 2004; Valero, 2015), basada en el dominio individual de conceptos y procedimientos. Sin embargo, la posibilidad de cuestionar las decisiones tomadas por entes gubernamentales como el estudio del tratamiento de los impuestos lo cual es un asunto vetado que esquivan los gobernantes y que se torna engorroso y desgastante para los estudiantes.

4.2 Objetivo 2 Identificar los significados de la competencia matemática modelizar movilizados en los diseños propuestos por los profesores

Como se mencionó en los apartados 3.4.2 y 3.4.3, el trabajo de campo giró en torno a un proceso de formación compartida, que iniciaba con la reflexión alrededor de las prácticas del profesor, a manera de diálogo entre pares los profesores describieron y autocriticaron su práctica de planeación de las oportunidades de aprendizaje y movilización de competencias, especialmente la competencia matemática modelizar (CMM). Seguido a este diálogo, motivado por el interés de activar un proceso de transformación, la reflexión dilógica suscitó en los profesores la construcción

de acuerdos, diseño de tareas de modelización; planeación de formas de evaluar, que posterior a la implementación se convirtieron en insumo de reflexión para iniciar nuevamente el proceso.

Por lo anterior, al analizar las intervenciones, las tareas diseñadas y la interacción en clase en cada ciclo del proceso de formación se encontró que los aspectos antes mencionados configuraban significados de la competencia matemática modelizar, aunque la visión de los profesores fue consolidar un enfoque crítico de esta competencia; llegar a ciertas aproximaciones sociocríticas y sociopolíticas lo cual no fue inmediato y requirió transitar por diferentes significados. A continuación, se muestran las evidencias de tales construcciones.

El análisis de los diseños de los profesores se llevó a cabo mediante la construcción de una matriz la cual permitió identificar: el tipo de tarea y los aspectos que resultaban relevantes para el profesor en su propósito de movilizar la competencia (Villa et al., 2017), las dimensiones de la competencia matemática modelizar-CMM involucradas y la contribución a la formación de valores democráticos. Este último criterio en términos las estrategias ofrecidas para identificar prácticas de riesgo, suscitar acciones de participación comunitaria, justicia social, equidad, solidaridad son confrontados con las acciones surgidas en la clase.

En síntesis, el análisis giró en torno a tres aspectos: el diseño, estrategias para el diseño y reflexiones sobre la implementación, partió del supuesto que en conjunto estos aspectos dan cuenta de la construcción de un significado de competencia matemática modelizar particular y que tal significado está asociado a una configuración específica de la práctica curricular. En el primer

aspecto, en el diseño se pone en evidencia *La tarea y el tipo de tarea, el contexto, conceptos y procedimientos y usos del modelo*. Las estrategias usadas por el profesor a partir del cuestionamiento *¿Cómo lo hizo? ¿Qué buscaba?* Permitieron identificar desplazamientos de las prácticas de diseño. Por otra parte, la reflexión acerca de la implementación del diseño, dio cuenta de las comprensiones de la competencia matemática modelizar y de nuevos desplazamientos a partir de preguntas como: *¿Qué necesita cambiar en el diseño? ¿Cómo piensa hacerlo?* Las cuales, suscitaron proceso de autoevaluación, identificación de vacíos y estrategias para emprender los cambios que consideran necesario.

4.2.1 Significado 1: La competencia matemática modelizar cognitiva

Abordar la configuración de los significados de competencia matemática modelizar que construyen los profesores, implicó promover procesos de reflexión y participación orientados al diseño auténtico de tareas, en el sentido que obedece a intereses, necesidades, miedos, limitaciones y comprensiones de las lecturas sobre el tema. En este aspecto, el foco es plasmar la tarea construida por cada profesor, la estrategia usada para la construcción, el tipo de tarea, aportes a la formación de valores democráticos (Villa-Ochoa et al., 2017; Skovsmose y Valero, 2012; Valero 2002; Valero et al., 2015).

Profesor Fabio

El diseño:

A partir de las reflexiones identificadas en el apartado 4.1.1 los profesores acordaron centrar sus diseños en las prácticas socioculturales identificadas en el contexto de su municipio, como

consecuencia de esto, los profesores iniciaron un proceso de resistencia a la lógica promovida por los libros de texto, aunque en principio muy cerca allá. A continuación, se presentan las características de los diseños del profesor Fabio y la profesora Adriana que permite ubicarlos en un significado cognitivo de esta competencia.

Figura 4.24. *Tarea de problemas verbales realistas: exportación del café.*

Si pudieran negociar su café con algún empresario o comerciante chino, ¿Qué distancia recorrería este producto en el trayecto Colombia-china, medidos desde la superficie terrestre?

Nota: tener en cuenta que la superficie de la tierra es considerada esférica.

Fuente. Diseño del profesor Fabio.

La tarea planteada corresponde a un problema verbal realista, debido a que evoca una práctica de exportación del café muy común en ambiente cafeteros como en el que está ubicada la institución. Pero, la tarea está dirigida a la aplicación de un modelo que permite encontrar la distancia de un arco ($s = r * \theta$). Además, aunque la práctica es real, incluso existen convenios de exportación de café hacia China, la trayectoria del vuelo no corresponde a un arco continuo.

La situación corresponde al contexto de la tarea (Valero, 2002), evoca una práctica con el único interés de inducir un concepto y su aplicación, confirma además el énfasis en el uso de ideas matemáticas poderosas en el ámbito lógico. Sin embargo, respecto al aporte en la formación para el ejercicio de valores democráticos, la tarea pudo extender su alcance al análisis de los convenios de exportación entre los dos países y analizar las cifras y productos exportados para identificar quién pierde y quién gana en estos convenios. En esta relación, analizar específicamente los

modelos económicos de la exportación del café y como afecta esto a los cultivadores colombianos y si es aconsejable para ellos este negocio o si es posible establecer acuerdos de exportación directos entre cultivadores y el comercio en China u otro país.

El desplazamiento de la práctica del profesor consistió en adecuar un ejercicio propuesto en el libro de texto a una tarea de modelización, que, si bien está en una configuración básica, pretende claramente incluir el contexto y distanciarse paulatinamente de la lógica del libro de texto. Por ejemplo, la tarea es acompañada de una estructura que sin definir el concepto como inducen generalmente los libros de texto, acompaña la comprensión mediante sistemas de representación (ver Figura 4.2.2) de arco y medidas de ángulos.

Figura 4.25 *Complemento de tareas de enunciado verbal realista en la exportación de café.*

<p>Saberes previos</p> <p>Construya un diagrama que ilustre la situación.</p> <p>Analiza</p> <p>¿Qué elementos serían necesarios para determinar esta distancia?</p> <p>Conoce</p> <p>Indaga sobre la conversión entre las medidas de ángulos en grados y radianes</p>

Fuente. Diseño del profesor Fabio para el grado 10.

Por otra parte, no existen datos numéricos explícitos, esto impulsa la necesidad de indagar, a lo menos preguntar datos científicos como el radio de la tierra, las posibilidades de medir el ángulo, entre ellas tomar un globo terráqueo del almacén de la institución para contar meridianos al reconocer la relación con los husos horarios. Estas posibilidades de exploración, dista de la simple transposición de términos para abrir paso a la confrontación de diferentes resultados, aunque supone un resultado único. En consecuencia, el modelo matemático usado para comprender un

fenómeno posible pero particularmente para inducir el concepto de longitud de arco, posiciona la tarea en el tipo de autenticidad de contexto (Strobel et al., 2013).

Estrategias para el diseño

Al indagar sobre las estrategias para el diseño es posible identificar un desplazamiento, de la práctica curricular con más claridad. Cuando se indaga a PF sobre la estrategia de diseño, se identificó en la Tabla 5 del apartado 4.1.1 que seguían la estructura del libro de texto, la cual “inician con un tema, una definición, ejemplos, ejercicios y aplicaciones del tema” (I-4-S1-M1). En este punto de la investigación, PF logró usar los aspectos identificados en Blomhøj (2004) y en Maass (2006) para sus diseños propios. Como se puede ver en la Tabla 26, los aspectos que componen la tarea se ubican, de acuerdo con la estructura de la CMM considerada en Blomhøj y Højgaard Jensen (2003), únicamente en tres aspectos: formulación del problema, sistematización y uso de métodos matemáticos.

Tabla 4.24. *Contraste entre las dimensiones de la competencia matemática modelizar y la tarea “exportación de café”*

	Subproceso	Evidencia en la situación propuesta
a.	Formulación del problema	Si pudieran negociar su café con algún empresario o comerciante chino, ¿Qué distancia recorrería este producto en la ruta Colombia-china, medidos desde la superficie terrestre?
b.	Sistematización	¿Qué elementos son necesarios para determinar esta distancia? Construya un diagrama que ilustre la situación.
d.	Uso de métodos matemáticos	A partir de los siguientes interrogantes planteados a los estudiantes se pretende la construcción de los conceptos matemáticos: Longitud de Arco, Sistemas de medidas de Ángulos (grados-radianes) y Medidas de longitud. ¿Qué significa el símbolo π en matemáticas? ¿Cuánto mide la longitud de una circunferencia?

Fuente: confrontación del Profesor y el investigador de acuerdo con Blomhøj (2004).

A medida que avanzaban en la lectura, los profesores construyeron otra matriz en la que ubicaban sus aspiraciones de actividad de modelización en los estudiantes, con lo cual identificaron una primera aproximación de la competencia matemática modelizar (ver Tabla 27) centrada en la capacidad de llevar a cabo todas las fases del proceso de modelización planteadas en Maass (2006), pero amparados en la idea de modelización como vehículo para construir conceptos matemáticos y en el uso del contexto como fuente de ideas matemáticas lógicas en lugar de ser usadas como fuente de prácticas de transformación sociales. Como valor agregado el profesor se arriesga a construir diseños propios, en este caso, modificando la estructura de ejercicios y la lógica de los libros de texto.

Aunque PF, construye una idealización de la actividad de modelización matemática en todas las dimensiones estas no son evidentes en la tarea presentada, de hecho, existe un fuerte direccionamiento hacia el trabajo matemático y deja al estudiante la labor de encontrar criterios que le permitan confrontar los resultados con la práctica de exportación o con la medición de la longitud del arco entre dos puntos de la tierra acciones correspondientes a la interpretación y validación.

Tabla 4.25. Emergencia de CMM cognitiva: la tarea modificada por Fabio.

Fases/dimensiones	Sub procesos esperados
<i>Del Problema del mundo real al planteamiento del modelo del mundo real.</i> Simplificación o comprensión de la situación	<ul style="list-style-type: none"> ● Construir la simplificación de los supuestos. ● Identificación de variables dependientes e independientes para la inclusión en el modelo algebraico.
<i>Del Planteamiento del modelo del mundo real al modelo matemático</i> Matematización	<ul style="list-style-type: none"> ● Representación matemática de los elementos, así como las fórmulas que pueden ser aplicadas. ● Elegir la tecnología (representaciones)- tablas matemáticas para permitir el cálculo (representación tabular -objetos matemáticos como herramientas).
<i>Del Modelo Matemático- a la solución Matemática</i>	<ul style="list-style-type: none"> ● Aplicación de las formulas simbólicas ● Simplificación de los procesos algebraicos para producir funciones más sofisticadas.

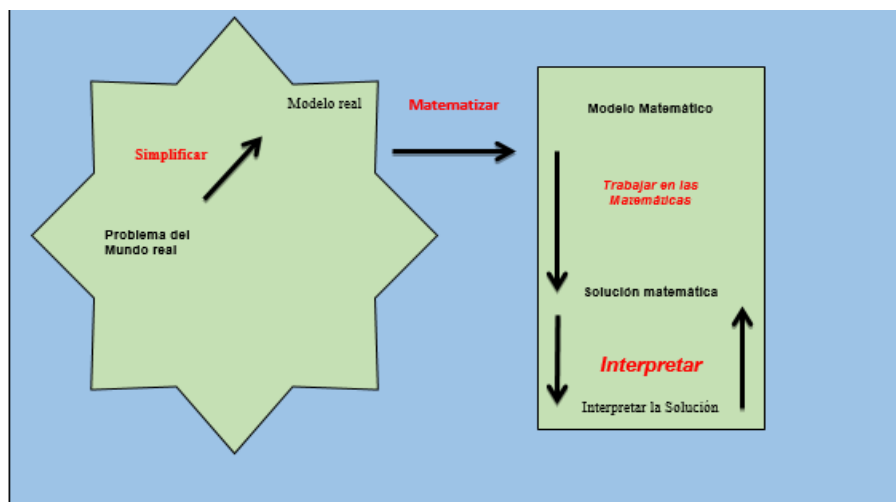
<i>Trabajo matemático</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Usar la tecnología elegida - tablas matemáticas para permitir el cálculo.
<i>De la solución Matemática – al significado de la solución en el mundo real</i> <i>Interpretación</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Contextualización interna de los resultados matemáticos finales en términos de la situación del mundo “real”.
<i>Del significado de la solución en el mundo real a revisar el modelo o aceptar la solución</i> <i>Validación</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Establece criterios para constatar con la realidad. • implementa estrategias

Fuente. Interpretación del modelo de Blomhøj y Højgaard Jensen (2003).

Este diseño en particular, asume una configuración de la CMM centrada en algunas fases del proceso de modelización, especialmente: simplificar, matematizar, trabajo matemático e interpretar. La Figura 40, muestra una versión que no regresa al problema del mundo real del que partió, solo interesa interpretar la solución al interior del trabajo matemático es decir comprobar que las conversiones y procedimientos estén de acuerdo a las reglas lógicas (ver Figura 4.2.3). Considerar el proceso completo, requeriría indagar con más profundidad en los factores que intervienen en la exportación como en la medición especializada de este tipo de arcos. Esta configuración del proceso de modelización se asemeja a la matematización vertical (Treffers, 1987; Freudenthal, 1991) que restringe el proceso de modelización al trabajo al interior de las matemáticas.

De otra parte, el interés del profesor está ubicado en la dimensión didáctica y conceptual de la perspectiva educativa de la modelización matemática, en tanto que el proceso está orientado a promover procesos de aprendizaje y nuevas formas de enseñanza que buscan la conceptualización significativa (Kaiser y Sriraman, 2006).

Figura 4.26. Interpretación propia del Investigador del modelo de Maass (2006).



Fuente. Construcción propia.

Reflexión sobre la implementación del diseño

Posterior a la implementación, en el proceso de retroalimentación de lo que sucedió en el aula, los profesores reflexionaron sobre los aspectos que configuran la competencia matemática modelizar y las nuevas decisiones para su movilización.

Tabla 4.26. Reflexión sobre la implementación de la tarea -exportación de café y Día de Invierno

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-29-S5-M1	Profesora Adriana	Hay algo que debemos tener en cuenta en estas planeaciones, así no estén centradas en la interacción del niño con el contexto, es el tiempo disponible para que los estudiantes lleven a cabo el proceso de modelación. En primer lugar, el hecho de partir de una lógica diferente a la que profesores y estudiantes estamos acostumbrados requiere un tiempo más largo por las interacciones nuevas entre profesores y estudiantes. Segundo, acercarse al proceso de modelación para responder a la situación requiere más tiempo del habitual, pero genera aprendizajes más significativos y situados. Por ejemplo, los niños en la clase me preguntaban mucho por la escala o el termómetro, esto indica que vincularlos con estos entornos y prácticas de medición o de otro tipo de prácticas requiere de más interacción no solo de una operación.
I-30-S5-M1	Profesora Adriana	Y claro Fabio, debemos ir ganando más acercamientos autónomos a todas las fases del proceso de modelación no solo a la matematización. Sin embargo, falta discutir sobre otro aspecto profes, es lo relacionado con identificar un contexto o una situación del

		contexto y poder decidir cuál concepto matemático está presente o si hay varios, cómo tratar con esto.
I-31-S5-M1	Profesor Fabio	Si profe, porque es fácil tomar el libro y seleccionar una situación para convertirla en semireal y ajustarla a algunas fases, pero tomar una situación del contexto cotidiano de los estudiantes, tenemos que tener algún tratamiento que permita analizar esto para saber cómo debemos orientar los estudiantes en la clase. Yo propongo además de la estrategia que ha planteado Adriana [se refiere a escribir tareas relacionadas con cada fase del proceso de modelización] poder plantear situaciones amplias donde el estudiante se acerque a múltiples modelos y de varias formas a las situaciones, que él tome las decisiones así nuestra labor es de acompañamiento. Pero como dice Adriana, esto tiene que ver con los tiempos no podemos esperar seguir con un currículo centrado en una lista de contenidos o cómo están nuestros planes de aula de acuerdo a las unidades de un libro de texto, eso no permite el acercamiento de los estudiantes a la realidad, la modelización sí.
I-32-S5-M1	Investigador	Bueno compañeros, estas reflexiones son muy interesantes y parece que vamos encontrando un camino para darle un giro a nuestra práctica, les propongo que tratemos de sacar unas conclusiones.
I-33-S5-M1	Profesora Adriana	Perfecto, compañeros entonces podemos decir que un acercamiento a la CMM, según lo que hemos leído y realizado hasta el momento, pienso que... se relaciona con plantear cuestionamientos de aspectos de los contextos (sociales, económicos, políticos) que se vinculan con las fases del proceso de modelización para usar conceptos matemáticos.
I-34-S5-M1	Profesor Fabio	[interrumpe a Adriana] pero todavía no nos acercamos a esa noción de competencia que le permita al estudiante comprender una situación de su realidad inmediata. Creo, no sé, ... que para eso debemos seleccionar situaciones concretas y cercanas al estudiante. Pero eso, profe es algo a lo que no estamos acostumbrados.
I-35-S5-M1	Profesora Adriana	Sí señor, es necesario ese análisis de las situaciones socioculturales tanto para establecer una necesidad de comprensión, así como para identificar las matemáticas presentes, de modo que las podamos orientar hacia el aprendizaje de uno o varios conceptos a la vez.
I-36--S5-M1	Profesora Adriana	Sin embargo, aún hay aspectos que se deben estudiar, por ejemplo, matrices de evaluación con otros niveles de desempeño más ajustados al proceso de modelización y también sobre otras formas de diseño, otro tipo de tareas, que permitan involucrar situaciones particulares de contextos, cosas que hacen los estudiantes y sus familias con el fin de dar sentido al aprendizaje de las matemáticas y permitir la movilización de las competencias matemáticas y particularmente la de construir modelos.

Fuente. Fragmento de la sesión 5 del primer momento del proceso de formación

Las reflexiones de PF en *I-31-S5-M1* dan muestra del reconocimiento de la necesidad de ofrecer a los sujetos la oportunidad de interactuar con prácticas que ocurren en su comunidad para eso sugiere identificar *casos particulares cercanos al estudiante* para abordar su comprensión. Esta sugerencia muestra las bases para la construcción de un camino posible hacia el ejercicio de la democracia, en palabras de Skovsmose y Valero (2012) es un camino hacia el “empoderamiento de la gente en relación con las condiciones de vida” (p. 44). Es posible también ver implícitamente, la comprensión de una noción de CMM centrada en la matematización vertical que incluye los procesos de simplificación, matematización y trabajo matemático, con lo cual no está de acuerdo, el siente que esta competencia debe ser una herramienta para la emancipación y propone un foco para iniciar.

Profesora Adriana

En esta comprensión de la competencia matemática modelizar, la profesora Adriana (PA) construye dos tareas, día de invierno en el socorro y paseo a Campo Sevilla, la primera con la intención de introducir la comprensión de números enteros, así como las operaciones de suma y resta de números enteros conforme al plan de área. La segunda, tiene el propósito de introducir el concepto de proporcionalidad. Aquí se presenta el análisis de la tarea Día de Invierno.

Diseño

La tarea *día de invierno*, está relacionada con la información climática de la verada, la cual en invierno o en época de lluvias baja hasta los 5°C. La profesora presenta un párrafo introductorio con datos que muestran la relación entre las horas transcurridas y temperatura con datos que corresponden a sus mediciones realizadas con un termómetro convencional. En una tabla, sugiere escribir con números los datos descritos en el párrafo. A partir de esta tabla, solicita construir una recta numérica vertical las temperaturas e identificar las variaciones, es decir, identificar si la temperatura aumenta o disminuye en intervalos de tiempo. Además de esto, le pide que con ayuda de un adulto realice las mediciones para confirmar o descartar los datos de la profesora. Ella

Figura 4.27. *Fragmento de tarea: Día de invierno.*

esperaba que los estudiantes identificaran el modelo de cambio $\Delta T = (T_f - T_i)$ y que en los resultados encontraran números negativos y de esta manera introducir una comprensión de números enteros.

Fuente. Tarea diseñada por la profesora Adriana para el grado 7

Día de invierno en el Socorro

La profesora invita a los estudiantes a registrar la temperatura de un día de invierno en la vereda el Socorro. Al día siguiente los estudiantes presentaron los siguientes registros:

A las seis de la mañana el termómetro marcaba 10 grados de temperatura. Dos horas después la temperatura disminuyó 3 grados y hasta la una de la tarde subió seis grados más y desde la una hasta las seis de la tarde disminuyó cinco grados.

- Complete la representación tabular de las temperaturas correspondientes a la información.

Hora	Temperatura °C
6:00 am	10
8:00 am	
10:00 am	
12:00 m	
2:00 pm	
4:00 pm	
6:00 am	
8:00 m	

- Representar en la recta numérica las variaciones de temperatura registradas.
- Indique en qué intervalos de tiempo aumentó o disminuyó de manera considerable la temperatura.
- Realice estas observaciones con ayuda de un adulto y confirme la cercanía con los datos presentados.

A partir de esta descripción, la tarea comparte aspectos de diferentes tipos de tareas, particularmente tareas de representación y problemas de palabras con autenticidad de contexto. En el primer caso, intervienen procesos de formación, tratamiento y conversión (Duval, 1999; García et al., 2013; Sánchez y Martínez, 2013). Formación en cuanto el estudiante debe usar símbolos o construcciones para representar las cantidades de magnitud que intervienen en la situación, por ejemplo, la recta numérica o una tabla. El tratamiento, se presenta cuando realiza transformaciones en un mismo registro, esto es visible en las operaciones que debe realizar el estudiante en la fase de trabajo matemático, de manera similar la conversión está presente cuando por ejemplo el estudiante escribe cuantitativamente las descripciones de la tarea. Estos aspectos de la representación hacen que la actividad de modelización del sujeto esté centrada en la matematización y el trabajo matemático.

Por otra parte, la tarea presenta aspectos relacionados con la autenticidad de contexto en problemas de palabras, especialmente están presentes aspectos similares al entorno del mundo real, el profesor evoca la experiencia de los estudiantes en el mundo real y permite que ellos tengan el control de los pasos a seguir y realicen exploraciones del contexto. Sin embargo, el contexto es usado como el contexto del problema, es decir como foco de fenómenos que permiten introducir la enseñanza de un concepto o aplicar matemáticas, aspectos que ponen de relieve ideas matemáticas poderosas desde la visión lógica.

La tarea *un día de invierno*, abre la posibilidad de experimentación o exploración del estudiante como herramienta para la discusión sobre la validez de los datos iniciales y por tanto cuestionar los resultados. A propósito de este hecho, Skovsmose y Valero (2012) en torno a la formación para el ejercicio de la democracia, consideran que acciones como estas favorecen las relaciones democráticas en el aula. Esta acción en particular favorece el cuestionamiento del absolutismo del conocimiento a manos del profesor ya que enfatiza en el papel del diálogo y el debate con los estudiantes.

Estrategias para el diseño

A diferencia del profesor Fabio, la profesora, toma una situación real que puede ser explorada por los estudiantes, sin embargo, el libro de texto es el punto de partida como lo muestra la Tabla 29. PA identifica en el libro el orden de los temas que debería enseñar, pero se preocupa

por incorporar la modelización como vehículo para llegar a la comprensión de los números enteros como números signados y cómo variación de una entidad.

Tabla 4.27. Argumentación de PA sobre de la selección de tareas de modelización

Intervenciones / Sesión	Participante	Transcripción
I-29-S4-M1	Investigador	Continuemos con sus construcciones profe Adriana cuéntenos ¿cómo le fue, en qué consiste su trabajo? ¿la situación es real? O también modificó una tarea a partir de una fuente bibliográfica.
I-30-S4-M1	Profesora Adriana	No profe yo me imagine, primero unas situaciones relacionadas con los números enteros, que es uno de los temas básicos de grado séptimo y otra luego sobre proporcionalidad que hemos trabajado con Fabio. Pero si me inspiré en aquellos problemas que muestran escalas verticales, por ejemplo, de temperaturas bajo cero o desplazamientos bajo el nivel del mar.
I-31-S4-M1	Investigador	¿y que impidió construir una situación real?
I-32-S4-M1	Profesor Fabio	A mí me parece que esa es una situación real [observando las tareas]
I-33-S4-M1	Profesora Adriana	No, según el ejemplo del artículo de Morten [se refiere a Blomhøj (2004)], los estudiantes deben ir a la realidad a tomar datos. Lo que sucedió es que me imagine una situación posible que conectara el tema con un tipo de contexto de los estudiantes.
I-34-S4-M1	Profesora Adriana	Profe, pero respecto a lo que impide tomar estos datos de la realidad son las cuestiones administrativas, por ejemplo, no podemos desplazarnos fuera de la institución, y aunque pudiéramos tener el permiso, completar el protocolo es difícil por las limitaciones económicas de las familias, para los seguros, transportes y alimentación.
I-35-S4-M1	Investigador	¿Cómo se relaciona sus tareas con esto que leímos?
I-36-S4-M1	Profesora Adriana	Profe además de lo que leyó Fabio, considero que la parte que dice: “ <i>la idea fue desafiar a los estudiantes en el uso de la matemática para describir y analizar algún fenómeno de sus vidas diarias con el fin de (1) motivar el trabajo con matemática, (2) establecer raíces cognitivas sólidas para la concepción, de parte del alumno, de algunos conceptos matemáticos básicos, y (3) experimentar a la matemática como medio para describir, analizar y ampliar la comprensión de situaciones de la vida diaria</i> ” es inspirador ya que permite apoyar nuestra idea de transformación de la práctica y la inclusión del contexto. En este caso, se aplican más (1) y (2) relacionados con el trabajo matemático. Es decir, el uso de los números en las prácticas reales.
I-40-S4-M1	Profe Adriana	Sin embargo, yo diseñe otra situación de registro de temperaturas en un día de invierno, en la que los estudiantes a partir de una información hipotética pueden llegar al concepto de número entero asociado a la relación <i>menor que cero</i> y a la noción de <i>incrementos</i> como diferencia, pero más cercana a la realidad.
I-41-S4-M1	Profesor Fabio	en ¿qué consiste la tarea segunda tarea?
I-42-S4-M1	Profe Adriana	Si Fabio, se le presenta al estudiante una situación de variación de temperatura en un día de invierno, la época de lluvia en que estamos. Inicio, presentado unos datos en lenguaje verbal que muestran el cambio en las temperaturas. posteriormente deben organizar la información en una tabla y representarla en un plano coordinado. Por último, con ayuda de sus padres o un adulto, deben tomar sus propios datos y realizar los mismos procedimientos para contrastar resultados.
I-43-S4-M1	Investigador	¿Cuál es su intención con esta situación planteada?
I-44-S4-M1	Profe Adriana	Compañeros, tengo dos objetivos, uno es desarrollar el concepto de número entero con la noción de abajo y arriba contexto de tarea inicial, pero también, usando la noción bajo cero y con la diferencia que da como resultado un número negativo. Pero además de esto, iniciar a los estudiantes en el uso del proceso de modelización porque ellos deben conocer las etapas de este proceso no como estrategia de solución de problemas, si no como estrategia para relacionar los contextos con las matemáticas.

Fuente. Fragmentos presentación de la tarea construida por PA en S4-M1

La profesora toma como base del diseño las características de tareas para promover la competencia matemática modelizar de Blomhøj (2004) y reconoce dos aspectos tradicionales de la modelización, es decir, la relación entre una situación real y las matemáticas (ver intervención 36 en la Tabla 29). Esta visión, le impide reconocer que el foco que propone el autor es contribuir a comprender y problematizar el mundo.

Con base en lo anterior, PA usa el proceso de modelización descrito por el autor para diseñar su tarea (ver Tabla 30) y los descriptores de las subcompetencias de Maass (2006) para generar supuestos de la emergencia de la competencia matemática modelizar (ver Tabla 31), pero a diferencia del diseño del profesor Fabio, ella logra articular todo el proceso de modelización, aunque el foco en la matemátización y el trabajo matemático sigue presente.

Tabla 4.28. *Contraste entre el proceso de modelización y la tarea: temperatura en un día de invierno*

Subproceso	Evidencia en la situación propuesta
(a) Formulación del problema	A las seis de la mañana el termómetro marcaba 10 grados de temperatura. Dos horas después la temperatura disminuyó 3 grados y hasta la una de la tarde subió seis grados más y desde la una hasta las seis de la tarde disminuyó cinco grados.
(b) Sistematización	<ul style="list-style-type: none"> • Complete la representación tabular de las temperaturas correspondientes a la información. • Representa en la recta numérica las variaciones de temperatura registradas. • Realice estas observaciones con ayuda de un adulto y confirme o refute la cercanía con los datos presentados.
(c) Traducción a un lenguaje matemático	<ul style="list-style-type: none"> • Complete la representación tabular de las temperaturas correspondientes a la información.
(d) Uso de métodos matemáticos	<ul style="list-style-type: none"> • Cuantifique la variación de la temperatura de acuerdo a intervalos de tiempo.
(f) evaluación de la validez del modelo	<ul style="list-style-type: none"> • Indique en qué intervalos de tiempo aumentó o disminuyó de manera considerable la temperatura.

- Realice estas observaciones con ayuda de un adulto y confirme o refute la cercanía con los datos presentados.

Fuente. Interpretación modelo de Maass, 2006.

Como se mencionó en el análisis de la tarea inicial de la profesora, la modelización matemática permitió, además de promover procesos de modelización e introducir el aprendizaje de conceptos y uso de sistemas de representación, incorporar la discusión y cuestionamiento de los datos, acciones que coinciden con insumos que hacen de la modelización un campo fértil para promover el ejercicio de valores democráticos, promover la reflexión crítica y dar voz al estudiante. En consecuencia, la tarea presentada por PA, tiene conexiones con la perspectiva educativa de la modelización matemática en los objetivos didáctico, conceptual y sociocrítico.

La Tabla 31, muestra la intención de movilizar la competencia matemática modelizar en una perspectiva que tiene su foco en introducir conceptos y transformaciones entre sistemas de representación, aunque aparecen indicios de aspectos sociocríticos, la profesora hasta el momento no era consciente de ello por lo tanto no profundizó en este enfoque.

Tabla 4.29. *Supuestos para la Emergencia de CMM cognitiva en PA*

Fases	Sub procesos gestionados
<i>Del Problema del mundo real al planteamiento del modelo del mundo real.</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Construir la simplificación de los supuestos. [representación tabular de las temperaturas]
Simplificación o comprensión de la situación	
<i>del Planteamiento del modelo del mundo real al modelo matemático.</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de variaciones de temperatura [por debajo de cero, por encima de cero] • Representación matemática de los elementos que intervienen [usa noción de por debajo de cero y por encima de cero como representación de los números enteros]. • Usa la tecnología elegida para producir la representación gráfica en una recta vertical; mayores que cero o menores que cero. • Aplicación de fórmulas simbólicas.
<i>Matematización</i>	
<i>Del Modelo Matemático- a la solución Matemática</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación de un modelo simbólico por encima de o por debajo de: mayores que cero, menores que cero en una recta vertical. • Elegir la tecnología para la representación de tablas matemáticas que permitan el cálculo (representación tabular -objetos matemáticos como herramientas) de las variaciones de temperatura.
<i>Trabajo matemático</i>	

De la solución Matemática – al significado de la solución en el mundo real
Interpretación

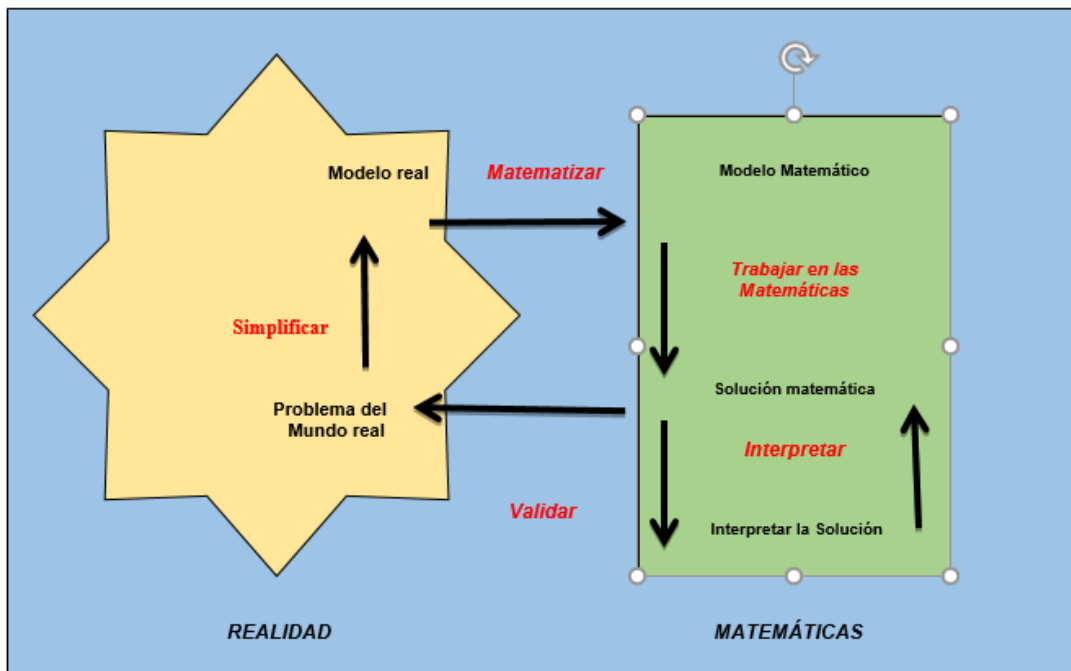
Del significado de la solución en el mundo real a revisar el modelo o aceptar la solución
Validación

- Usar la tecnología elegida para producir la representación gráfica en una recta vertical; mayores que cero o menores que cero.
- Contextualización interna de los resultados matemáticos finales en términos de la situación del mundo “real”.
- Integración de argumentos para la justificación de interpretaciones.
- Revisa el proceso de construcción del modelo.
- Realiza la experiencia para contrastar con lo propuesto por la profesora.

Fuente. Interpretación de PA de acuerdo al modelo de Blomhøj y Højgaard Jensen (2003).

En síntesis, la profesora Adriana diseña la tarea: *Día de invierno*, de acuerdo a la postura de Blomhøj y Højgaard Jensen (2003) basada en la posibilidad de llevar a cabo todo el proceso de modelización, pero promueve una visión conceptual, aspecto que obstaculiza movilizar otros significados de la CMM. Esto se puede configurar en un proceso de modelización que instala la interpretación en el campo de las matemáticas (Figura 42).

Figura 4.28. Proceso de modelación en la tarea: *Un día de invierno*.



Fuente. Adaptado de Maass (2006)

Reflexión sobre la implementación del diseño

En la Tabla 28, la reflexión sobre el diseño en la intervención (I-30-S5-M1), muestra que PA comprende la competencia matemática modelizar como el dominio del proceso de modelización, por ejemplo, cuando dice: “debemos ir ganando más acercamientos autónomos a todas las fases del proceso de modelización” y en el uso de las fases del proceso de modelización para el diseño de la tarea o en el uso de subcompetencias para considerar supuestos de emergencia de esta competencia en la actividad matemática de los estudiantes.

Otro aspecto que reconoce como fundamental para vencer esta posición es ahondar en el estudio de: “situaciones socioculturales tanto para establecer una necesidad de comprensión, así como para identificar las matemáticas presentes” (I-35 en la Tabla 28). En esta misma intervención reconoce la posibilidad de abordar varios conceptos; a la vez, estas reflexiones constituyen por una parte una nueva estrategia para el diseño de situaciones y por otra, un desplazamiento de la CMM asociado a la comprensión crítica del mundo.

4.2.2 Significado 2: La competencia matemática modelizar sociocultural

Como se indicó en el apartado 2.3.2.2.1, este significado de la competencia está en correspondencia con una postura social de la Educación Matemática y en la conjunción de características de algunos enfoques de la modelización matemática, explícitamente las perspectivas: integradora y realista.

En primer lugar, en la clasificación de los programas de investigación en didáctica de las matemáticas Font (2002) reconoce el enfoque basado en el constructivismo social a partir de tres perspectivas: epistemológica, antropológica y psicológica. En suma, estas perspectivas reconocen que el conocimiento es una construcción social, pública y colectiva. En consecuencia, las matemáticas son construcciones humanas falibles de carácter “lingüístico, textual y semiótico, pero inmerso en el mundo social de la interacción humana” (p. 140).

En coherencia con lo anterior, la interacción, la construcción de significados compartidos y la participación en una comunidad son aspectos que caracterizan este enfoque de competencias matemáticas con características sociales (García et al., 2013). De manera similar Valero (2006) afirma que las competencias matemáticas deben superar el dominio individual de temas o conceptos y procedimientos, para instalarse en la interacción en formas dialógicas que permitan la negociación de significados matemáticos. De esta manera, la formación de competencias matemáticas favorece “no sólo entender los contenidos de las matemáticas escolares sino también y sobre todo actuar con base en su conocimiento” (Valero, 2006, p. 4). Aunque, esta actuación se restringe a la actividad matemática del aula presupone empoderar al estudiante para actuar en la sociedad con cierto conocimiento matemático, es decir el punto central de esta visión es actuar en el mundo de forma argumentada con base en el conocimiento matemático. El contexto en este significado de la competencia matemáticas está asociado al contexto situacional (Valero, 2002), el cual, enfatiza en conocer las particularidades del estudiante para generar ambientes de participación.

De otra parte, un enfoque realista de la modelización busca resolver problemas auténticos del mundo real, esto implica identificar prácticas sociales, laborales, económicas, entre otra, para

comprender las problemáticas inmersas. Una postura integradora de la modelización, en sus objetivos de tipo pedagógico y conceptual, confieren importancia a la modelización como estrategia de aprendizaje y como vehículo para introducir conceptos y procedimientos. En conjunto estas dos perspectivas de la modelización y la posición social de la competencia matemática, amplían una visión de competencia modelizar como la posibilidad de construir modelos y usarlos para comprender la realidad (Blomhøj y Højgaard Jensen, 2003).

Profesor Fabio

La tarea del profesor Fabio consta de dos partes, la primera está organizada en términos del proceso de modelización y del estudio de la variación. La segunda parte, tiene como fin introducir cuestionamientos sociales del oficio de recolección de café.

Diseño

En conjunto, las dos partes de la tarea evidencian una relación estrecha con los problemas de autenticidad de contexto y de valor. En el primer caso, la tarea trae a colación la experiencia del estudiante, ya que muchos de ellos se enfrentan a labores de recolección de café o de pago de recolectores en el caso de que sus papas sean propietarios de finca. Otro aspecto en este tipo de autenticidad es la autonomía a la que acceden los estudiantes y permite que controlen el proceso, en este caso el proceso de modelización.

Figura 4.29. *Enunciados verbales auténticos de valor.*

Fuente. Momentos 1, 2 y 3 de la tarea “recolección del café” diseñada y aplicada al grado 9.

Momento 1: Reconocimiento de la realidad y descripción de la variación.

Realizar la siguiente encuesta a cinco personas, preferiblemente mayores de edad (familiares, amigos, vecinos, etc.)

1. ¿Qué cantidad de café recoge en un día?
2. ¿De qué depende la cantidad de café que recoge en un día?
3. ¿Qué valor tiene la cogida de café por arrobas. (sin alimentación y con alimentación)?
4. Identifique cuales son las cantidades de magnitud que intervienen (constantes y variables)
5. Represente de diferentes formas las relaciones matemáticas presentes en la situación, por ejemplo, entre la cantidad de café recogida y valor pagado.

Momento 2: cuantificación de la variación y matematización

Con la información suministrada registre en las tablas 1 y 2 los valores correspondientes a la cantidad de café recogido y el valor pagado para dos casos de recolección.

Tabla 1: _____

Variable independiente	Variable dependiente

Tabla 2: _____

Variable independiente	Variable dependiente

En las relaciones entre cantidades de magnitud representadas en las tablas, identifique:

- ¿Cómo cambia una cantidad respecto a la otra?
- ¿Qué características tienen las gráficas representadas?

Momento 3: construcción del modelo, uso y validación de modelo

- ¿Cuál sería la expresión más adecuada para calcular el valor del salario diario en relación a la cantidad de café recogido?
- Calcula el valor que se pagará cuando se recogen 6 @ arrobas de café.
- Determinar la cantidad de café que se deben recolectar para ganar 80.000 pesos

Figura 4.30. reflexión sobre la realidad en la tarea: recolección del café para el grado 9.

- Indagar cuál es el valor del salario mínimo mensual y el salario mínimo diario y establecer una conclusión entre el salario de un día de trabajo y la calidad de vida de las personas que se dedican a ese tipo de actividad económica. ¿Bajo qué condiciones sería un buen trabajo?
- ¿Cuál es su propuesta para dignificar el trabajo del recolector?

Fuente. Diseño del profesor Fabio.

La división de la tarea en momentos que convergen con las dimensiones de la competencia matemática modelizar, ofrece la oportunidad de llevar a cabo todo el proceso de modelización. Sin embargo, el hecho de presentar atención a aspectos de la vida misma del recolector, a la autoexploración con la toma de datos directos de los participantes en esta práctica social e integrar prácticas del estudiante, contribuye a la formación de la identidad y a producir conocimiento más allá del conceptual o procedimental; a la posibilidad de leer el mundo, por ejemplo, cuestionar la ausencia de los derechos laborales del recolector de café. En consecuencia, la tarea también se asocia a la autenticidad de valor.

Estos elementos de la autenticidad de valor muestran que el contexto se aleja un poco de problema para pisar terreno del contexto de interacción y el contexto situacional (Valero, 2002). Evidencia de esto es la entrevista que propone el profesor a los actores, el trabajo en grupo para comparar y construir significados compartidos. Pero, además de esto, el contexto situacional está presente en la vinculación de la tarea con las prácticas sociales de su familia y la experiencia del estudiante.

En relación con el proceso de modelización, es posible identificar desde la misma estructura de la tarea que el profesor tiene el propósito de promover el ciclo completo, pero que ha pasado la frontera de lo individual para situarse en la interacción, el diálogo, la exploración y la lectura del mundo, de esta manera la modelización comienza a constituirse en una práctica educativa, es decir en un propósito educativo.

Por otra parte, la tarea fue diseñada para introducir el concepto de variación constante y formalizar los conceptos de función lineal y ecuación lineal. El concepto de ecuación de primer grado es más evidente en el momento tres de la tarea, en el cual deben comprobar su modelo con un caso particular. Al indagar al profesor sobre esto, manifiesta que el tema siguiente es sistemas de ecuaciones lineales. Esta afirmación hace pensar que, aunque el currículo está pensado para fortalecer la movilización de competencias matemáticas (ver Figura 22 en el apartado 4.1.2), en la práctica sigue asociado a una distribución temática.

Estrategias para el diseño

A diferencia del proceso inicial de diseño que consistió en adecuar tareas de los libros de texto a partir de la experiencia de los estudiantes, en esta oportunidad, el proceso de diseño surgió del análisis de las “Prácticas de la comunidad local y sus necesidades educativas (en matemáticas)” (Valero, 2012, p. 19). En esta configuración de la tarea, los profesores identifican un contexto amplio de la economía familiar de la zona relacionado con el cultivo y comercialización del café, pero consienten develar prácticas sociales que tienen lugar en ese contexto, entre ellas todas las vinculadas con su comercialización, por ejemplo, el análisis de la rentabilidad (ver Tabla, 32). Esta práctica para los profesores está asociada con conceptos como el sueldo de un recolector (ver I-8-S2-M2).

Tabla 4.30. *Identificación de prácticas en el contexto del cultivo del café*

Intervención	Participante	Transcripción
I-7-S2-M2	Investigador	Perfecto, siempre nos referimos al cultivo de café, pero ese contexto está conformado por varias prácticas, por ejemplo: el cultivo, la abonada, la cosecha, el procesamiento, entre otras. ¿En qué consisten esas prácticas?

I-8-S2-M2	Profesor Fabio	La cosecha por ejemplo profe, es una práctica muy reconocida en el ambiente cafetero, se paga por arrobas, incluyendo comida o sin incluirla. los recogedores son personas que tienen una gran habilidad porque a mayor número de arrobas mayor será el sueldo, ellos dicen “uno mismo se pone el sueldo”. Aquí ya existe una conexión con las matemáticas.
I-9-S2-M2	Profesora Adriana	Si, por ejemplo: allí pueden emerger relaciones funcionales entre la cantidad de café recogido y el sueldo...ummmmm... también ...mediciones del terreno, pensamiento métrico y pensamiento espacial si levantan un plano.
I-10-S2-M2	Investigador	Listo muy bien, ahora pensemos con qué otras prácticas se conectan.
I-11-S2-M2	Profesor Fabio	Con prácticas de abono del cultivo...puede ser. También allí hay algunas relaciones matemáticas, por ejemplo: la relación entre cantidad de abono y número de plantas, esto se relaciona con el pensamiento variacional.
I-12-S2-M2	Profe Adriana	A ver, puede ser... las prácticas de lavado del café, el descerezado, que a la vez está relacionado con el desperdicio de agua y el tratamiento que tiene el agua antes de salir para el consumo humano, aquí emerge el cuestionamiento de las prácticas de tratamiento del agua.
I-13-S2-M2	Profesor Fabio	Existe la posibilidad de usar la proporcionalidad, pero también está la práctica de compraventa del café, allí se debe tener en cuenta otros aspectos como el precio internacional, el precio nacional, el grado de secado.
I-14-S2-M2	Profe Adriana	Claro Fabio, se puede abordar ecuaciones de equilibrio y ganancia.
I-15-S2-M2	Investigador	Bueno con esto vamos organizando la tarea para el estudiante, lo que leímos en el documento de tipos de tareas.

Fuente. Fragmentos de episodios comité de área.

La expresión “*aquí ya hay una conexión con las matemáticas*” de PF muestra una aproximación a la arqueología matemática, entendiendo que con ella se busca “explicitar el uso que de hecho se da a las matemáticas que se esconden tras las estructuras y rutinas sociales” (Skovsmose, 1999, p. 132). Los profesores, mediante el análisis de prácticas sociales, tienden a comprender la CMM como la posibilidad de leer el mundo y las injusticias que son naturalizadas (Freire, 2004).

El hecho, de presentar las tareas de análisis crítico de las prácticas, hace pensar que el profesor empieza a involucrar en los diseños la sensibilidad con las necesidades de los estudiantes y la participación democrática de los estudiantes en la clase, además de reconocer la importancia de las matemáticas en la sociedad.

Reflexión sobre la implementación del diseño

La reflexión de PF, posterior a la aplicación de la tarea toma como principal aspecto de mejoramiento en el diseño de tareas de modelización, suscitar una conexión mayor con la reflexión sobre las prácticas sociales, así como mayor posibilidad de exploración del contexto externo a la escuela (ver Tabla 33, especialmente la intervención I-19-S4-M2)

Tabla 4.31. *socialización de la tarea aplicada por Fabio.*

intervención	Participante	Transcripción
I-14-S4-M2	Investigador	Fabio por favor cuéntenos su experiencia en la aplicación de la tarea diseñada
I-15-S4-M2	Profesor Fabio	En primer lugar, los estudiantes se sintieron motivados...como les digo... involucrados en una situación que les permitió tomar datos reales como las <i>encuestas</i> como mencionaba Adriana, el uso de las fases de modelización para la formalización del tipo de variación ayudan a despreocuparse de la angustia de la nota.
I-16-S4-M2	Profesora Adriana	Qué otros podemos aspectos encontró para mejorar.
I-17-S4-M2	Profesor Fabio	El diseño y uso de la matriz de evaluación permitió la autonomía de los estudiantes para llevar a cabo las fases del proceso de modelización. Al principio es muy difícil porque no es una práctica habitual, pero la conexión con esos aspectos reales y un buen uso de las preguntas, permite la participación reflexiva del estudiante.
I-18-S4-M2	Investigador	Compañeros ¿qué acuerdos podemos plantear para las próximas clases?
I-19-S4-M2	Profesor Fabio	Yo pensaría que es importante, de acuerdo a nuestros propósitos, que las preguntas de reflexión vayan al inicio y no al final como lo estamos haciendo.
I-20-S4-M2	Profesora Adriana	También, es importante agregar a la matriz de evaluación un espacio para el uso del proceso de modelización. Así como prestar atención a la posibilidad de involucrar al estudiante en la selección de las tareas, en el análisis de las prácticas sociales y de las posibles matemáticas involucradas.

Fuente. Segmentos del comité de área.

Posterior a este encuentro en el comité de área, los profesores decidieron involucrar a los estudiantes en un proceso de interacción más allá del aula, relacionado con el cultivo de café de la institución, del cual nunca participaban los estudiantes por política de la institución al ampararse en su obligación de cuidar la integridad de los estudiantes. Con lo cual, los profesores consolidan una comprensión de la competencia matemática modelizar vinculada con la participación, la

interacción y las prácticas sociales de los estudiantes. Posterior al siguiente análisis de la práctica de diseño de la profesora Adriana, se mostrarán las tareas construidas de forma cooperativa entre los dos profesores.

Adriana

Diseño

La reflexión de PA sobre el diseño anterior la llevó a considerar que debería ahondar en problemáticas reales de la comunidad, en una aproximación a esta idea plantea un problema de palabra que cumple con características de autenticidad de valor, por ejemplo, se puede apreciar que además de la construcción del concepto de proporción el profesor se interesa por promover una actitud reflexiva que el estudiante pueda usar para abordar prácticas de riesgo.

Los sistemas de representación gráfico, tabular y algebraico emergen en el proceso de construcción de conceptos: aparecen vinculados con el uso de la modelización como vehículo para la introducción de conceptos y procedimientos (Julie, 2002), pero también como vehículo para reflexionar sobre las prácticas de las personas (Skovsmose, 1999; Barbosa, 2002). Este último uso de la modelización muestra otra conexión con los proyectos de modelización (Villa-Ochoa et al., 2018). En tanto que es evidente la intención de provocar reflexiones críticas y políticas, aportar al aprendizaje significativo de conceptos y procedimientos, lectura del mundo y el papel del estudiante en él; así mismo, promueve una actuación crítica en la sociedad (Da Silva y Kato, 2012).

Figura 4.31. Tarea enfocada en la construcción de representaciones.

Al iniciar la jornada escolar se observa que la llave del tanque que surte el agua a los baños de las mujeres, presenta un daño y que el agua se está desperdiciando. Ante esta situación los estudiantes deciden recoger el agua y almacenarla en un balde, 2 minutos después se recogieron 8 cm^3 ; al completar una hora han recogido 240 cm^3 : 3 horas más tarde tienen 720 cm^3 . Parece poco, pero de no arreglarse el daño las consecuencias pueden ser graves.

Con la información anterior realice las siguientes actividades:

1. Identifique las cantidades de magnitud y las unidades de magnitud presentes.
2. Complete la siguiente tabla a partir de la información que se presenta al inicio.

Tiempo (h)	1	2		4			12
Cantidad de agua despilfarrada (cm^3)	240		720	960			

3. Elabore una gráfica en el plano cartesiano con la información de la tabla del punto anterior.
4. De acuerdo con la gráfica obtenida indique la relación entre las cantidades de magnitud.
5. Encuentre la constante de cambio que modela la situación de cambio.
6. Si se deja un fin de semana sin arreglar la llave ¿cuánto es volumen de agua desperdiciada?
7. Revise el proceso de construcción de sus modelos para ajustarlos de ser necesario.
8. ¿Qué reflexión puede compartir de la situación de desperdicio de agua en la institución? ¿qué implicaciones tiene en la vida institucional? ¿cómo es la realidad de desperdicio de agua en el municipio, vereda, barrio o incluso a nivel nacional?
9. Argumente su posición sobre la frase: el despilfarro del agua potable es una violación de los derechos humanos.
10. Qué acciones sugiere usted para mitigar el despilfarro de agua en las diferentes prácticas en las que participa.

Fuente: Segunda parte de la tarea: recolección de café. Diseño de la profesora Adriana.

En el marco del uso de contexto situacional, la profesora intenta poner al estudiante en una posición de cómplice por el despilfarro del agua (ver Figura 45), nótese como, más allá de introducir un concepto ve la necesidad implicar la acción de un sujeto político, de vincularlo con el análisis de “redes más amplias de acción social” (Valero, 2002, p. 52).

Estrategia de diseño

La tarea presentada en la Figura 45, al igual que las anteriores, fueron construidas pensando en promover el paso por todas las dimensiones de la competencia matemática modelizar, aunque no tiene la estructura de estas dimensiones como la tarea “recolección del café” propuesta por PF, la profesora uso esta estructura para su construcción. Sin embargo, la estrategia usada por la profesora fue diseccionar las prácticas sociales en un acercamiento a la arqueología matemática (Skovsmose, 1999), tal como se había acordado en reunión de área (ver Tabla 32)

Tabla 4.32. Socialización de las tareas "desperdicio de agua" construida por Adriana.

Intervención	Participante	Transcripción
I-15-S3-M2	Investigador	a ver Adriana cuéntenos sobre su diseño
I-16-S3-M2	Profesora Adriana	siguiendo con la temática del grado séptimo aparece la proporción, así que planea la situación pensando también en una realidad que aqueja a la institución es el mal servicio de acueducto y continuo desperdicio de agua porque los niños dañan las llaves.
I-17-S3-M2	Profesora Adriana	Por eso, organicé una tarea auténtica partiendo de la idea de desperdicio del agua, adecuados a cada fase del proceso de modelización y al finalizar introduce un aspecto reflexivo a partir del desperdicio real del agua en la comunidad.
I-18-S3-M2	Investigador	¿Qué bien profe, con qué fin usó esta vez el proceso de modelización?
I-19-S3-M2	Profesora Adriana	En mi caso hago uso de las representaciones para que los estudiantes visualicen de diferentes formas la información y realicen sus propias interpretaciones. En este trabajo los estudiantes van descubriendo que el problema planteado a pesar de ser hipotético tiene una vinculación muy cercana con la realidad de sus contextos.
I-20-S3-M2	Profesor Fabio	Profe Adriana, cuéntenos qué preguntas les planteó a los estudiantes.
I-21-S3-M2	Profesora Adriana	Como pueden ver, en las tablas que usamos para el diseño de las tareas de acuerdo a la fase de la modelización las incorporamos en la fase de la evaluación del modelo. Allí, además de hacer una revisión interna de la matematización relacionada con la proporcionalidad se le solicita al estudiante que reflexione sobre la práctica de riesgo de desperdicio de agua.
I-22-S3-M2	Profesor Fabio	Por ejemplo, qué preguntas les hace a los estudiantes.
I-23-S3-M2	Profesora Adriana	Mira Fabio, [señalando el instrumento de construcción] por ejemplo, <i>¿qué implicaciones tiene en la vida institucional? ¿cómo es la realidad de desperdicio de agua en el municipio, vereda, barrio o incluso a nivel nacional?</i>
I-24-S3-M2	Investigador	Profesora Adriana, esa pregunta ¿Cuál es el papel de la competencia de modelización?
I-25-S3-M2	Profesora Adriana	Dermin, la idea con esas preguntas es que los estudiantes generen un concepto, pero también generen participación activa en asuntos de relevancia social
I-26-S3-M2	Profesor Fabio Profesor Adriana	Adriana qué quiere decir con relevancia social Acuérdese de lo que leímos en los documentos de Valero, es necesario considerar otros aspectos en la enseñanza de las matemáticas, por ejemplo, la posibilidad de cuestionar su propia práctica y la de otros o también el uso de las matemáticas en la sociedad.
I-27-S3-M2	Profesor Fabio	mmm...eso es interesante, aunque los procesos de aprendizaje en los estudiantes son lentos sobre estos asuntos críticos.
I-28-S3-M2	Profesora Adriana	Estoy de acuerdo profesor Fabio, pero son aspectos que no han sido considerados en el aula de clase, pero que viendo un recorrido en el tiempo la educación ha reconocido la necesidad de una formación crítica.

Fuente. Reflexión sobre la implementación del diseño de PA y PF.

Una de las reflexiones sobre los diseños fue dar mayor relevancia a las preguntas que promueven un análisis crítico de prácticas sociales, sin embargo, otra preocupación de PA es “prestar atención a la posibilidad de involucrar al estudiante en la selección de las tareas, en el análisis de las prácticas sociales y de las posibles matemáticas involucradas” (I-20-S4-M2).

Conforme a las nuevas preocupaciones de los profesores las tareas “recolección del café” y “desperdicio de agua” fueron la antesala a nuevos diseños que configuran nuevas comprensiones de la competencia matemática modelizar centrada en la participación y el diálogo en el aula, en este sentido, los profesores sintieron la necesidad de extender las fronteras del aula a toda la institución. De otra parte, una práctica mancomunada de diseño, desplazó el centro de los contenidos al análisis de las prácticas. Estas reflexiones, como se apreciar en las siguientes tareas, dieron la posibilidad de participar en situaciones no matemáticas de su comunidad a partir de la construcción de modelos matemáticos.

Diseño del profesor Fabio

La tarea que se presenta a continuación cumple con los propósitos de un problema de palabras con autenticidad de valor, pero se transforma en proyecto debido al tiempo y la diversidad de acciones en las que deben implicarse los estudiantes.

Figura 4.32. Enunciados verbales auténticos de valor

Periodo: 3
Grado: Décimo
Tarea: Densidad de siembra
Estándar: Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

Densidad de siembra

La principal fuente de ingreso de la vereda El Socorro del Municipio del Pital es el cultivo del café. Este cultivo requiere de ciertas condiciones indispensables para obtener un buen resultado. La Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro posee un terreno para la siembra de café con propósitos pedagógicos. Sin embargo, no se tiene registro de los límites y dimensiones del terreno. Su tarea es presentar un croquis que muestre las dimensiones reales del terreno, así como indagar si las condiciones del terreno son favorables para el proceso de comercialización, las cuales se resumen en la siguiente pregunta:

¿La Densidad de Siembra del Cultivo de Café con el que Cuenta la Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro, son los Apropriados para Obtener una Producción Optima?

Orientaciones: Para esta actividad los estudiantes pueden trabajar en grupo de tres, vincular a sus padres o familiares. Además, cuenta con cuatro sesiones de trabajo de dos horas y una rúbrica de evaluación que le permitirá ubicar sus acciones de aprendizaje y nivel de competencia matemática.

A.1. Consulte con dos caficultores de la vereda la densidad de siembra por hectárea, el clima más adecuado, cómo se cosecha y se comercializa; para ello haga uso de las representaciones.

1. Haga un dibujo del terreno usando una representación geométrica.
2. Relacione el número de plantas y la cantidad de surcos por hectáreas.

A.2. Formule 5 preguntas en relación con las prácticas de siembra, recolección y comercialización del café para entrevistar al funcionario del comité.

B. En comparación con los datos teóricos de la densidad de siembra decida si ésta es la adecuada en el terreno de la institución. Además, identifique si la venta del café producido ha generado ganancias o pérdidas.

C. De acuerdo a las comparaciones mencionadas anteriormente, elabore una carta a la rectora de la institución educativa indicando las recomendaciones que debe tomar respecto al cultivo del café.

Fuente. Tarea: Densidad de siembra diseño conjunto.

Esta tarea fue diseñada de forma participativa entre los profesores con algunas modificaciones que son argumentadas en términos del grado de escolaridad de los estudiantes y de los conceptos que pretenden introducir los profesores (ver Tabla 35). Mientras que PA considera importante introducir el concepto de proporcionalidad, PF considera que la situación se ajusta a los teoremas de seno y coseno (ver Figuras 4.33 y 4.34).

Figura 4.33. Tarea de enunciados verbales auténticos de valor.

¿Habrà una próxima cosecha?

La principal fuente de ingresos de la población de la vereda del Socorro del Municipio del Pital es el cultivo de productos agrícolas como el Café. Este cultivo requiere de ciertas condiciones indispensables para obtener una buena cosecha y más para obtener ganancia en lugar de pérdida. La Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro posee un terreno para la siembra de café con propósitos pedagógicos, Sin embargo, no se tiene registro de los límites y dimensiones del terreno. Su tarea es presentar un croquis que muestre las dimensiones reales del terreno, así como indagar si las condiciones del terreno son favorables para el proceso de comercialización. Sus informes se tendrán en cuenta para tomar decisiones respecto al cultivo actual.

Orientaciones: Para esta actividad los estudiantes pueden trabajar en grupo de tres, vincular a sus padres o familiares. Además, cuenta con cuatro sesiones de trabajo de dos horas y una rúbrica de evaluación que le permitirá ubicar sus acciones de aprendizaje y nivel de competencia matemática.

A.1. Consulte con dos caficultores de la vereda la densidad de siembra por hectárea, el clima más adecuado, cómo se cosecha y se comercializa; para ello haga uso de las siguientes representaciones,

1. Haga un dibujo del terreno usando una representación geométrica.
2. Relacione el número de plantas y la cantidad de surcos por hectáreas.
3. Determine la cantidad de abono expresada en gramos o kilogramos para el número de plantas sembradas por hectárea (tenga en cuenta las cantidades de magnitud que intervengan en la situación).
4. Indague si la práctica de beneficio del café influye en el proceso de comercialización.
5. Compare el precio de venta y ganancia cuando el café se vende seco o verde.

A.2. El profesor invita a un funcionario del comité de cafeteros a una entrevista para dar a conocer aspectos relacionados con la práctica de siembra, recolección y comercialización del café, formule 5 preguntas en relación con la situación para realizarla al profesional.

B. Exprese las relaciones entre las magnitudes del punto anterior. Establezca relaciones entre ellas, así como los tipos de proporcionalidad.

De acuerdo a las comparaciones mencionadas anteriormente, elabore una carta a la rectora indicando las recomendaciones que debe tomar respecto al cultivo del café.

Fuente. Tarea: ¿Habrà una nueva cosecha? diseño conjunto con cierta variación para el grado 7.

Estas tareas, están en conexión con la perspectiva crítica de la modelización, ubican su atención en la participación activa de los estudiantes, una participación democrática en términos de los roles que cumplen los estudiantes en los grupos de trabajo. Existe también una conexión con la extensión social del contexto, reconoce el papel de las matemáticas en la sociedad y en la toma de decisiones que impactan la cotidianidad, en este caso la cotidianidad escolar (Da Silva y Kato, 2012). En el desarrollo de esta participación democrática los estudiantes tienen la oportunidad de hacer escuchar su voz en la toma de decisiones institucionales consensuadas. Más aún, esta forma

de promover la competencia modelizar se fundamenta en ideas matemáticas poderosas culturalmente ya que conecta con las necesidades del estudiante en ambientes propios que develan comprensiones del mundo (Skovsmose y Valero, 2012).

Por otra parte, hay dos aspectos que limitan la participación ciudadana de los estudiantes, uno tiene que ver con la extensión de la acción de la escuela a la misma comunidad, difuminar las fronteras de la escuela. Por otra parte, el deseo por el control de los contenidos que emergen en la actividad de modelización.

Estrategia de diseño

Tabla 4.33. *Estrategias de diseño usada en las tareas del "lote de café".*

Intervención	Participante	Transcripción
I-16-S2-M3	Profesora Adriana	Continuando con lo que iba, compañeros, la institución cuenta con unos espacios que pueden ser significativos para lo que buscamos. He estado pensando que hay un lote con café, yo particularmente no conozco mucho, pero pueden ser vistos como ambientes de aprendizaje no sé si existe el termino, pero me parece como un nicho de aprendizaje porque es un terreno tan rico en ecosistemas que pueden convivir muchas prácticas de enseñanza, incluso interdisciplinariedad.
I-17-S2-M3	Investigador	<p>Recuerde Fabio, que también existe la otra parte, las exigencias de la misión y visión de la institución, que están más orientadas al ejercicio de la ciudadanía y a proporcionar condiciones para la vida del estudiante. Como leímos en los documentos de Valero el contexto puede ser usado de forma que permita usar los valores democráticos; pero esto requiere reconocernos como otro tipo de sujetos, como sujetos políticos. Lamentablemente ni nosotros somos capaces de reconocer esta realidad.</p> <p>Bueno compañeros, las lecturas han permitido activar nuestras reflexiones, entonces ¿qué podemos ir afinando? ¿cómo sería una propuesta sobre las nuevas oportunidades de aprendizaje? arriesguémonos a otras formas de planeación a otro tipo de intención con lo que proponemos, compañeros arriesguémonos a generar otras oportunidades de aprendizaje para los niños y niñas.</p>
I- 18-S2-M3	Profesor Fabio	<p>¿Qué aspectos debemos involucrar en los planes para consolidar una propuesta?</p> <p>Una nueva lectura de los estándares de competencias muestra los aspectos de los que habla la doctora Valero relacionados con los contextos de interacción en un aprendizaje más social que permita la construcción de significados matemáticos socialmente compartidos en interacción con los compañeros. Incluso habla de la competencia crítica en matemáticas, deberíamos empezar por incluir estos aspectos. ¿cómo sería esto? ¿cómo lo llevamos a nuestros planes? ¿qué características deben tener? ¿qué enfoque deben tener las competencias matemáticas y en especial las competencias de construir modelos matemáticos? dadas las potencialidades que ofrece en la ruta de transformación de nuestras prácticas educativas.</p>

I-19-S2-M3	Investigador	Pues profes, hagamos un intento de formular situaciones con ese terreno de café, podríamos transversalizar entre grados y ver los diferentes acercamientos de los estudiantes.
I-20-S2-M3	Profesora Adriana	Qué tal si pensamos, en una situación que conecta varios aspectos de la vida de los estudiantes, por ejemplo, la economía familiar, en este caso la siembra y recolección de café. Se está presentando un caso en la institución tenemos un lote con café y lo quieren tumbar. Sería interesante que se realice un estudio y que ellos decidan con modelos matemáticos si es factible socar [podar], renovar o redistribuir el sembrado. Es sencillo, pero los estudiantes tienen que tomar datos reales, usar muchas representaciones y llegar a un modelo matemático que le permita argumentar ante la rectora la mejor decisión.
I-21-S2-M3	Profesor Fabio	Listo Adriana, podemos tocar el tema de la densidad de siembra que ofrece información relevante para decidir sobre el futuro del lote del café, podemos invitar expertos por ejemplo del comité de cafeteros o gente de la región experta en la siembra y cosecha del café; también, se puede llevar a los estudiantes a hacer medidas y tomas de datos. Mi intención es que aflore también el uso de las matemáticas para decidir, enmarcadas en el uso de los teoremas del seno y del coseno, aunque reconozco que será imposible no trabajar otros objetos matemáticos (áreas, perímetros, unidades de media, estrategias para calcular el área). Pero también, que reconozcan el impacto de este uso de las matemáticas y los modelos en las decisiones que toman. El impacto en la economía familiar, por ejemplo, viendo la institución como esa familia con la que se comparte cada día. Es más, develar ciertas prácticas de riesgo para la economía familiar, el ambiente y la vida.
I-22-S2-M3	Investigador	Bueno profesores, estamos en un momento de reconocimiento de las oportunidades de cambio de nuestras prácticas, nos estamos arriesgando en concretar formas de cambio, concretemos las formas de presentar esta situación.
I-23-S2-M3	Profesora Adriana	yo comprendo lo que dice Fabio de formular situaciones más abiertas para que los estudiantes exploren formas de acercamiento, pero con los niños de séptimo por ejemplo debo apoyar más el proceso de modelización, tal vez un poco más esquemática en el diseño, con más requerimientos asociados a las fases de la modelización. Sin embargo, debo, también permitir que los estudiantes tengan lazos de cooperación, de diálogo, que concierten lo que van a hacer, lo que van aprendiendo. Y por supuesto la relación con miembros de la comunidad y con prácticas socioculturales en las que están involucrados.

Fuente. Fragmento de reunión comité de área.

En la Tabla 35, es posible identificar una relación imbricada entre cartografía social (Barragán y Amador, 2014) y la arqueología matemática (Skovsmose, 1999). Los profesores, por una parte, construyen un mapa de la institución para develar ambientes significativos para la modelización, esto se traduce en identificar situaciones en las que exista el uso de las matemáticas y que implique la participación crítica de los estudiantes. La justificación de involucrar la cartografía radica en el deseo de combatir el silencio crítico (Grundy, 1994), es decir, hacer frente a la dificultad de ver prácticas de riesgo, hegemonías, injusticias o ideologías de sometimiento.

La arqueología matemática por su parte, contribuye a la actividad de ver las matemáticas en uso, pero también a la construcción social de significados matemáticos, en palabras de Skovsmose (1999), “Las matemáticas tienen que reconocerse y hay que darles un nombre” (p. 133). En este sentido, los profesores cuestionan las formas de ofrecer la oportunidad de reconstruirlas.

Estas dos posibilidades de diseño convergen en la etapa de problematización en la cartografía, PA y PF exponen a manera de crítica que el terreno de la institución sembrado con café, puede convertirse en un nicho pedagógico, es decir en un espacio de múltiples ambientes de aprendizaje, pero necesitan identificar las posibles arqueologías matemáticas. Cada uno las encuentra teniendo en cuenta el grado de escolaridad, Fabio en el grado décimo y Adriana con niños de grado séptimo. Sin embargo, ambos involucran a los estudiantes con la problemática de arrancar todo el sembrado y los invitan a dar su opinión sobre el tema, aspecto que controlaba la administración.

Reflexión sobre la implementación de los diseños

En las intervenciones de la Tabla 36, es posible ver la concientización de los profesores sobre los desplazamientos en la práctica de diseño, pero advierten también, sobre aspectos relacionados con la alfabetización política (Freire, 2004), como la formación de un discurso que le permita participar cotidianamente en la transformación de prácticas, no cuando termine un nivel escolar determinado.

Tabla 4.34. Reflexión sobre el proceso implementación de las tareas sobre el terreno con café.

Intervención	Participante	Transcripción
I- 10-S4-M3	Investigador	Después de esto, ¿cómo se sintieron con este proceso? ¿Quién desea empezar?
I- 11-S4-M3	Profesor Fabio	Muy bien profe, ha sido muy valioso para mí ver cómo los estudiantes han desplegado casi todas las fases del proceso de modelización, como la situación planteada además de ser auténtica en el sentido que no fue sacada de ningún lugar, libro o artículo, aunque sí inspirado en ellos. Por ejemplo, Los documentos leídos de la doctora de Paola Valero [de carne y Hueso; las matemáticas como una red de prácticas socioculturales; lo político en educación matemáticas]. Ayudaron a ir clarificando aspectos del estudiante como sujeto que no se habían considerado, yo no había considerado nunca. La verdad me sorprende el giro que he dado en términos de mi práctica de diseño. He pasado de una adecuación de un ejercicio a un planteamiento auténtico, es algo gratificante, pero emerge algo más y es ¿cómo sostenemos esto en el tiempo?
I-12-S4-M3	Profesora Adriana	Ya hemos comprobado su importancia en el currículo. Al menos profes, que se resalte unas características democráticas asociadas a la noción de competencias matemática con esta perspectiva crítica, esto sería significativo para nuestro currículo. Es más, es necesario Dermin que esto sea socializado con los profesores en pleno porque si todos en la institución cambiamos a esa dirección política-social el currículo podría satisfacer esas necesidades del estudiante como ciudadano.
I- 13-S4-M3	Investigador	¿Cuáles serán esas necesidades?
I- 14-S4-M3	Profesor Fabio	Profe defender sus derechos con argumentos, tomar parte de las decisiones de su gobierno, de las decisiones institucionales, de las decisiones en el aula respecto a las necesidades y oportunidades de aprendizaje.
I- 15-S4-M3	Profesora Adriana	También es una necesidad aprender a reconocer las prácticas de riesgo, mediante el uso de herramientas discursivas, que en el momento no se cuales, pero se necesitan para que emprendan ese empoderamiento, como menciona Fabio.
I- 16 -S4-M3	Investigador	Nuevamente, ¿creen que hace falta?
I- 17-S4-M3	Profesor Fabio	Sabe que si profe, yo siento que hace falta un grado más alto de participación del estudiante en la construcción o mejor en la selección de la situación a abordar con la modelización y esto que propone Adriana resulta muy importante, es algo que debemos comprender en el proceso de formación.
I- 18-S4-M3	Investigador	Como así Fabio y Adriana
I- 19-S4-M3	Profesora Adriana	Profe nos referimos, que hasta el momento nosotros hemos buscado la situación, el ambiente, el nicho como llamo Fabio este ambiente constituido por las interacciones ambientales, económicas y pedagógicas del terreno cultivado con café. Sin embargo, profe, ¿cómo sería? la participación del estudiante tomando parte en la selección de la práctica, pero no cualquier práctica una práctica que lo involucre más allá del aula.
I-20-S4-M3	Profesor Fabio	Si necesitamos, una estrategia.
I-22-S4-M3	Profesor Fabio	Totalmente de acuerdo compañeros, esto si estaría de acuerdo con ese aspecto que reclama el Proyecto Educativo Institucional " <i>formar ciudadanos reflexivos y críticos</i> "

Fuente. Fragmento de dialogo en el comité de área.

Concluyen, en este sentido, indagar sobre una estrategia en la que los estudiantes tengan la posibilidad de participar junto con el profesor como iguales en la práctica de diseñar. Más allá, de esto, los profesores buscan impulsar, potenciar y suscitar el ejercicio de los valores democráticos enraizados en la crítica y la formación de un discurso político para participar como ciudadano.

En síntesis, la nueva comprensión de la competencia matemática fue más allá del dominio del proceso de modelización para resolver problemas contextualizados. Esta es más bien, comprendida como la posibilidad reflexionar, leer el mundo e interactuar en él.

4.2.3 Significado 3: La competencia matemática modelizar sociocrítica

En la construcción del significado de la competencia matemática modelizar, los profesores en su práctica de diseño hacen evidente la superación de ciertas barreras que impedían enfocar su movilización en la formación para la democracia. Esto tiene que ver con difuminar las relaciones de poder en el aula, extender los alcances de la escuela y posibilitar la participación ciudadana. En este análisis, la estrategia de diseño juega un papel protagónico ya que no interviene únicamente el profesor, él es solo un participante en este proceso.

Estrategias de diseño

La estrategia de diseño consistió en empoderar al estudiante como sujeto político para identificar prácticas de riesgo en su comunidad (Valero, 2002; Valero et al., 2015). El empoderamiento consistió en construir la cartografía social para identificar prácticas sociales de riesgo. Posteriormente, ellos, los estudiantes, debían develar las matemáticas necesarias para enfrentar la práctica, es decir sacarla a la luz y tomar decisiones que contribuyeran a transformarla. Este hecho, supera la idea de ser sensible con las necesidades del sujeto político (Skovsmose y Valero, 2012), para apoyar mejor, la formación de la propia sensibilidad del sujeto frente a las

prácticas en las que participa y las consecuencias que estas traen, ya sea local o globalmente. En otras palabras, la cartografía social contribuyó a hacer consciente al sujeto político de sus necesidades y responsabilidades con la sociedad.

Las características enunciadas devinieron en un diseño emergente múltiple porque cada grupo conformado encontró problemas diferentes. En el grado once, un grupo planteó la problemática de suicidio de niñas estudiantes, en el periodo escolar no en vacaciones. Otro grupo, sintió indignación con prácticas de corrupción en el municipio considerando particularmente que se debería indagar cual era la dinámica de los impuestos. En el grado séptimo con la profesora Adriana, los grupos reflexionaron sobre la poca rentabilidad del cultivo de café y la búsqueda de factores que incidían en ello. De esta manera un grupo reflexionó sobre los insumos y el impacto ambiental, otro sobre las políticas de préstamos bancarios para caficultores y otro sobre propuestas alternativas.

En cada una de estas problemáticas identificadas los estudiantes generaron un proceso de indagación del cual surgen la antropología matemática dejando ver tanto, las matemáticas que podrían usar para comprender las prácticas involucradas para formular acuerdo sobre las acciones de transformación. En conjunto, cartografía y arqueología condujeron a identificar el abandono de las administraciones a las poblaciones menos favorecidas, las más pobres.

El diseño en el grado undécimo

La estrategia de diseño suscitó nuevos ambientes de aprendizaje, cada uno relacionado con ubicaciones geográficas locales diferentes. Un grupo identificó el intento de suicidio y el suicidio en niñas del colegio. Otro grupo se preocupó en primera instancia por las vías de la población, pero al profundizar en los responsables cuestionaron el uso de los impuestos.

Elección de la problemática

Posterior a la construcción del mapa, por grupo, los estudiantes enfocaron la mirada en lugares diferentes, por tanto, identificaron problemas diferentes, en la Tabla 37 se presentan los diálogos entre el profesor y los grupos de estudiantes donde se presentan tres casos.

Tabla 4.35. *Elaboración de la problemática.*

Intervención	Participante	Transcripción
I-1- GC 3-M4	Profesor Fabio	Bueno como les fue con sus cartografías, las llevaron a feliz término.
I-2- GC 3-M4		Claro profe, muy interesante
I-3- GC 3-M4	Fabio	que encontraron?
I-4- GC 3-M4	Estudiante 2 grupo 2	Nosotros nos ubicamos en la institución, encontramos profe varias cosas. Laboratorios sin materiales para usarlos, construcciones sin terminar, falta de veeduría en las obras que contratan para la institución. Pero nos llamó mucho la atención, la situación de suicidio en adolescentes.
I-5- GC 3-M4	Estudiante 1 grupo 1	Profe nuestro grupo tuvo en cuenta la parte rural, donde vivimos, relacionando la situación económica del país, o sea profe la corrupción que nos tiene así.
I-6- GC 3-M4	Fabio	¿Por qué dicen eso?
I-7- GC 3-M4	Estudiante 2 grupo 1	Profe un caso que identificamos fue el mal estado de las vías, los políticos prometen que las van a arreglar, pero nunca sucede, entonces pensamos ¿en qué se invierten los impuestos? Creemos que deberíamos preguntar en la alcaldía que hacen esa plata, los impuestos prediales, las cosechas, el IVA, mientras todo sigue igual.
I-8- GC 3-M4	Estudiante 2 grupo 3	Profe Fabio, nuestro grupo se ubicó entre el colegio y el pueblo.
I-9- GC 3-M4	Fabio	¿Cómo así?
I-10- GC 3-M4	Estudiante 2 grupo 3	Si profe, en ¿por qué los estudiantes no valoran el estudio? Resulta que en el pueblo hay Xbox los estudiantes de todos los grados mantienen allí, algunos se evaden de clases, otros no vuelven porque no quieren o porque les toca trabajar.
I-11- GC 3-M4	Fabio	¿según ustedes en qué consiste esa problemática?
I-12- GC 3-M4	Estudiante 1 grupo 3	Profe, nosotros consideramos que el gobierno no invierte lo necesario, pero profe y por otro el colegio es muy aburrido a veces. Matemáticas es muy difícil, ahora estamos con estas actividades, pero hasta cuando, sociales escriba y escriba de la cartilla.

I-13- GC 3-M4	Fabio	Bueno, han realizado un trabajo excelente, ahora ustedes jóvenes, según los pasos de la cartografía que les mostré, tienen que construir un plan para contribuir a transformar a darle la vuelta a esas prácticas.
---------------	-------	--

Fuente. Fragmentos gestión de aula PF.

Esta lectura del mundo empoderó a los estudiantes para emprender la construcción de un discurso político que vence la posición neutral y acrítica que normalmente es concentrada en el proceso de matematización, como se dilucidó en otros momentos de la investigación y en otras comprensiones de la CMM. Las ideas matemáticas son poderosas en una faceta cultural porque se concentra en las condiciones de vida de las personas, los estudiantes, la comunidad (Skovsmose y Valero, 2012). En tal empoderamiento, es palpable el abandono reflejado en expresiones de pobreza, corrupción, desesperanza y ausencia de sensibilidad con la cultura y necesidades del estudiante.

Acuerdos de transformación

Tabla 4.36. *Acuerdos de transformación*

Intervención	Participante	Transcripción
	Profesor Fabio	Cuéntenme cómo va el trabajo de ustedes.
	Estudiante grupo 2	2 Profe, nuestro grupo organizó el trabajo de la siguiente manera: 1. indagar escalas o test de actitudes suicidas. 2. Elaboración de una encuesta a partir de los test (para aplicar a estudiantes y padres de familia). 2. Aplicación de la encuesta. 3. Análisis de la encuesta. 4. Toma de decisiones.
	Profesor Fabio	Los felicito, chicos, muy interesante la organización del trabajo. ¿Con base en que van a formular las preguntas? ¿Cómo piensan hacer el análisis de la encuesta?
	Estudiante grupo 2	1 Profe nosotros encontramos documentos en internet que hablan de muchos factores que intervienen en la conducta suicida: la economía, factores geográficos, abuso de sustancias, depresión, enfermedades psicológicas, trastornos alimenticios, hasta factores genéticos. También profe encontramos estadísticas del ministerio de salud son preocupante profe, no sabíamos esto, que el mayor riesgo de suicidio está en la población adolescente entre 15 y 19 años.
	Estudiante grupo 2	3 Entonces a partir de allí vamos a generar una encuesta, pero la vamos a aplicar en la institución solo a niñas de los grados sexto a noveno que es donde se han presentado los casos.
	Estudiante grupo 2	1 Profe es ahí donde necesitamos de su apoyo porque hemos trabajado algunas cosas de estadística, pero no tenemos claridad en cómo hacer ese análisis.
	Profesor Fabio	Listo no hay problema, pero tengan en cuenta que la encuesta sea corta para que las niñas respondan de forma natural. ¿Recuerden que no debe llevar el nombre del encuestado, pero tengo otra pregunta a que se refieren ustedes con la toma de decisiones?
	Estudiante grupo 2	3 Profe, parte de esta problemática es que la institución no cuenta con una psicóloga y nosotros hemos visto que otros colegios si la tienen. Entonces con estos datos exponemos la problemática y solicitamos ante la rectora que gestione el nombramiento de una psicóloga.

Estudiante 4 Pero también pensamos que se puede presentar un video, hablamos con mi hermana que es grupo 2 psicóloga y ella nos puede enviar un video sobre este tema.
Profesor Fabio En la próxima clase continuamos con el trabajo. Observo que han hecho buen trabajo de grupo.

Fuente. Fragmentos de gestión de aula PF.

Los estudiantes hacen visible la formación de un discurso que involucra la participación en temas de justicia social a partir del análisis de datos estadísticos, esto quiere decir que emerge la *arqueología matemática*, en el sentido que ellas parecen ocultas en la práctica del suicidio pero al argumentar porque deben escoger un rango determinado de edad basado en análisis estadísticos y test psicométricos pasan de un comentario superficial a dar sentido a las matemáticas en uso que a la vez se convierten en herramienta para reclamar sus derechos. Además de esto, las lecturas de estos análisis les permitió formular una encuesta consistente con características relevantes para identificar a lo menos ideas suicidas como insumo y argumentos de sus acciones de transformación (ver figura 4.2.11).

Figura 4.34. Participación democrática de los estudiantes en el diseño.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL SOCORRO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
GRADO 11

GRUPO 2: TEMA: SUICIDIO

Las siguientes preguntas están orientadas a identificar probabilidades de riesgo o tendencia al suicidio, en el marco de un estudio en el área de matemáticas. Le rogamos el favor de responder de forma sincera.

Género: M ___ F ___ Otro ___
Rango de edad 8 a 12 años ___ B. 13 a 18 años ___ C. 19 a 30 años D. 31 años en adelante ___

1. ¿Alguna vez ha tenido pensamientos suicidas? Sí ___ No ___
2. ¿Ha tenido frecuentemente sentimientos de depresivos? Sí ___ No ___
3. ¿Abusa del consumo de sustancias psicoactivas? Sí ___ No ___
4. ¿Cuál sería la causa por la que optaría quitarse la vida?
A. Crisis económica ___ B. Pérdida de empleo ___ C. Ruptura amorosa ___ D. Perdida de un ser querido ___
5. ¿Si tuviera una enfermedad crónica y/o discapacidad optaría por quitarse la vida? Sí ___ No ___
6. Ha experimentado alguna vivencia con respecto a una o varias de estas situaciones:
Conflictos, Desastres, Violencia, abusos, pérdidas y sensación de aislamientos. Sí ___ No ___
7. ¿se ha sentido discriminado por pertenecer a alguno de estos grupos?
Comunidades indígenas, desplazados, LGTBI (lesbianas, Gay, bisexuales, intersexuales) Sí ___ No ___

Fuente. Encuesta diseñada por el grupo 2.

La conjunción entre la cartografía y la arqueología matemática condujeron además a la configuración del significado de la competencia matemática modelizar crítica, en primer lugar, la identificación de las prácticas de riesgo que se realiza en los grupos de estudiantes, implicó la difuminación del poder tomado a manos de profesor, en su lugar los estudiantes tomas decisiones sobre que problemáticas sociales son más relevantes para ellos, los procesos de matematización, trabajo matemático, interpretación, validación, comunicación, participación comunitaria, también son decididos por el estudiante. El profesor en este caso es uno que forma parte del grupo, con un nivel de experticia puesto a disposición de una empresa, en el sentido de Wenger (1991).

Figura 4.35. Trabajo matemático emergente.

The image shows a student's work on a grid. On the left, there is a table with columns labeled 'Rango Edad' and rows numbered 1 to 20. The table contains handwritten numbers, likely representing data points or counts. To the right of the table, there are several handwritten mathematical equations and calculations:

$$\frac{19}{20} = \frac{x}{100}$$

$$(19 \cdot 100) = x \cdot 20$$

$$\frac{1900}{20} = x$$

$$x = 95$$

$$\rightarrow x = \frac{70}{100} = 70\%$$

Fuente. Cuaderno de trabajo del estudiante.

El sujeto político usa tanto la cartografía como la modelización en forma de insumos para develar prácticas de riesgo, en este sentido la modelización constituye una arqueología, pero también una herramienta para plantear acciones de transformación. En la Figura 4.2.12, los estudiantes del grupo 2 señalan un caso potencial de ideación suicida (Guía de práctica clínica, 2017), este hecho impacta directamente la vida de los participantes de la comunidad educativa y más allá de resolver un problema dando una respuesta numérica. También sobrepasa la interpretación y comprensión de las prácticas sociales, el centro se ubica en la participación ciudadana desde la acción educativa in situ, de ahora, no para después. La comunidad naciente del aula no deja para mañana, empodera al estudiante para que sea crítico, justo, acogedor, sensible a las necesidades del otro, en el ámbito que se encuentre. Esto claramente instala la acción compartida del diseño en una visión de la competencia matemática modelizar crítica.

La tarea en el grado séptimo

Estrategia para el diseño

La cartografía, tal como fue acordada con el profesor Fabio constituyó una herramienta con la cual los estudiantes dilucidaron problemáticas o prácticas de riesgo. Diferente a la dinámica del grado undécimo que fueron construidos diferentes mapas con diversos riesgos sociales, en el grado séptimo, estudiantes y profesora construyeron una cartografía común a partir de la cual se distribuyeron las problemáticas. Posterior a la explicación de la profesora, en la Tabla 39 se identificaron problemáticas tal como se evidencia en el diálogo de los estudiantes.

Tabla 4.37. *Problemáticas identificadas con la implementación de la cartografía en grado séptimo.*

Intervención	Participante	Transcripción
I-10	Estudiante 1 grupo 6	Las problemáticas identificadas mediante la cartografía son: alto costo de los fertilizantes, la sequía afecta la maduración del grano, la calidad del terreno,
I-11	Estudiante 2 grupo 6	Otro aspecto, el precio en el momento de la venta es un factor que afecta.

Fuente. Fragmentos de dialogo estudiantes.

Sin embargo, los estudiantes decidieron abordar una sola pregunta relacionada con costos de producción y comercialización de cultivos aptos para el clima de la vereda el Socorro. Para la problemática abordada los estudiantes iniciaron un proceso de indagación a familiares o personas de la comunidad, identificaron aspectos de la matemática que permitieron develar acciones para emprender tareas de transformación.

Elección de la problemática

Algunos grupos de trabajo reflexionaron sobre el alto costo de los insumos, el impacto ambiental, las políticas de préstamos bancarios para caficultores y el precio de venta del café. Otros analizaron propuestas alternativas al cultivo del café como se evidencia en la Tabla 41.

Tabla 4.38. *Identificación de problemáticas relacionadas con el cultivo del café.*

Intervención	Participante	Transcripción
I-10	Estudiante 1 grupo 6	Entonces las problemáticas identificadas en el mapa son: alto costo de los fertilizantes, la calidad del terreno donde se siembra.
I-11	Estudiante 2 grupo 6	como la mayoría de las familias cultivan café las problemáticas que se identificaron son: el precio en el momento de la venta, insumos costosos, intereses altos en el banco.
I-12	Estudiante 3 grupo 6	Si estoy de acuerdo, otra problemática son los costos del jornal.
I-13	Estudiante 1 grupo 2	Una problemática es el precio de los jornales porque con alimentación incrementa los costos, otra es las formas de secado porque algunas familias no cuentan con un secadero tecnificado.
I-14	Estudiante 2 grupo 2	El precio del café es muy variable, a veces mi papá no alcanza a pagar en el banco lo que le han prestado. Hay momentos difíciles que solo alcanza para comer, nada de comprar ropa.
I-15	Estudiante 3 grupo 2	Hasta el momento, las problemáticas que identificamos son: alto costo en el transporte de los insumos, épocas de sequía, precio variable del café, fertilizantes costosos, precio del jornal.

Fuente. Fragmentos de diálogo estudiantes grado séptimo.

De otra parte, los estudiantes indagaron a caficultores de la región para conocer otras situaciones que ponen en riesgos la economía familiar en el campo, tal como se observa en los diálogos en la Tabla 41.

Tabla 4.39. *Fragmentos de diálogos de estudiantes en la identificación de situaciones de riesgo en caficultores.*

Intervención	Participante	Transcripción
I-28	Estudiante grupo 3	profesora Adriana, en la entrevista a los caficultores se encontró que el apoyo técnico que brinda el comité de cafeteros tiene algunas implicaciones poco positivas porque ellos tienen que comprar los insumos que les formulen y estos son de alto costo.

I-29	Estudiante grupo 5	Otra cosa es que el banco les presta dinero para la cosecha siempre y cuando cumpla con las condiciones que certifica el comité de cafeteros.
I-30	Estudiante grupo 7	Claro y como el caficultor no tiene dinero para comprar en otro lado se ve obligado a aceptar las políticas que propone el comité.
I-31	Estudiante grupo 4	En cuanto a otros cultivos diferente al café, algunos requieren menos inversión sin embargo la dificultad se presenta en que el campesino no cuenta con dinero propio para invertir y siempre recurren al banco. Los créditos allí no favorecen el bolsillo de los pobres.

Fuente. Fragmentos de diálogo estudiantes grado séptimo.

De acuerdo con la información de la tabla anterior, los estudiantes decidieron indagar sobre los costos de producción y comercialización de cultivos aptos para el clima de la vereda el Socorro. En la siguiente Tabla 44 se muestra los diálogos de los estudiantes sobre entrevista a caficultores.

Tabla 4.40. *Fragmentos de dialogo de los estudiantes.*

Intervención	Participante	Transcripción
I-30	Estudiante 1 grupo 5	De la tabla podemos concluir que el cultivo de lulo es un cultivo alternativo para el campesino porque si el clima fue bueno y los costos de producción se encuentran entre el rango normal y los costos de comercialización lo favorece se obtendrán buenas ganancias y mejora la calidad de vida de la familia.
I-31	Estudiante 2 grupo 5	Pero, personas de la comunidad dijeron que el cultivo de lulo es una buena opción, sin embargo, el alto grado de toxicidad de los plaguicidas deteriora la tierra, por lo tanto, las ganancias no alcanzaran para devolverle al terreno los minerales que perdió.
I-32	Estudiante 3 grupo 5	Eso que dice mi compañero es verdad...no todo es ganancia. Por ejemplo, si se le aplica un veneno cuando el fruto está pronto a ser recolectado se pueden ocasionar pérdidas como le ocurrió a don José. Él se adelantó a recoger el fruto, lo envió en un camión para Popayán y allá no pasó la prueba técnica que le hacen de toxicidad y le devolvieron todo el lulo. Allí no hubo ganancias y ¿quiénes terminaron consumiendo ese lulo?
I-33	Estudiante 1 grupo 3	Definitivamente el cultivo alternativo es el lulo por las ganancias que se pueden obtener en un tiempo corto. Aunque el otro cultivo es el frijol en este momento que se mantiene a buen precio. Precio promedio del kilo 5000 y es más rentable venderlo verde porque se ahorra el secado y desgranado.
I-34	Estudiante 2 grupo 3	Don Pedro dijo que el frijol necesitaba de fertilizantes pero que los plaguicidas tienen menos grado de toxicidad que los del cultivo de lulo, ya que estos son perjudiciales para la salud. Además, mencionó que al cultivar un producto la ganancia no puede ser solo económica...hay que pensar en la salud.

Fuente. Fragmentos de diálogo estudiantes grado séptimo.

Acuerdos de transformación

Tabla 4.41. *Acuerdos de transformación propuestos por estudiantes.*

Intervención	Participante	Transcripción
I-52	Estudiante grupo 2	Para las épocas de escasez de lluvia es oportuno tener en la finca tanques de almacenamiento de agua y hacer instalación de riego por manguera para llevarlo al cultivo.
I-53	Estudiante grupo 3	En el caso de los fertilizantes, solicitar asesoría al comité de cafeteros para el estudio de suelos y garantizar que los nutrientes que se les aplica sean aquellos que requiera el suelo, y de esta manera se ahorra dinero en la compra de fertilizantes que no van aportar los nutrientes necesarios a la planta.
I-54	Estudiante grupo 5	Profe, para el tratamiento del beneficio, las acciones que propone el grupo son: elaboración técnica del beneficiadero de tal manera que las aguas residuales sean tratadas antes de caer en una fuente hídrica. Graduar la máquina despulpadora de acuerdo con las recomendaciones técnicas, Fermentar y lavar el café en los tiempos establecidos, supervisar de manera continua a los recolectores para evitar coger los granos verdes.
I-55	Estudiante grupo 6	Charlas a los caficultores para mejorar las prácticas de secado siguiendo las orientaciones de los expertos.
I-56	Estudiante grupo 8	Invitamos al caficultor y nos dijo que en el proceso de comercialización debemos tener en cuenta el grado de humedad del grano en estado seco según recomendaciones técnicas del comité de cafeteros.
I-57	Estudiante grupo 7	Secar el café al sol ya que esta mejora la calidad del café.
I-58	Estudiante grupo 4	Para la comercialización del café recomendamos al caficultor asociarse a una cooperativa para que se haga acreedor de buenas ofertas en el momento de la venta del grano.

Fuente. Fragmentos de diálogo estudiantes grado séptimo.

4.3 Objetivo 3. Caracterizar los componentes de la evaluación implicados en la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica

Conforme se presentó en el apartado 2.4.4, el acto de evaluación se configura a partir de la propuesta de Sacristán (1995), en: memorias, productos, modelo de referencia y contingencias. Estos componentes, según el uso que le den los profesores, están en conexión con la perspectiva de *evaluación formativa* y con la *evaluación para* (Moreno, 2016). El autor, muestra un lazo estrecho entre las dos, la *evaluación para* como contraparte de la *evaluación de*, configura aspectos

de la evaluación como un proceso para mejorar los aprendizajes en la actividad de aula, contrario a la que busca identificar desempeños de los estudiantes posterior a un periodo de enseñanza, por lo general bajo la figura de evaluación estandarizada.

La evaluación formativa entendida como proceso en el que el profesor actúa como responsable, aunque no como el único, pero en el ejercicio de la autonomía para “adaptarse a las necesidades de los alumnos” (Moreno, 2016, p. 32) presupone un espacio dilógico, reflexivo y social. Otro aspecto importante es la continuidad que concede la preocupación por identificar aspectos que se pueden movilizar y estrategias para apoyar las metas de aprendizaje más allá que clasificar los aprendizajes, aunque corre el riesgo de ser usada como medio para mejorar las clasificaciones entendidas como una necesidad latente.

En el escenario de la evaluación formativa y la evaluación para el aprendizaje, la movilización de la competencia matemática modelizar puede tener varias direcciones dependiendo del tipo de tareas propuestas, los implicados en su diseño y al interés que persiguen, en este sentido es posible promover diferentes significados a lo largo de un periodo escolar, ya sea de manera vertical en un grado (con un grupo de niños de una edad específica) o de forma transversal a varios grados (con grupos de niños de diferentes niveles educativos). Estas direcciones ayudan a la configuración de la evaluación formativa en el sentido que permiten identificar si las pretensiones de los profesores están en movilizar la CMMC o en diagnosticar únicamente el desempeño de los estudiantes.

4.3.1 Marco de referencia

Los marcos de referencia hacen alusión a la herramienta usada por el profesor para llevar a cabo el proceso de acompañamiento, retroalimentación, reflexión y motivación de la tendencia de acción dirigida hacia la movilización de la CMM. En los casos particulares de Fabio y Adriana, este marco se basó en la construcción de rúbricas en su diseño basados y las subcompetencias de modelización de Maass (2006) y Blomhøj (2004) los cuales convergen con las dimensiones de Zöttl et al., (2013), pero que fueron enriqueciendo en términos de la interacción y participación ciudadana.

Los dos profesores por pertenecer a la misma institución educativa tienen ciertos parámetros que guían su proceso evaluativo, entre ellos el Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes-SIEE, en el cual fue posible identificar la conjunción entre la evaluación sumativa usada para la promoción de estudiantes y el uso de la evaluación del aprendizaje, especialmente por la necesidad impuesta tradicionalmente para responder a las pruebas estandarizada denominadas pruebas Saber (9 y 11) (ICFES, 2009). Otro tipo de evaluación que consagra este documento es la evaluación formativa, sin embargo, dada la importancia de los resultados de las pruebas estandarizadas este tipo de evaluación es simplemente enunciativa y se condiciona a la valoración y progreso de los desempeños individuales. Conforme se mencionó en el apartado 4.1.1 de discernimiento de las prácticas del profesor, tal como operan las exigencias administrativas sobre la evaluación, provocan angustia y contradicciones en los profesores particularmente cuando pretenden formar otras características en los estudiantes, por ejemplo, la formación de valores democráticos, como se mostrará a continuación.

En el plano del requerimiento de convergencia entre evaluación: sumativa, formativa, continua, del aprendizaje, la institución de acuerdo al decreto 1290 de 16 de abril de 2009, adopta una escala de evaluación dual, numérica y cualitativa (Ver imagen 4.36)

Figura 4.36. *Conversión de la escala cualitativa a la escala cuantitativa para la evaluación del aprendizaje*

c. El sistema numérico de calificación institucional para efectos de traslado o transferencia de estudiantes y para su reporte en los informes valorativos periódicos o finales tendrá su correspondencia con la escala nacional, como se expresa a continuación:

Escala cualitativa (escala nacional)	Escala numérica (escala institucional)
Desempeño Bajo	de 1,0 a 2,9
Desempeño Básico	de 3,0 a 3,9
Desempeño Alto	de 4,0 a 4,4
Desempeño Superior	de 4,5 a 5,0

Fuente. Tomado del.SIEE (2018, p. 14).

Esta escala es genérica, en el sentido que se aplica a todas las áreas, competencias y aprendizajes: define un intento de integrar las dimensiones humanas de los sujetos de cada nivel, esclareciendo los elementos más importantes para valorar el aprendizaje como proceso y producto. Pese al interés integrador de las dimensiones del ser humano en la evaluación, las definiciones de desempeños están inclinados hacia aspectos comportamentales y cognitivos, los demás aspectos contribuyen a estos dos, léase, por ejemplo:

La denominación desempeño Alto, se entiende [como] la actitud positiva y el comportamiento SOBRESALIENTE ... Cuando ha logrado el máximo nivel esperado en todas las dimensiones del desarrollo humano consideradas en el plan de estudios, es decir, cuando ha logrado evidenciar un excepcional dominio en todos los tipos de razonamiento, usando a plenitud sus funciones cognitivas y sus desempeños están por encima de lo esperado. (SIEE, 2018, p. 16).

El fragmento anterior, favorece ampliamente el sujeto cognitivo mencionado en Valero (2002) de tal suerte que confiere un efecto técnico al currículo, en el sentido que todas las dimensiones humanas consagradas en el currículo, son evaluables y valorables de acuerdo al razonamiento lógico del sujeto. Tal definición de desempeño, muestra el dominio cognitivo de las ideas matemáticas bajo una postura lógica, que persigue el desarrollo de la experticia en el uso de conceptos y procedimientos. Como consecuencia de lo anterior, prevalece la idea de obtener buenos resultados lo cual conlleva a perseguir metas impuestas por entidades externas al contexto y a exclusión por habilidad. En este sentido, la evaluación fortalece el valor utilitario de la educación, cuyo fin es “garantizar la supervivencia de los más listos” (Skovsmose y Valero, 2012, p. 30) en detrimento del ejercicio de los valores democráticos dentro del aula de matemáticas.

La escala genérica es evidencia del uso inicial de la evaluación sumativa para valorar productos finales y preestablecidos (EMT1), esta escala es entregada a los profesores para que sean definidos criterios específicos en cada área de acuerdo a los desempeños, los cuales tampoco son definidos en ninguna normatividad, pero si son requeridos los resultados, por lo cual los entes encargados de la evaluación estandarizada definen sus propios desempeños, de tal suerte que las prácticas evaluativas y de enseñanza y aprendizaje resultan persiguiendo un objetivo impuesto por un agente externo (Grundy, 1994). En este sentido la evaluación de aula, la diseñada por el profesor,

se convierten en una herramienta de sometimiento que tributa a las políticas económicas y que limita el acceso al ejercicio de la democracia (Skovsmose y Valero, 2012; Niño-Zafra, 2013).

Este marco evaluativo institucional, vincula las competencias con los propósitos de tal evaluación, sin embargo, esta concierne más al saber hacer y al saber conceptos que a contribuir a la transformación de prácticas en el ejercicio de valores democráticos lo cual corresponde con EMT4, como se puede ver en uno de los principios del SIEE: “Fortalecer los procesos académicos para desarrollar en los estudiantes competencias y desempeños que redunden en el mejoramiento de la calidad académica...” (SIEE, 2018, p. 5). En el marco de la Educación Matemática, esta propuesta del SIEE es muestra de una visión de competencia matemática centrada en adquirir conceptos, la cual se sustenta en la ideología de la certeza (Borba y Skovsmose, 1999) y en la resonancia intrínseca (Skovsmose, 1999), estos conceptos suponen que el dominio de las matemáticas es suficiente para actuar democráticamente en la sociedad, así la evaluación y el currículo venden la idea de posibilidades de progreso y porvenir para quienes adquieren el dominio de las matemáticas. En contra posición, la competencia crítica atiende al llamado de ubicar el corazón del concepto en: “el empoderamiento de la gente en relación con sus condiciones de vida” (Skovsmose y Valero, 2012, p. 44).

En cuanto a las condiciones institucionales, los profesores fueron acrílicos en términos de enfrentar el sistema de evaluación, en cambio fueron el ejercicio de la crítica estuvo relacionado con su práctica y construyeron rúbricas de evaluación provisionales ajustadas a su comprensión de la CMM con un carácter provisional debido a los desplazamientos de sus significados en los procesos de reflexión y participación. Las rúbricas diseñadas constituyen solo una posibilidad, una

hipótesis de configuración de movilización de la competencia en el estudiante y se ajusta a las características de una matriz analítica. Moreno (2016), considera que una matriz de este tipo está estructurada por dimensiones, niveles y descriptores. Las dimensiones son cada una de las componentes que los profesores consideraron pertinentes para la movilización, en este caso: descripción, matematización, trabajo matemático y validación y uso del modelo. Cada dimensión encabeza una columna que está construida por descriptores de cada nivel.

Figura 4.38. Configuración de la rúbrica de evaluación asociada a la CMM cognitiva

Dimensiones			
Reconocimiento de la situación problema	Matematización de situaciones problemas en enteros.	Construcción del modelo	Validación y uso del modelo matemático
Identifica múltiples cantidades positivas y negativas en procesos de representación en contextos cotidianos.	Usa la localización para ubicar en la recta numérica las cantidades positivas y negativas.	Describe el movimiento de un objeto usando diversas estrategias y cuantifica lo observado.	Establece juicios éticos y críticos al ejemplificar las cantidades positivas y negativas en distintas representaciones y evocación de prácticas sociales.
Identifica cantidades positivas y negativas en procesos de representación en contextos escolares.	Representa en la recta numérica números positivos y negativos.	Describe de manera verbal el movimiento de un objeto y cuantifica lo observado.	Describe, representa y explica la realidad.
Identifica cantidades positivas y negativas en procesos de representación.	Interpreta el opuesto de un número y lo ubica en la recta numérica.	Describe el movimiento de un objeto usando la recta numérica.	Genera patrones para generalizar el comportamiento de un objeto.
Identifica cantidades positivas y negativas.	Representa puntos en la recta numérica.	Cuantifica el movimiento de un objeto.	Compara representaciones usando números enteros.

Descriptores

N
i
v
e
l
e
s

Fuente. Propuesta de la profesora Adriana

En lo que concierne a la evaluación de la competencia matemática modelizar, las dimensiones, en la rúbrica, corresponden al grado de cobertura de Højgaard (2007), esto indica que los profesores se preocupan por promover una visión holística de la competencia (Blomhøj, 2004;

Blomhøj y Højgaard (2003), en el sentido que esta competencia tiene que ver con la disposición para llevar a cabo todo el proceso de modelización de forma autónoma. El radio de acción está asociado al contexto en el que se presentan las prácticas o fenómenos propuestos en las tareas de modelización. Un tercer componente, el nivel técnico, tiene diferentes aristas dependiendo de las intenciones del profesor, por ejemplo, en las tareas iniciales (ver apartado 4,2.1) el nivel técnico fue el centro porque el profesor favoreció la dimensión en la emergen procesos de matematización y trabajo matemático, es decir cobertura y nivel técnico se traslapan.

Las rúbricas de evaluación vinculadas a los diseños (ver apartados de la sesión 4.2.) en términos de los cuatro niveles, en una lectura vertical favorecen un convenio no explícito de intercepción entre los niveles de desempeño establecidos en el SIEE de la institución y el nivel técnico, que va de mayor a menor uso de herramientas matemáticas, por ejemplo, el reconocimiento del mayor número de variable y de relaciones entre ellas o el tipo de conceptos usados, por ejemplo estructuras multiplicativas en mejor nivel que el uso de estructuras aditivas.

En una lectura horizontal, cada nivel concibe un tipo de modelo matemático más complejo en términos de las matemáticas que usen los sujetos y del uso que hagan del modelo y del proceso de modelización, de este modo esperan garantizar el cumplimiento de las condiciones del sistema, específicamente de homologar con una nota numérica la actividad de modelización. Un espíritu crítico implicaría que los profesores iniciaran una lucha argumentada de transformación a formas menos excluyentes de evaluar, una acción posible puede ser prescindir de la nota. Sin embargo, la posición de los profesores está direccionada a mejorar la participación del estudiante en la movilización de la competencia que a una transformación del sistema de evaluación.

Las nuevas rúbricas muestran precisamente esta búsqueda, ellas son configuradas a partir de nuevas comprensiones de la CMM que apoyan la construcción de nuevos criterios para evaluarla, pero también las reflexiones sobre las necesidades evaluativas generan procedimientos de aplicación y de construcción, tal configuración consiste en caracterizar tres tipos de uso del proceso de modelización.

En el primer modelo de rúbrica de evaluación (Figura 4.3.2), el centro está en llevar a cabo el proceso de modelización para encontrar una solución, sin embargo, los profesores consideran la dimensión validación y uso del modelo, este último abre la posibilidad de trascender el simple uso de la modelización como ciencia de los patrones y del modelo como fórmula (MEN, 1998). En este plano del uso están presentes: generalizar, representar y explicar el mundo y leer, comprender y transformar.

Figura 4.37. matriz de evaluación centrada en la interacción.

Descripción de la realidad.	Matematización y	Trabajo matemático	Interpretación y Validación	Participación Interacción -
Construye múltiples representaciones para el terreno del café y las relaciones entre las cantidades de magnitud presentes en la siembra y comercialización del producto.	Usa relaciones de dependencia, el cociente entre cantidades de magnitud y parámetros de proporcionalidad. Así como aproximaciones espaciales bidimensionales.	Usa relaciones espaciales y métricas a escala para representar el terreno del cultivo y organiza el tipo de relación entre las cantidades de magnitud presentes en la situación para la construcción de diversas posibilidades de modelos matemáticos.	Estima y compara la rentabilidad en relación con el área, el clima, tipo de insumos, tipo de secado, fluctuaciones del precio de venta entre otras.	Plantea cuestionamientos adecuados para interactuar y comprender las prácticas socioculturales con los expertos en el tema (caficultores, comité de cafeteros).

Fuente. Construcción de los profesores

Mientras que la Figura 4.39 muestra un desplazamiento en la democratización del aula, aunque la participación se presenta en una columna como una dimensión de la competencia es una característica transversal a cada una de sus dimensiones, esta comprensión está basada en la interacción, el diálogo, el debate y la construcción social de significados (García et al., 2013).

La cadena de diseño, implementación, reflexión y diseño fue detonante de significados y aproximaciones a la CMM crítica, de esta manera los profesores llegaron a una comprensión sustentada en el ejercicio de la ciudadanía y los valores democráticos. Tal comprensión ubica en el centro de las prácticas y de la competencia la posibilidad de develar riesgos sociales de una comunidad, posiblemente conectados con problemáticas más globales que a la vez despiertan la sensibilidad por las necesidades del otro, el interés en cuestionar las prácticas políticas de los gobernantes y la acción ciudadana como entablar figuras jurídicas, emprender campañas, engendrar asociaciones de lucha por los derechos, entre otros.

Lo interesante de estas posiciones es ver como los profesores pretenden difuminar las fronteras de la escuela y las relaciones de poder tanto en la escuela como en la sociedad. La realidad, el contexto y las prácticas se convierten en el centro del currículo de matemáticas, el contexto ya no es usado para extraer, pedir prestado ciertas fenomenologías o para evocar prácticas y construir conceptos en la escuela de forma social, ahora es la escuela misma donde profesores y estudiantes actúan en ella para construir mejores condiciones de vida, como sucedió en los diseños de la clase del profesor Fabio en el apartado 4.2.3.

Figura 4.38. Matriz de evaluación centrada en la participación ciudadana.

Dominio del proceso			Participación		
Comprensión de las prácticas de riesgo.	Matematización	Trabajo matemático	Interpretación y Validación	Participación Interacción	Participación ciudadana
Identifica múltiples riesgos en las prácticas relacionadas con cultivos alternativos a la producción y comercialización del café.	Identifica las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas que emergen de las problemáticas evidenciadas en la cartografía.	Usa herramientas matemáticas para representar las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas presentes en problemáticas asociadas a la producción y comercialización de cultivos alternativos.	Elabora argumentos para comparar la producción y comercialización de múltiples cultivos de la región.	Escucha opiniones de expertos en producción y comercialización de cultivos alternativos al café.	Expresa en forma asertiva los riesgos que emergen de las prácticas usadas en la producción y comercialización de productos alternativos al café.
Alfabetización			Alfabetización política		

Fuente. Diseño profesores.

Esa idea de difuminación de poderes o de democratización del poder se configura en la matriz de evaluación de la Figura 53, al diferenciar usos del proceso de modelización como vehículo de alfabetización y alfabetización política. En la primera, la crítica y la reflexión de los alfabetizandos está dirigida al perfeccionamiento de la actividad cognitiva, léase en este caso de la CMM al dominio del proceso de modelización para acceder a mejores formas de vida sin cuestionar las estructuras sociales que dominan el porvenir. La segunda, enfatiza en la crítica al poder, al ocultamiento de las injusticias sociales y la negación de la identidad y dignidad de los alfabetizandos. La figura pone en evidencia que la modelización puede ser un vehículo para la alfabetización política cuando el sujeto político reclama la oportunidad de participar como ciudadano.

4.3.2 Producto

Sacristán (1995) escribe que los productos pueden ser físicos o no, sin embargo, dan la sensación de algo acabado y definido por un agente externo, en el mejor de los casos del profesor o también de ideales político-económicos. En la evaluación formativa, la democratización del aula indica que los sujetos deben estar en condiciones de establecer sus propios productos y de asumir que estos pueden cambiar en el proceso de movilización.

En este apartado, están al descubierto aquellos productos que los actores consideran relevantes en la movilización de la CMM. Los cuales toman distancia de productos estáticos para acercarse más bien a productos dinámicos. Tal dinámica surge en el plano de la reflexión dialógica y crítica de los actores, por tal razón, los productos se presentan como textos configurantes de un discurso que posibilita la movilización.

4.3.2.1 Profesor Fabio

Reconocimiento de las prácticas con preguntas del profesor

El profesor busca apoyar la formación de un discurso sustentado la producción textual oral y escrita que da cuenta de la lectura de los micro y macro contextos, lo cual le permite participar junto con sus pares en la comunidad del aula y en comunidades más amplias (Sfard, 2008). En palabras de Freire (1996) la producción textual sería el acto de alfabetización política que refiere a la lectura crítica de lo que pasa en el mundo.

En la tarea “exportación Colombia China” Activar los conocimientos previos matemáticos y no matemáticos mediante algunas herramientas que evocan una práctica de exportación con la cual no están familiarizados. Sin embargo, el profesor busca hacer conexiones entre el microcontexto del pueblo donde venden el café y las rutas que debe seguir hasta llegar a China, es decir el macrocontexto. Por otra parte, realiza preguntas para ayudar a formar un discurso sobre las cantidades de magnitud que intervienen en la práctica de exportación, estas preguntas establecen nexos con las ciencias sociales y suscitan el uso de conceptos como: meridiano, huso horario, entre otros (ver Tabla 39).

Tabla 4.42. *Reconocimiento de la práctica de exportación.*

Intervención	Participante	Transcripción
I15- C 1	Fabio	¿Ustedes saben ubicar en un mapa un país?
I16- C 1	Estudiante 1	Aquí, Colombia y china ... están por acá, tal vez.[tomando un mapa de cerca]
I17- C 1	Estudiante 2	¿Dónde? Colombia está en América del sur y china en Europa...noooo
I18- C 1	Estudiante 3	creo que debo usar el globo terráqueo para ubicarme...cual será lo mejor? sigamos leyendo... que distancia recorre el café desde Colombia hasta China. ahhh ..el transporte se hace en avión.
I19- C 1	Estudiante 4	Profe, puedo decir que aquí esta Colombia y por acá China [señala], pero usted dice que debemos tener en cuenta que la tierra es esférica, ahí no entiendo... explíquenme por favor.
I20- C 1	Profesor Fabio	Voy a explicarles a todos, parece que no han podido hacer la ubicación de los dos países, según lo que he observado.
I21- C 1	Profesor Fabio	Para ubicarnos ¿Colombia se encuentra en que continente?
I22- C 1	Estudiante 6	En América
I23- C 1	Estudiante 7	América del sur
I24- C 1	Fabio	¿En dónde está ubicada China?
I25- C 1	Estudiante 2	...en el continente asiático profe.
I26- C 1	Fabio	Muchachos vamos a mirar aquí en este video del globo terráqueo. Como pueden ver una persona que salga de Colombia hacia China tendrá que hacer un largo recorrido. Sale de Colombia, llega a los Ángeles y después a china (Shanghái)... De acuerdo con la situación que les presente, consideramos la tierra esférica. ¿por qué esférica? porque al considerarla esférica? ¿Cuál es radio de la tierra? ¿cómo podemos encontrar el ángulo recorrido? ¿Por qué menciono estos elementos?

Fuente. Fragmentos de diálogo comité de área.

En los diálogos es evidente el apoyo a la lectura del mundo de la exportación del café en Colombia, pero esta lectura se restringe a identificar algunos elementos convenientemente para usar una ecuación que le permita encontrar la longitud de arco en consecuencia, renunció a excavar las problemáticas relacionadas la corrupción en el Comité de Cafeteros, los criterios de compra de café, cuestionamientos a las políticas de préstamos a cafeteros, entre otros, de los cuales, se vislumbran otras matemáticas usada en la sociedad.

Preguntas del estudiante

La práctica de formular preguntas es promovida entre los estudiantes, a modo de método de investigación cooperativa (Skovsmose y Valero, 2012) que busca engendrar en el estudiante la autonomía de llevar a cabo la comprensión y el cuestionamiento de la realidad sin la presión de estar dirigido por un tema o contenido matemático en particular. Por otra parte, brinda la posibilidad de consolidación del sujeto político ya que es una forma de escuchar su voz (Larrosa, 2000) e identificar sus necesidades, las de sus pares y de su comunidad por extensión, es decir, otro fin es desarrollar la sensibilidad frente a la necesidad propia y la de otros.

En la tarea de la “Cosecha” especialmente, el profesor Fabio permite a los estudiantes el ejercicio de la pregunta para guiar su trabajo de campo como se muestra en la Tabla 40. Incluso la actividad de modelización inicia con una pregunta central formulada por el profesor ¿Cómo establecer si la densidad de siembra del cultivo del café de la institución educativa Nuestra Señora

del Socorro es el apropiado para obtener una producción óptima? Esta pregunta dinamizó la formulación de otras que permitiera esclarecer un camino.

Tabla 4.43. *Formulación inicial de preguntas por parte de los estudiantes.*

Intervención	Participante	Transcripción
I1	Fabio	Bueno podemos iniciar con la formulación de preguntas que van a guiar el proceso de indagación
I2	Estudiante 1 grupo 1	Podemos preguntarnos ... ¿cuánto de terreno tiene el colegio en café? ¿Cuántos Palos de café hay?
I3	Estudiante 2 grupo 1	¿También podemos preguntar por la historia del café del colegio...o no?
I4	Estudiante 3 grupo 1	¿Qué variedad de café tiene?, ¿cómo se mide el área del terreno?
I5	Estudiante 1 grupo 3	Necesitamos saber ... ¿cuáles son los linderos de la institución?
I6	Estudiante 2 grupo 3	Estoy de acuerdo porque necesitamos hacer el croquis...
I7	Estudiante 3 grupo 3	¿cuánto mide el terreno de largo y de ancho?
I8	Estudiante 1 grupo 4	¿Influye en la densidad de siembra la distancia entre planta? o la distancia entre surco?
I9	Estudiante 2 grupo 4	otra pregunta puede ser ¿Contribuye la variedad del cultivo en la producción?
I10	Estudiante 3 grupo 4	y si preguntamos por ... ¿cuántos años tiene de sembrado el café?, ¿para qué se usan los tanques dentro del terreno?, ¿se están utilizando estos tanques?
I11	Estudiante 1 grupo 2	... ¿cuál fue la última vez que soquearon el café? ¿A qué variedad pertenece el café sembrado?
I12	Estudiante 2 grupo 2	como lo primero es el croquis, que más necesitamos ...mmm, debemos llevar con que medir, una pita, por ejemplo.
I13	Estudiante 3 grupo 2	¿cuánto mide el largo de los surcos? ¿cuántos surcos caben en el lote?

Fuente. Fragmentos de gestión de aula.

Las preguntas reúnen características de un modelo real conformado de aquello que los estudiantes en su experiencia en las fincas de la familia o en las que trabajan conocen que se debe saber del terreno, aparecen también elementos matemáticos como conocer el largo y el ancho para calcular el área de un lote. Las preguntas como producto de la actividad del estudiante lograron integrar su versión personal de la práctica sociocultural, extendiendo un vínculo entre él y las matemáticas. Además, en clases posteriores los estudiantes consideran preguntas más especializadas (Tabla 47).

Tabla 4.44. Nuevas preguntas de los estudiantes.

Intervención	Participante	Transcripción
I22	Estudiante grupo 2	¿Cómo identificar si la densidad de siembra es la correcta o apropiada?
I23	Estudiante grupo 1	¿Qué se necesita conocer para hallar la densidad de siembra?
I25	Estudiante grupo 2	¿Qué herramientas o materiales se necesitan para hallar la densidad de siembra?
I26	Estudiante grupo 4	¿Por qué es importante encontrar la densidad de siembra en un cultivo?

Fuente. Fragmento diálogo de estudiantes.

La pregunta de la intervención 26, suscita más adelante el esclarecimiento de una práctica relacionada con la rentabilidad y el otorgamiento de préstamos a cafeteros. En esta oportunidad de preguntar el estudiante reaviva su voz para extender las fronteras del aula (Larrosa, 2000).

Producción textual escrita

Reconocimientos de las prácticas o problematización

Figura 4.40. Preguntas de los estudiantes.

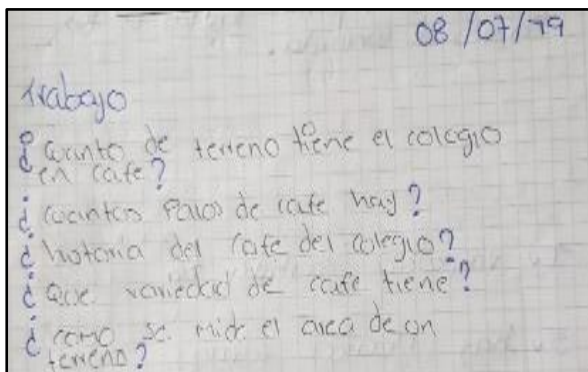
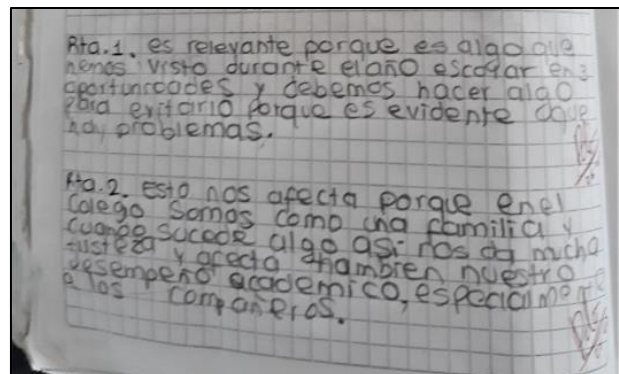


Figura 4.39. reflexión frente a la problemática del suicidio

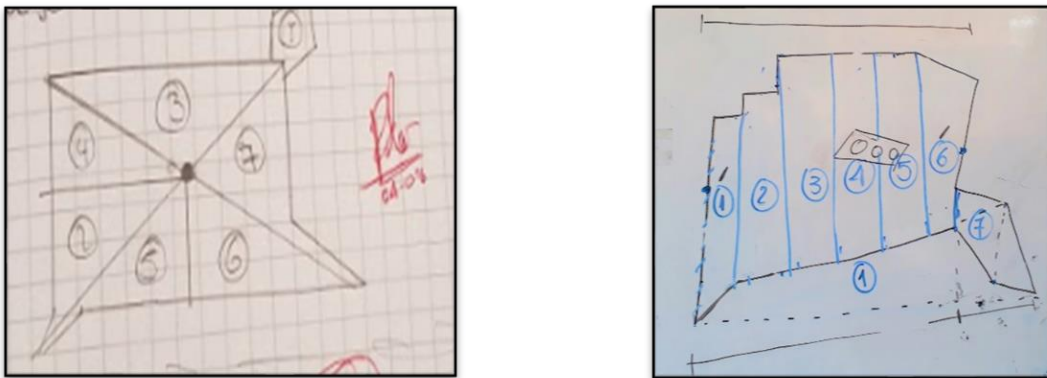


Fuente. Cuaderno de trabajo de los estudiantes.

Los textos escritos son usados por el profesor para identificar la movilización de la CMM en sus diferentes comprensiones, en la Figura 54 por ejemplo el grupo de estudiantes construye algunas preguntas que le permitirán iniciar el proceso de indagación.

El compromiso en la reflexión y lectura del mundo fue más evidente en los textos escritos por un grupo de estudiantes que demuestran un sentido de alteridad, de sensibilidad por las problemáticas sociales de comunidad.

Figura 4.41. *Proceso de construcción de modelos matemáticos a partir de un modelo real.*



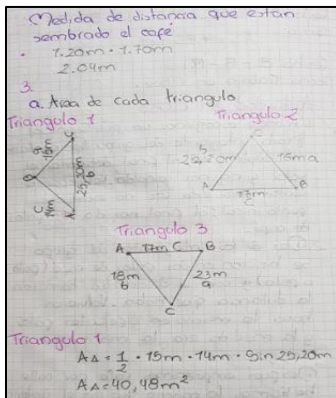
Fuente. Actividad matemática de los estudiantes.

Las construcciones o representaciones geométricas surgieron al convertir un dibujo del paisaje del terreno en polígonos irregulares que sirvieron para suscitar procesos relacionado con el trabajo matemático. Pero, llama la atención que las representaciones permitieron un debate en el que los estudiantes de un grupo ponen de manifiesto la idea de la opción más justa en el sentido que la distribución de las plantas no es uniforme por lo cual seleccionaron la segmentación triangular.

Trabajo matemático

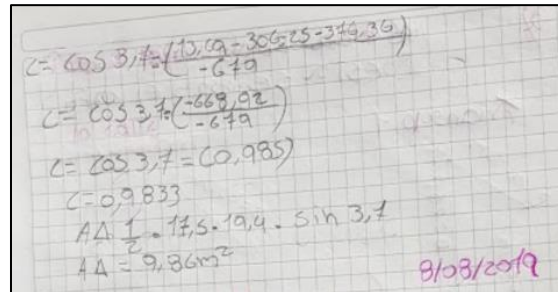
La estrategia considerada por los estudiantes para encontrar la densidad de siembra incluía encontrar el área del terreno, la segmentación por triángulos facilitaba la distribución de tal tarea en los grupos de estudiantes. Algunos pensaron hallar el área con la definición de área $A = \frac{b \cdot h}{2}$, sin embargo, como el gráfico no estaba a escala no podían obtener h , esto los obligó a indagar otras formas entre ellas el teorema del coseno, esto les permitió encontrar el área y con el conteo de árboles, encontrar la densidad de siembra real (Figuras 57 y 58).

Figura 4.43. Planteamiento del teorema del coseno



Fuente: Cuaderno del estudiante

Figura 4.42. Desarrollo del teorema del coseno



Fuente: Cuaderno del estudiante

Análisis y validación

Con la densidad de siembra real los estudiantes cotejaron los resultados con la densidad de siembra teórica propuesta por el técnico del comité de cafeteros, como era de esperar en los surcos menos poblados los resultados no coincidían (Figura 59).

Figura 4.44. Interpretación y Validación de los resultados

#	Área m ²	Distancia m	Densidad
1	103	1,20 - 1,70	184
2	56	1,0 - 1,30	106
3	73	1,10 - 1,70	73
4	100	1,30 - 1,70	73
5	63	1,20 - 1,80	69
6	120	1,32 - 1,76	181
7	226	1,21 - 1,90	240
8	747	1,23 - 1,69	926

Densidad de siembra

- $D_2 = \frac{1912,96}{1,23 \cdot 1,69}$
- $D_2 = 948,89 \approx 948$
- $D_2 = \frac{10.000}{1,20 \cdot 1,70} \times 0,19$
- $D_2 = 931,37 \approx 931$

Fuente: Cuaderno del estudiante.

Estos resultados junto con las demás respuestas a las preguntas formuladas por los profesores, configuraron argumentos para sugerir la renovación del cultivo.

Participación

Ventosa (2018) plantea que los niveles de participación son: informativo – asistencial, consultativo, decisivo y ejecutivo. Estos niveles van desde la pasividad de recibir información sin mayor interés por hacer parte de las acciones de transformación hasta el uso de acciones políticas o reacción ciudadana (Grundy, 1994; Pachón, 1997; Freire, 1970). En este plano ya político de la

participación estas acciones garantizan “el retorno del manejo de asuntos comunitarios a los verdaderos dueños” (Pachón, 1997, p. 80). Estas acciones son una de las herramientas de protección ciudadana y lucha social entre las cuales se encuentran: el derecho de petición, la acción de tutela, acciones populares, acciones de grupo

El problema es cómo convertir las matemáticas también en una herramienta de lucha social (Skovsmose y Valero, 2012; Valero et al., 2015; Vithal y Valero, 2012), el análisis crítico de modelos matemáticos y los usos de las matemáticas es un aspecto importante (Skovsmose, 1999). Sin embargo, la modelización crítica en interrelación con la competencia matemática democrática que promueva la participación ciudadana de los sujetos políticos, en una forma ampliada de la escuela que coincida con las fronteras de las prácticas sociales más externas, puede proveer este carácter de vehículo para la transformación social para los oprimidos, sometidos y excluidos.

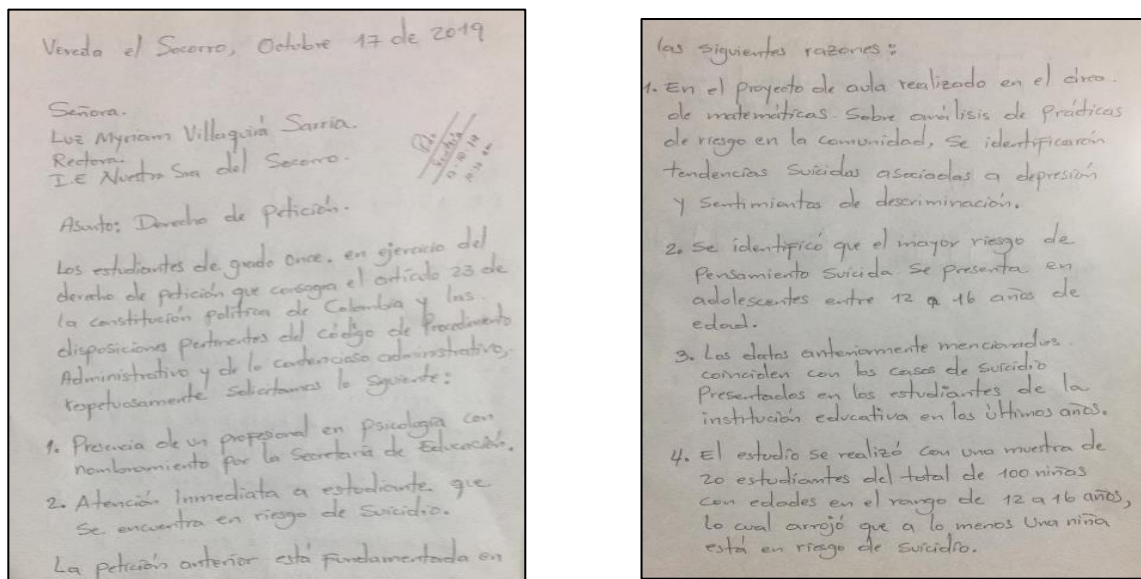
En cuanto a la participación en el plano político-democrático, Pachón (1997) presenta una metodología de cinco momentos a saber: información, motivación, compromiso, organización y Acción. En consideración con esta metodología, los estudiantes han llegado a una etapa de compromiso en la cual están interesados en hacer frente a una problemática que sienten suya o que es punzante en la comunidad.

La problemática planteada requería acciones más allá de la validación de los resultados, estas involucraban la participación en la toma de decisiones, es decir tener voz en la institución,

razón por la cual los estudiantes escribieron una carta a la rectoría explicando sus hallazgos y proponiendo que hacer con el terreno.

Con referencia a lo anterior, en el caso de la tarea sobre el suicidio los estudiantes promovieron una campaña sencilla de dos acciones una relacionada con un derecho de petición en la cual, comunicaban a la rectora los riesgos que habían encontrado y solicitaban gestionar ante la Secretaría de Educación Departamental el nombramiento de una orientadora escolar para la institución (Figura 60).

Figura 4.45. Derecho de petición solicitando orientadora escolar



Fuente. Acciones de transformación de los estudiantes del grado 11.

Otra acción fue presentar un video de una psicóloga, familiar de una estudiante, para reconocer ideas suicidas y buscar o brindar ayuda a tiempo en caso de identificar en un compañero estos comportamientos.

Figura 4.46. Video sobre identificación de ideaciones



Fuente. Acciones de transformación de las prácticas de ideación suicidio.

Aunque el derecho de petición es un símbolo de la acción transformadora y del ejercicio de la democracia participativa de los estudiantes, la burocracia impide que las necesidades de la comunidad estudiantil sean suplidas a tiempo, en este sentido, se requieren acciones de lucha social diferentes, las cuales no fueron realizadas por los estudiantes. Esto quiere decir que aún falta camino por recorrer para provocar cuestionamientos profundos de las acciones del gobierno y activar otros mecanismos como la acción de grupo. Pese a estos faltantes, los profesores promovieron un nivel ejecutivo y autónomo de la participación.

En términos de una evaluación formativa, entendida como proceso y no como producto, la acción del profesor para promover o movilizar la competencia es indispensable, por lo cual, en el apartado 4.3.3, se identifican acciones de contingencia.

4.3.2.2 Profesora Adriana

Preguntas del estudiante

En las acciones de reconocimiento de prácticas, problematización de la realidad o comprensión de la situación la profesora Adriana valoró la formulación de preguntas ya fuera a la profesora o a expertos sobre el tema. En la situación del levantamiento del plano del terreno de café como en el análisis crítico de las prácticas de siembra del café, la formulación de preguntas a expertos fue fundamental. En el primer caso, por ejemplo, los estudiantes no se limitaron a preguntar sobre la densidad de siembra, además preguntaron sobre los riesgos que implicaban ciertas prácticas de siembra sobre las que no profundizaron si son hasta el cuarto periodo, varios meses después.

Tabla 4.45. *formulación de preguntas a expertos en siembra de café.*

Intervención	Participante	Transcripción
I3- C2-M3	Adriana	Con los caficultores vamos a tener una entrevista para conocer qué es la densidad de siembra y que aspectos influyen en la cosecha, aunque varios de ustedes conocen sobre esto porque tienen finca, ellos nos van a ayudar a formular mejor esas preguntas. Entonces hagamos el ejercicio de plantear preguntas en grupo a esos temas que queremos conocer de ellos.
I4- C2-M3	Estudiante grupo 5	Profe como formulamos las preguntas
I5- C2-M3	Adriana	Pueden iniciar las preguntas así, cómo afecta... ¿por qué la temperatura ... ¿Cuál es el mejor momento para aplicar ... ¿Qué piensa... ¿Qué es más favorable?
I5- C2-M3	Estudiante grupo 5	Profe, una pregunta puede ser ... ¿Por qué es recomendable quemar antes de sembrar?
I6- C2-M3	Adriana	Si esa pregunta nos debe llevar a mirar qué aspectos sociales se afectan. En 10 minutos inicio escuchando a cada grupo.
I7- C2-M3	Estudiante grupo 1	Aquí tenemos una ... ¿La densidad de siembra influye en la producción del café?
I8- C2-M3	Estudiante grupo 4	¿Cómo las lluvias y la temperatura afectan la calidad del grano en la planta?
I9- C2-M3	Estudiante grupo 7	Esta pregunta... ¿La certificación de la finca influye en la comercialización del café?
I10- C2-M3	Estudiante grupo 2	¿La calidad de los fertilizantes previene la presencia de malezas o plagas?

Fuente. Construcción propia.

La profesora Adriana, involucra a la cotidianidad de algunos estudiantes en la formulación de preguntas que ayudan a comprender la complejidad de las prácticas de siembra y comercialización del café (Tabla 42), las cuales van más allá de sembrar y recolectar. Pero las preguntas en I5 e I10 son particularmente importantes porque empiezan a cuestionar esta práctica productiva con riesgos ambientales, sin embargo, fueron descartadas de momento para centrarse en el análisis del lote de café de la institución, volverán sobre ellas en la aplicación de la cartografía en el cuarto periodo.

Tabla 4.46. *Problemáticas develadas frente al cultivo del café.*

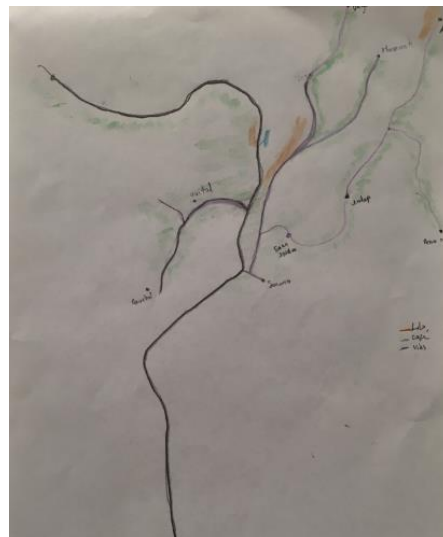
Intervención	Participante	Transcripción
I1	Profesora Adriana	Buenos días, la actividad que vamos a realizar es una situación de una realidad sociocultural con un elemento diferente a la anterior. En primer lugar, vamos a elaborar una cartografía de la región, con las problemáticas emergentes, con el fin de indagar a campesinos sobre qué cultivos son aptos para el clima de la vereda del Socorro, costos de producción y costos de comercialización.
I2	Estudiante grupo 2	Profe, explíquenos qué es una cartografía, cómo se come eso...
I3	Profesora Adriana	Una cartografía social es una herramienta que permite develar problemáticas en las comunidades con el propósito de buscar acciones que ayuden a mitigar los aspectos más vulnerables. En otras palabras, vamos a elaborar un mapa de la región e identificamos qué problemáticas afectan a los habitantes, relacionada con las prácticas que usan los campesinos para cultivar diferentes productos y buscamos soluciones. Se organizan los grupos de trabajo, si ustedes desean pueden cambiar o seguir los mismos estudiantes.
I4	Estudiante 1 grupo 3	Propongo que hagamos el croquis del municipio del Pital y en él ubicamos la vereda el Socorro.
I5	Estudiante 2 grupo 3	Entonces, allí tenemos que ubicar los cultivos que hay en la vereda.
I6	Estudiante 3 grupo 3	Aquí en el Socorro las familias viven del café, otros cultivos como la arveja, el frijol, la mora, pero se cultivan en menor cantidad.
I7	Estudiante 1 grupo 5	Observando la vereda, aquí se cultiva más café, aunque, ahora están cultivando mucho el lulo. Mi papá dice que ese cultivo deja más ganancia que el café.
I8	Estudiante 2 grupo 5	Bueno, podemos decir que en el mapa la mayor parte es café y en menor cantidad el lulo y otros cultivos como la arveja, frijol.
I9	Estudiante 3 grupo 5	En el mapa lo que se observa es que hay mucho café, sin embargo, debemos mirar las problemáticas que se presentan con estos cultivos, por ejemplo, insumos muy costosos.
I10	Estudiante 1 grupo 6	Entonces las problemáticas identificadas en el mapa son: alto costo de los fertilizantes, el tipo de fertilizantes que promueve el comité de cafeteros y el deterioro de la calidad del terreno donde se siembra.
I11	Estudiante 2 grupo 6	como la mayoría de las familias cultivan café las problemáticas que se identificaron son: el precio en el momento de la venta, insumos costosos, intereses altos en el banco.
I12	Estudiante 3 grupo 6	Si estoy de acuerdo, otra problemática son los costos del jornal.
I13	Estudiante 1 grupo 2	Una problemática es el precio de los jornales porque con alimentación incrementa los costos, otra, las formas de secado porque algunas familias no cuentan con un secadero tecnificado.
I14	Estudiante 2 grupo 2	El precio del café es muy variable, a veces mi papá no alcanza a pagar en el banco lo que le han prestado. Hay momentos difíciles que solo alcanza para comer, nada de comprar ropa.

I15	Estudiante 3 grupo 2	Hasta el momento, las problemáticas que identificamos son: alto costo en el transporte de los insumos, épocas de sequía, precio variable del café, fertilizantes costosos, precio del jornal.
I16	Profesora Adriana	De acuerdo con los aportes de cada grupo el café es la base económica de las familias, sin embargo, los altos costos en la producción muestran que es necesario pensar en otro tipo de cultivo alternativo que ayude a mejorar el sustento de las familias.

Fuente. Construcción propia.

La cartografía fue usada por la profesora no solo como herramienta para comprender las características de una situación dada, sino más bien como herramienta de crítica, en palabras de Grundy (1994) para vencer el silencio crítico. Las intervenciones en la Tabla 43, dejan ver que los estudiantes empiezan a comprender que lejos de tener una buena posición, los caficultores son objeto de un negocio rentable para otros, para ellos es un medio tradicional de subsistencia.

Figura 4.47. Cartografía educativa aplicada por el grado séptimo.



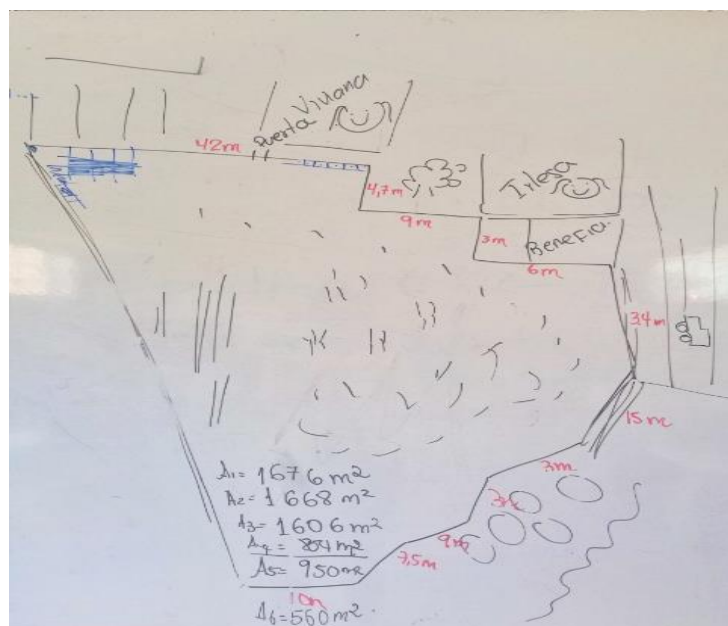
Fuente. Construcción de estudiantes del grado séptimo.

El cultivo del café pasa de ser usado para introducir un concepto como en las tareas iniciales del PF, o para comprender aspectos de económicos y culturales de la comunidad como la tarea conjunta sobre densidad de siembra, aquí es el foco de la reflexión sobre las condiciones de vida de la comunidad y de los mismos estudiantes.

Construcción de modelos reales

Un aspecto que valora la profesora son las representaciones para la construcción de modelos matemáticos, al igual que la clase del profesor Fabio, Adriana junto con sus estudiantes deciden construir un plano del terreno, pero a diferencia del profesor lo hacen a escala lo cual les facilitará usar otros métodos para encontrar el área del terreno.

Figura 4.48. Modelo real del terreno cultivado



Fuente. Elaboración del plano de un grupo de grado séptimo

La profesora en el acto de evaluar como complemento a la formulación de preguntas apoya la construcción de modelos reales, es posible ver esto en la Figura 62, en la cual los estudiantes pasan de un croquis a un polígono irregular para iniciar planteamientos matemáticos sobre él.

Trabajo matemático

El trabajo matemático es valorado por la profesora como un aspecto central desde las tareas iniciales, en ese momento era necesario para introducir un concepto o procedimientos (tarea del día de invierno), su uso fue tomando otras tonalidades por ejemplo como herramienta de participación en la toma de decisiones de la institución en la tarea que involucraba la densidad de siembra, en el que se utilizó la ecuación de Zenón para encontrar el área de una figura plana irregular. Por otra parte, en la tarea del análisis de factores de riesgo en el cultivo del café el grupo que se interesó por indagar las ganancias o pérdidas de esta actividad económica, planteo primero de manera verbal y luego simbólicamente una ecuación para encontrar el costo del abono para la siembra de una hectárea desde chapola (en el argot de la actividad) hasta la primera cosecha (Figura 4.49).

Tabla 4.47. Modelo de gastos en el proceso de abono.

$CTF =$ Cantidad total de fertilizante
 $P_h =$ plantas por hectárea
 $P_a =$ peso acumulado t
 $b_m =$ bultos de mezcla
 $P_{pU} =$ Precio x bulto Urea
 $P_{pD} =$ Precio x bulto DAP
 $P_{pV} =$ Precio x bulto

① $CTF = \frac{P}{h} \cdot \frac{P_U}{50} \cdot \frac{P_D}{50} + P_{pV} + P_{pD}$
 ② $CTF = \frac{P}{h} \cdot \frac{P_U}{50} \cdot \frac{P_D}{50}$
 ③ $P_{pV} = \frac{P_{pV} \cdot 1k \cdot 50k}{1000g}$

Precio de la planta hasta la parcela
 Cantidad total de plantas
 Precio por bulto de abono

Fuente. Cuaderno de estudiante grado séptimo.

Este es uno de los aspectos más relevantes del profesor porque cada vez tomaba importancia y conciencia para los estudiantes el uso de las matemáticas en la sociedad como herramienta para develar prácticas de riesgo, pero también ellos tomaban conciencia de las matemáticas en juego, en consistencia con la propuesta de Skovsmose (1999) construían una Arqueología matemática autónoma.

Validación

Los procesos que emergen de la validación se relacionan con la reflexión de los estudiantes sobre el proceso y la conexión de los resultados con la práctica estudiada. La Figura 65, muestra un insumo usado para la reflexión sobre los usos reales y teóricos de los abonos, la reflexión consistió inicialmente en identificar cuales indicaciones eran más rentable, pero posteriormente se convirtió en objeto de crítica.

Figura 4.49. *Contraste entre orientaciones teóricas y empíricas del proceso de abonado.*

#abonada	Edad de la Planta (meses)	Urea (g)	DAP (g)	Óxido magnesio (g)	Cloruro Potásico (g)	Total mezcla (g)	Peso acumulado (g)
1	1	12	5	0	0	20	20
2	5	20	0	0	0	20	40
3	10	22	11	0	7	40	80
4	14	30	0	0	0	30	110
5	18	33	10	2	17	63	173
<hr/>							
1	1	15	5	0	0	20	20
2	2	20	10	0	0	30	50
3	6	30	10	0	0	40	90
4	10	30	10	0	0	40	130
5	14	30	10	0	0	40	170
6	18	30	10	0	0	40	210

Fuente. Cuaderno de estudiante grado séptimo

Al encontrar los costos en cada caso, del caficultor y el técnico de comité, los estudiantes construyen su propia reflexión algo transparente. Sin cuestionar el papel de los insumos en la calidad de vida de las personas y en la calidad de suelo (Tabla 4.3.16). Esto se debe a que la participación ciudadana no es hecho inmediato, como menciona Ventosa (2018) este acto requiere de tiempo, acompañamiento y estímulo.

Tabla 4.48. *reflexión del grupo sobre la mejor práctica de abonado.*

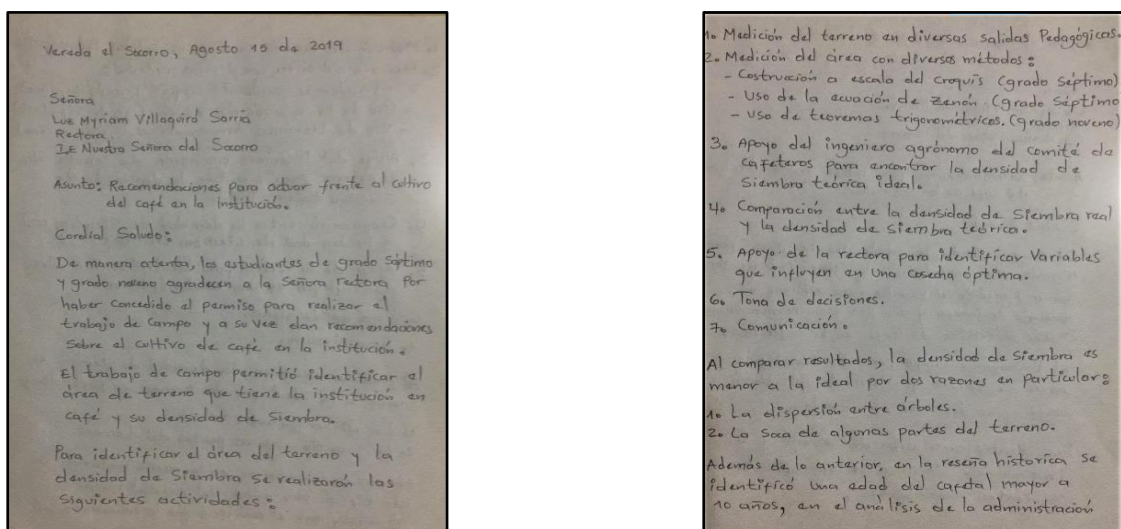
Intervención	Participante	Transcripción
I-53	Estudiante grupo 3	En el caso de los fertilizantes, solicitar asesoría al comité de cafeteros para el estudio de suelos y garantizar que los nutrientes que se les aplica sean aquellos que requiera el suelo, y de esta manera se ahorra dinero en la compra de fertilizantes que no van aportar los nutrientes necesarios a la planta.

Fuente. intervención de un estudiante del grado séptimo.

Participación

Atendiendo a la dinámica planteada por Pachón (2017) y Ventosa (2018) los estudiantes han movilizado su participación ciudadana de un nivel de motivación en el que son conscientes de la pertinencia de tener voz en las decisiones institucionales y ciudadanas. No solamente para elegir y encargar a otros de su participación tal como opera la idea de democracia instalada en la institución, en plano crítico de este uso de la democracia la profesora invita a los estudiantes a dar su opinión argumentada y por escrito a la rectora sobre lo que se debe hacer con el café sembrado en la institución (ver Figura 4.53).

Figura 4.50. Informe del análisis del cultivo de la institución.

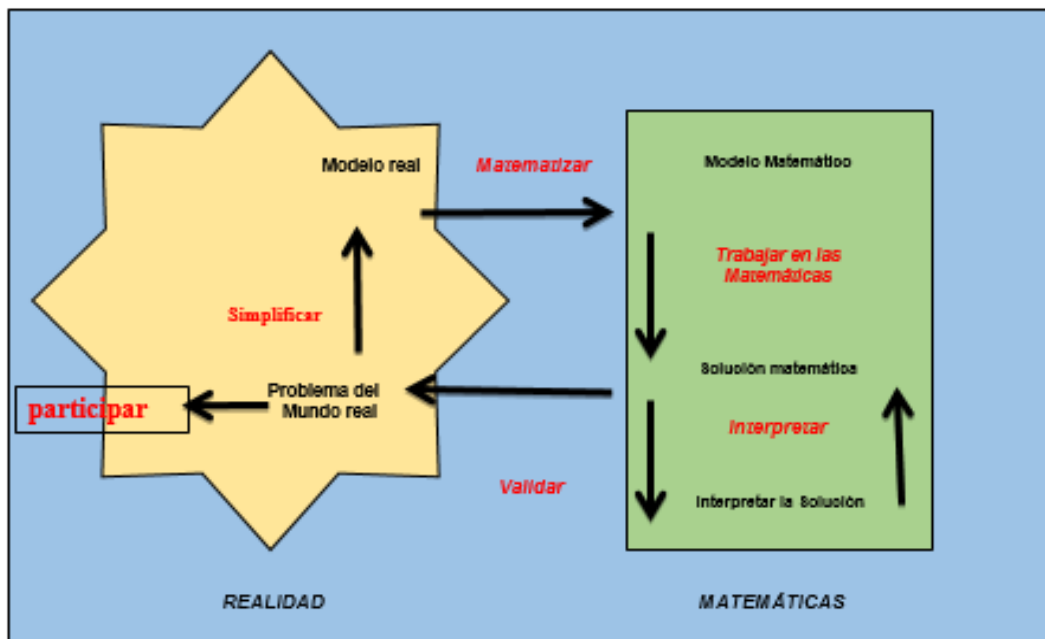


Fuente: Informe elaborado por los estudiantes de grado séptimo y noveno para presentar a la rectora.

Los productos, en la forma en que fueron usados por los profesores, adquieren un carácter provisional, en el sentido que no fueron definitivos por el contrario solicitaron enriquecerlos constantemente, aunque no necesariamente en la misma tarea. Este modo de actuar, es una característica que visibiliza la movilización de la competencia matemática modelizar crítica en un amplio periodo escolar, además esta continuidad curricular permitió la emergencia de la

participación como una dimensión o conjunto de procesos de esta competencia, lo cual consiste en actuar como ciudadano crítico y democrático en la comprensión y transformación de las prácticas de riesgo identificadas (ver Figura 4.54).

Figura 4.51. Proceso de modelación emergente.



Fuente: Construcción propia.

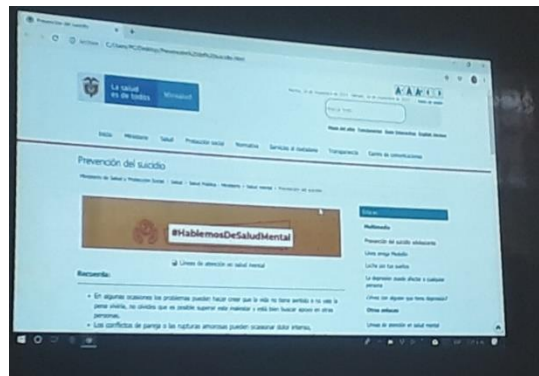
4.3.3 Contingencia

Profesor Fabio

Los casos más visibles de contingencia en el nivel de desviación de la agenda fueron las prácticas de riesgo que identificaron los estudiantes a partir de las cartografías sociales. El caso de los suicidios provocó repetidas acciones de contingencia debido a que no se podía prever lo que

sucedería cada clase, solo se podía esperar las acciones de los estudiantes para identificar el vacío o la necesidad y apoyar la movilización.

Figura 4.52. Acción de contingencia: salud mental.



Fuente. Gestión de aula Fabio.

La figura anterior muestra al profesor Fabio compartiendo estudios sobre suicidio tema que en Colombia se ubica en enfermedades de salud mental. Diferentes estudios presentan escalas para identificar potenciales suicidas. Visto de esta manera, la contingencia consistió en proveer insumos para que los estudiantes direccionaran sus proyectos.

Es claro que además de valorar productos relacionados con las fases de modelización, PF favorece la identificación de prácticas de riesgo de la comunidad rompiendo con el silencio crítico y dando lugar al compromiso ético, a la lucha y cooperación por mejores condiciones de vida. Por otra parte, en este escenario de análisis de prácticas de riesgo el profesor asume una postura distante sobre la necesidad de un contenido matemático específico: es evidente la conexión con diferentes conceptos matemáticos, entre ellos: área de figuras planas, regulares e irregulares, teorema del

coseno, conversión de unidades, uso de medidas estandarizadas y no estandarizadas, uso de múltiples sistemas de representación, construcción de encuestas a partir de escalas psicológicas. Aspectos no matemáticos como: reseña histórica, lectura de documentos de salud mental o de políticas económicas. Esto tiene incidencia en dos aspectos centrales de la resistencia al cambio en los profesores, por una parte, el tiempo y por otra el número de contenidos que se deben abarcar en el año escolar.

La práctica de evaluación del PF en torno a estos proyectos, le brindó herramientas para sugerir en reunión del consejo académico dos acciones de transformación curricular: una fue centrar el currículo en el análisis de prácticas de riesgo social y la otra fue usar el terreno de la institución como nicho de aprendizaje, en el que subsistieran diferentes proyectos de asignaturas diferentes o transversales, pero en última instancia darle vida a un currículo centrado en la competencia crítica de los ciudadanos.

Adriana

Las contingencias en la profesora Adriana se dirigen particularmente a atender a las preguntas de los estudiantes, lo cual es coherente con la postura formativa de la evaluación ya que el interés está situado en movilizar la CMM: fue más importante identificar los vacíos de los estudiantes para apoyar el paso a nuevas significaciones de esta competencia.

Tabla 4.49. *Contingencia de PA en relación al proceso de trabajo matemático*

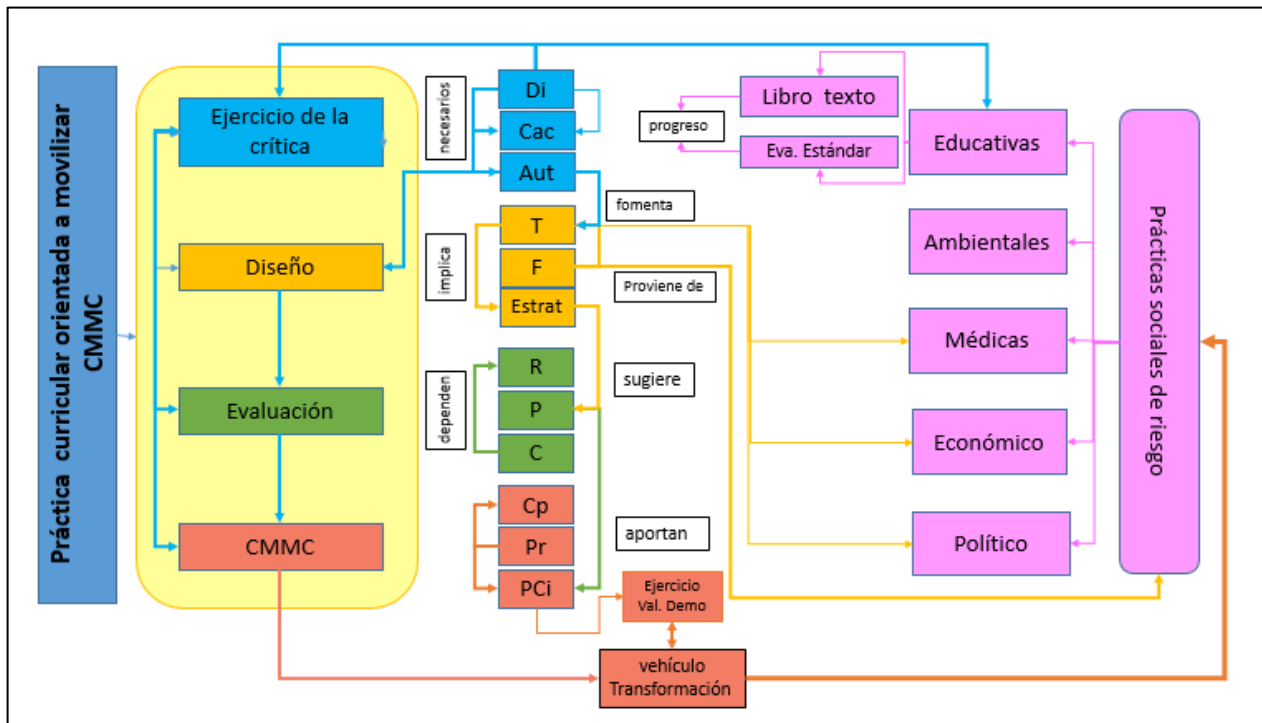
Intervención	Participante	Transcripción
I21	Estudiante grupo 2	Si profe, la distancia de siembra es de 1 x 1,40
I22	Profesora Adriana	Explíquenme, ¿qué significa 1x1,40?
I23	Estudiante grupo 2	1m de distancia entre plantas y 1,40 m entre surcos.
I24	Profesora Adriana	Con esa información, ¿cómo encuentran la cantidad de surcos por hectárea?
I25	Estudiante grupo 5	Profe en el punto 2 del momento 1, encontramos el número de plantas por hectárea, pero aún no hemos encontrado el número de surcos por hectárea. Sabemos que el caficultor ha sembrado café con una densidad de siembra de 1,25m x 1,30m, que la hectárea son 100m x 100m, ahora que hacemos, auxilio...
I26	Profesora Adriana	Una forma puede ser, representar los 10000m ² en un gráfico, después de hacer el trazado de los surcos colocando la distancia de 1,30m. Piensen en otra forma si es posible. Por ejemplo, una expresión que permita encontrar la cantidad de árboles por metro cuadrado con los datos que tomaron en la visita al terreno.

Fuente: Construcción propia.

La contingencia en la profesora toma forma de pregunta abierta no resuelta, que da pie para incentivar la indagación y el trabajo matemático, pero como complemento de la acción contingente, invita al técnico del comité de cafeteros para hablar sobre el tema. De esta manera, los profesores dan muestra de la formación inicial de una práctica curricular ubicada en el análisis de prácticas de riesgo social en la cual la CMM actúa como herramienta de crítica y como vehículo para ejercer la participación ciudadana.

En síntesis, la continuidad en la movilización de la competencia matemática modelizar crítica – CMMC, fue posible gracias a la configuración de prácticas curriculares constituidas por vínculos estrechos entre prácticas de diseño, evaluación y reflexión las cuales dieron vida a esta competencia como vehículo para la participación ciudadana y como propósito de la educación matemática en la institución.

Figura 4.53. Configuración de la práctica



Fuente. Construcción propia.

En correspondencia, los profesores lograron plasmar la CMMC en los diseños sin embargo en la evaluación la historia es diferente, si bien este apartado muestra que los profesores fortalecieron la evaluación formativa privilegiando el ejercicio de valores democráticos. En el plano de la reflexión sobre las políticas de evaluación institucional, los profesores muestran un distanciamiento sobre aspectos de fondo como la construcción de desempeños basados en la dimensión cognitiva en detrimento de la dimensión sociopolítica, en este aspecto las relaciones de poder permanecieron inmóviles entre los directivos y profesores.

Una de las consecuencias de tales prácticas fue la aproximación a un nuevo modelo de modelización que se fundamenta en la participación ciudadana que está en el centro de la CMMC, como se evidencia en el análisis. Este nuevo componente no es solo una extensión al modelo es también una resignificación al uso que se otorga al modelo (Figura 67). Desde esta óptica, se amplía el uso de la aplicación para solucionar un problema o impulsar el aprendizaje significativo de conceptos matemáticos para comprender las prácticas que tienen lugar en el microcontexto posibilitar su conexión con en el macrocontexto de modo que además de identificar aquellas que invocan dominación o injusticia social, los sujetos en ejercicio de sus derechos usen los modelos como dispositivo de participación y transformación.

5 CONCLUSIONES

En el siguiente apartado, se presentan las conclusiones de la investigación, de acuerdo con los tres objetivos planteados en ella.

5.1 Objetivo 1: Analizar las contribuciones de los procesos de reflexión y participación a la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica

El ejercicio de la crítica, en términos de la reflexión y la participación de los profesores, significó apoyar el proceso de empoderamiento de los profesores de matemáticas en ejercicio implicados en el estudio, en la construcción de un discurso para la acción responsable, consciente, autónomo y continuo, dirigido a resignificar la visión de las competencias matemáticas y en particular de la competencia matemática modelizar. Tal discurso, fue posible en un proceso de formación, fundamentado en ciclos continuos de reflexión en la acción y para la transformación de sus prácticas, en el cual, el análisis de la práctica propia y las lecturas compartidas condujeron a la construcción de significados compartidos y a una forma particular de leer su mundo.

En este plano del empoderamiento de un discurso, los profesores movilizaron procesos de reflexión y participación en torno a tres acciones que fueron indispensables para la movilización de la CMMC, a saber: discernimiento, construcción de acuerdos y autonomía. Las acciones de discernimiento fueron orientadas por la identificación de incidentes críticos en las narrativas de los profesores relacionadas con las prácticas de diseño de tareas y evaluación. Derivado de estas

reflexiones de reconocimiento los profesores volcaron su participación de un nivel asistencial a uno decisivo que gracias a procesos de reflexión dialógica desencadenaron acciones de consenso y construcción de acuerdos, como se puede observar en el apartado 4.1.2, tales como centrar el currículo de matemáticas en la competencia matemática modelizar y en consecuencia en el análisis y lectura de las prácticas sociales y eventualmente en las prácticas de riesgo social.

Los desplazamientos en la práctica curricular estuvieron orientados por el juicio ético, es decir, las continuas reflexiones sobre su práctica llevaron a los profesores a tomar decisiones pensando en lo bueno para los estudiantes o cuestionando si lo planteado para su formación matemática era realmente bueno para ellos. Este bien se consolidó en lo bueno que sería la lectura y comprensión crítica del mundo en la vida de los sujetos que aprenden, no solo para la construcción de significados matemáticos sino y particularmente por el ejercicio de valores democráticos.

Tabla 5.1. *El juicio ético en las reflexiones de los profesores.*

Intervenciones	Participante	Transcripción
I-30-S4-M1	Profesora Adriana	No profe yo me imagine, primero unas situaciones relacionadas con los números enteros, que es uno de los temas básicos de grado séptimo y otra luego sobre proporcionalidad que hemos trabajado con Fabio. Pero si, me inspiré en aquellos problemas que muestran escalas verticales, por ejemplo, de temperaturas bajo cero o desplazamientos bajo el nivel del mar.
I-50-S4-M1	Profesor Fabio	Bueno profe, la idea la trajo Adriana, estamos con la preocupación de cómo incluimos el contexto a temas particulares y asociados a promover el uso de las matemáticas en contextos. Así que planteamos un tema, la proporcionalidad y empezamos a buscar una situación que le diera sentido a ese concepto. Entonces buscamos situaciones que aparecen en los libros y tratamos de conectar con la realidad.
I-51-S4-M1	Profesora Adriana	Sí, estamos en esa búsqueda cuando pasábamos por los lavamanos de los estudiantes y vimos una pequeña fuga de agua, allí profe... vimos la oportunidad de tratar un problema social de la población estudiantil, el mal uso del agua potable.

Fuente: Reflexiones de los profesores en la cuarta sesión del primer momento de formación

En la Tabla 54, se puede observar un ejemplo de esta búsqueda de lo mejor para los sujetos, especialmente, la búsqueda de una lógica diferente en las tareas propuestas a los estudiantes, lo cual, simultáneamente promueve en los estudiantes la lectura crítica del mundo. En las apreciaciones de los profesores se concibe un desplazamiento emergente que inicia con evocar prácticas sociales que se ajusten a un contenido (I-30-S4-M1), luego la preocupación se extendió al uso de las matemáticas en la sociedad (I-31-S4-M1), al finalizar PA plantea: *“vimos la oportunidad de tratar un problema social de la población estudiantil, el mal uso del agua potable”* (I-31-S4-M1), en esta intervención los profesores reconocen que es más adecuado para la formación matemática, atender a prácticas sociales de riesgo. Aunque en esta tarea no se consolida una participación política directa, la lectura crítica del mundo si es un punto a favor de ella, por lo cual, se puede inferir que la reflexión sobre la propia práctica permitió cuestionar lo adecuado de la formación matemática escolar y que las decisiones del profesor influyen en los aspectos de la competencia matemática modelizar sociocrítica que son movilizados.

El hecho de centrar la práctica curricular de matemáticas en la lectura del mundo y su comprensión, muestra que el ejercicio de la crítica movilizó el interés de los profesores hacia el empoderamiento crítico de los estudiantes en el ejercicio de valores democráticos, como la participación política, más que en contenidos (Valero, 2012; 2017). Esto se pudo ver cuando los profesores promovieron: la escritura de informes con argumentos y sugerencias a la rectora, el cuestionamiento de las acciones de los entes del gobierno para exigir acciones vinculadas con mejores condiciones de vida.

La escritura de informes, en las figuras 4.46 y 4.51 promovió la oportunidad de hacer escuchar la voz de los integrantes de la comunidad, por ejemplo, cuando se presentó el informe a la rectora sobre qué acciones tomar frente al cultivo del café en el terreno de la institución, constituyó una oportunidad para reclamar su derecho a participar directamente en las decisiones institucionales.

Tabla 5.2. Oportunidad de participación política de los sujetos.

Intervención	Participante	Transcripción
I41	Estudiante 1 grupo 3	Estamos de acuerdo en no hacer resiembra porque el cafetal lleva muchos años...hay plantas que tienen muy pocas ramas entonces la producción del grano es poca. Pedir la asesoría a expertos para hacer la siembra debido a que las condiciones topográficas del terreno influyen en obtener buenos resultados de producción.
I42	Estudiante 2 grupo 3	Estamos de acuerdo en renovar el café, sembrar cultivos alternativos mientras crece el café, utilizar buenos fertilizantes, abonar en las épocas que lo recomienda el asistente del comité, evitar la quema para conservar las fuentes hídricas y no contaminar el aire.
I43	Estudiante 2 grupo 2	Compartimos las apreciaciones de los compañeros, pero también hay que tener en cuenta el diseño del beneficiadero pues según el representante del comité de cafeteros, el beneficio del café consume mucha agua y si esta no es bien tratada, colocando filtros en el recorrido hasta la fuente hídrica cercana, va a contaminar y muchas personas no podrán consumirla.
I44	Profesor Fabio	Está muy bien, pero porque decidieron eso, ¿basados en qué?
I45	Estudiante 2 grupo 2	profe después de encontrar los números de la densidad de siembra real y compararla, vemos que son parecidos, muy aproximados, pero la distribución del sembrado no es la adecuada, también deberíamos cuestionar el abono usado porque el que se usa es químico, pero si usamos uno orgánico podríamos contribuir a un café de mejor calidad, lo cual es más rentable.
I46	Estudiante 1 grupo 3	De acuerdo con el compañero, pero además es más conveniente para la salud y el medioambiente.
I47	Profesor Fabio	con estos argumentos pueden escribir el informe para presentarle a la rectora.

Fuente. Participación de los estudiantes en una sesión de clase del momento 4.

La oportunidad de tener voz en la institución es una muestra de participación social pero que va más allá de la interacción, esta constituye una participación política en tanto que el sujeto hace uso de un derecho fundamental que es la libre expresión, en la Tabla 55, cuando un estudiante del grupo 2 opina que *“después de encontrar los números de la densidad de siembra real y compararla con la obtenida con nuestros procedimientos, vemos que son parecidos, muy aproximados, pero la distribución del sembrado no es la adecuada, también deberíamos cuestionar el abono usado porque el que se usa es químico, pero si usamos uno orgánico*

podríamos contribuir a un café de mejor calidad” (I 45). El estudiante muestra que tiene un conocimiento del contexto que apoyado en los significados matemáticos construidos, le permiten participar en las decisiones de la institución, a diferencia de la participación representativa que se reproduce en las instituciones. Además, en la intervención I46 se confirma que los significados matemáticos están fuertemente vinculados con su lectura del mundo, la comprensión de su experiencia en ese mundo y la participación para tomar decisiones que mejoren las condiciones de vida de la comunidad.

Los cuestionamientos sobre las relaciones de poder que desfavorecen la comunidad fue una fuente de problematización y de participación política apoyada por herramientas como la cartografía social y las narrativas de las prácticas de la región, un ejemplo de ello se presenta en la Tabla 56, en ella se muestra como los estudiantes pueden identificar las condiciones de pobreza de sus familias y el oportunismo de los bancos para generar préstamos vinculados a sus cosechas, ante esta realidad el grado decide indagar por la rentabilidad del cultivo del café y recomendar posteriormente a su familia otras oportunidades de siembra.

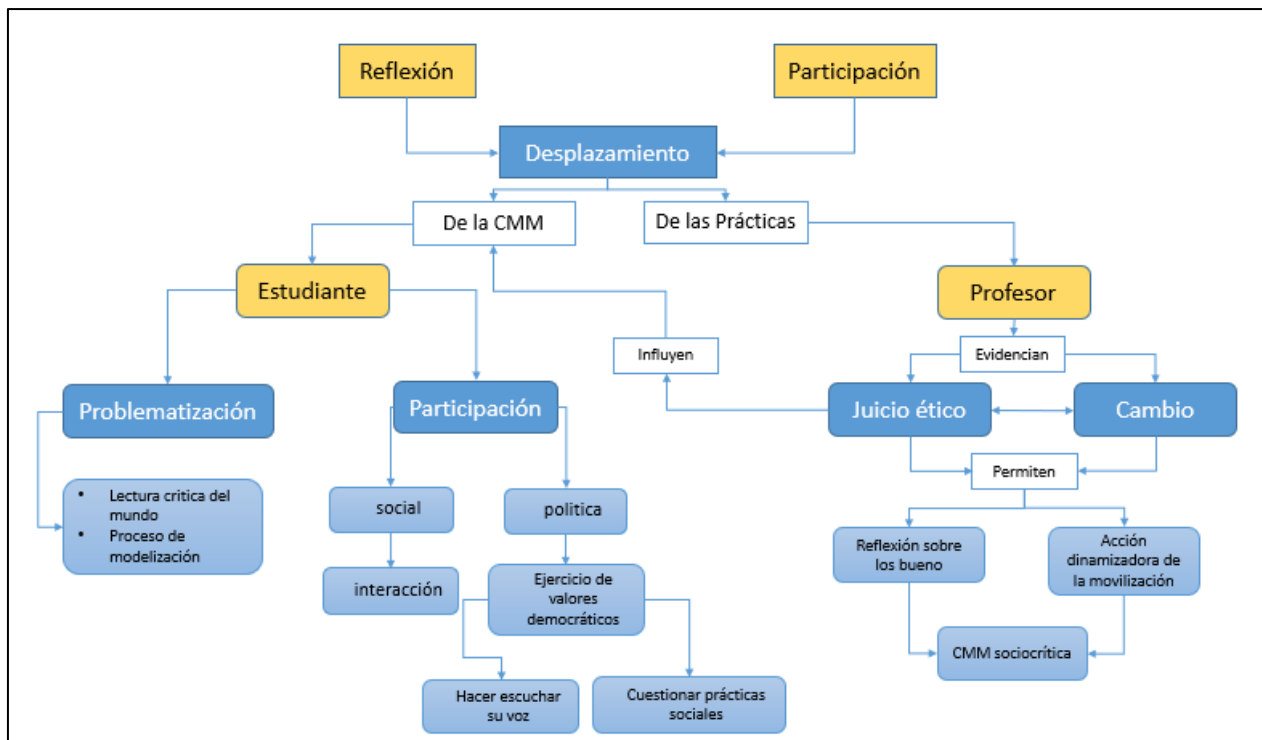
Tabla 5.3. *Oportunidad de problematización a partir del análisis de las prácticas sociales.*

Intervención	Participante	Transcripción
I10	Estudiante 1 grupo 6	Entonces las problemáticas identificadas en el mapa son: alto costo de los fertilizantes, el tipo de fertilizantes que promueve el comité de cafeteros y el deterioro de la calidad del terreno donde se siembra.
I11	Estudiante 2 grupo 6	como la mayoría de las familias cultivan café las problemáticas que se identificaron son: el precio en el momento de la venta, insumos costosos, intereses altos en el banco.
I12	Estudiante 3 grupo 6	Si estoy de acuerdo, otra problemática son los costos del jornal.
I13	Estudiante 1 grupo 2	Una problemática es el precio de los jornales porque con alimentación incrementa los costos, otra, las formas de secado porque algunas familias no cuentan con un secadero tecnificado.
I14	Estudiante 2 grupo 2	El precio del café es muy variable, a veces mi papá no alcanza a pagar en el banco lo que le han prestado. Hay momentos difíciles que solo alcanza para comer, nada de comprar ropa.

Fuente. Sesión de clase del grado séptimo.

De esta manera, los procesos de reflexión condujeron a un nivel de participación ejecutiva autónoma, en la cual los profesores se distanciaron de prácticas de diseño centradas en la reproducción de las lecciones de los libros texto hasta llegar a la construcción propia y cooperativa de tareas matemáticas, las cuales también pasaron de evocar situaciones cotidianas asociadas a un concepto matemático a instalarse lentamente en una perspectiva sociocrítica que busca empoderar a los estudiantes en procesos de problematización y participación política como aspectos fundamentales de la Competencia matemática modelizar sociocrítica como se muestra en la Figura 5.1.

Figura 5.1. contribuciones de la reflexión y la participación a la movilización de la CMM sociocrítica.



Fuente: construcción propia

5.2 Objetivo 2: Identificar los significados de la competencia matemática modelizar movilizados en los diseños propuestos por los profesores

La caracterización del diseño de tareas para movilizar la competencia matemática modelizar se realizó a partir de la resignificación teórica de esta competencia en una perspectiva crítica en la que convergen: la postura de competencia matemática democrática y crítica (Valero et al., 2015), la modelación matemática crítica (Da Silva y Kato, 2012), una visión de alfabetización crítica (Freire, 1984; 1996), así como el análisis de tareas de modelación (Villa-Ochoa et al., 2017; Strobel et al., 2013).

Bajo esta mirada, se logró evidenciar una relación interdependiente entre los significados de competencia matemática modelizar (CMM), los procesos de reflexión y participación, la construcción de tareas y la evaluación formativa que tiene lugar en la gestión de aula. Particularmente, se encontró que a medida que los profesores reflexionaban sobre los diseños de tareas matemáticas surgían nuevos significados concertados sobre la CMM que les permitían configurar nuevas tareas aportando claridad en términos del tipo de tarea, las estrategias usadas en el diseño, el tipo de participación que induce y la visión sobre los valores democráticos.

Las tareas de modelación matemática se movilizaron desde los enunciados verbales realistas a los auténticos; particularmente el tipo de autenticidad de impacto fue fortalecido hasta tomar forma de proyectos basados en cuestionamientos de las prácticas sociales que significaban un riesgo para la población. Al someter cada tarea a los criterios que componen cada significado

de competencia matemática modelizar se encontró que las tareas asociadas a enunciados verbales realistas promueven, principalmente, la competencia matemática modelizar cognitiva (CMMCo). Este tipo de tarea usa el contexto para generar situaciones hipotéticas, aunque es posible que promueva ciertos aspectos de la modelización crítica (Da silva y Kato, 2012), por ejemplo, promover el trabajo en grupo y considerar la cultura de los sujetos, el foco está en responder una pregunta usando un concepto o procedimiento. Tal es el caso de las tareas: exportación de café, del profesor Fabio y Paseo a Campo Sevilla, de la profesora Adriana. En ambas tareas, se privilegian los aspectos anteriormente identificados, sin embargo, hay ausencia de la participación activa de los sujetos en la sociedad.

Figura 5.2. Características de los enunciados verbales realistas.

Consideraciones para la propuesta de clase

En esta propuesta se invertirá el orden de la clase de la siguiente manera, se iniciará la clase no a partir del título del objeto matemático, sino desde una situación que involucra conexiones con su contexto [exportación del café]. Ya que en los libros de texto se inicia con la noción de ángulo, sistemas de medidas de ángulos, conversión entre sistemas, para terminar en ejercicios de aplicación de la longitud de arco. Partiremos de una situación sin una explicación del concepto de longitud de arco por parte del profesor. Se realizará una aproximación desde los conocimientos de los estudiantes en relación a este concepto.

La intención es encontrar y usar la ecuación de la longitud de arco, se mostró la necesidad en esta de identificar el concepto de radián y con esto se introdujo a los conceptos o temas matemáticos de sistemas de medida de ángulos y así al de ángulos.

Fuente: consideraciones planteadas por el profesor Fabio en a tarea: exportación de café

En las consideraciones escritas por el profesor Fabio sobre la tarea “Exportación del café” en la Figura 5.2 se puede leer “la intención es encontrar y usar una ecuación de la longitud del arco”, esta declaración lleva consigo un significado de la competencia matemática como aplicación de conceptos, es decir de dominio de conceptos matemáticos para aplicar las matemáticas ante cualquier situación. Aquí claramente, no hay intenciones de promover la lectura crítica del mundo y la participación activa en la sociedad, la cual se puede promover con el análisis de tratados de libre comercio y las implicaciones para los caficultores. Estos mismos aspectos pueden ser vistos en la tarea “Visita a Campo Sevilla” o “Día de invierno” propuestas por la profesora Adriana, en ellas hay un vínculo con la realidad como variación de la temperatura o la flotación de objetos, pero los datos fueron adecuados para poder introducir conceptos matemáticos, en este caso particular representaciones de los números enteros.

La competencia matemática modelizar sociocultural, está orientada por el interés de comprensión del mundo, la interacción, el diálogo en la construcción social de significados matemáticos. De acuerdo con esto, las tareas usadas para movilizar este significado de CMM se vinculan a tareas de enunciados verbales auténticos de impacto, en los cuales, se busca: generar juicios sobre las prácticas culturales, estudiar sucesos o problemas de la sociedad, permitir la interacción y la acción fuera del aula y la participación como ciudadanos comprometidos (Strobel et al., 2013). Estas acciones, convergen en: la participación crítica y democrática en el aula, la participación del estudiante en la sociedad, especialmente la extensión a la comunidad y particularmente considerar la cultura de los estudiantes.

Este tipo de acciones se pueden apreciar en el diseño cooperativo realizado entre ellos profesores orientado a reconocer los factores que influyen en la calidad del café con el fin de plantear sugerencias a la rectora sobre el cultivo de la institución. En la Tabla 57, se puede apreciar como los profesores construyen el significado de otra perspectiva de la competencia matemática modelizar que vas más allá de dominar el proceso de modelización.

Tabla 5.4. Construcción de la competencia matemática modelizar sociocultural.

Intervención	Participante	Transcripción
I-19-S3-M3	Profesor Fabio	<p>Claro profe, lo que nos compartió sobre competencia matemática modelizar se basa fundamentalmente en el dominio del proceso de modelación, esto es importante porque nos ayudó a dar un giro en la forma de construir conceptos matemáticos con los estudiantes en clases. Pero cuando leemos los documentos de la doctora Valero y retomamos la lectura de los estándares y vemos unos propósitos de la educación matemática mucho más amplios que este dominio pensamos que la modelación debe también contribuir a la formación de valores democráticos, es decir el ejercicio de ellos fuera de la escuela y dentro de ella-</p> <p>Incluso profe, nos cuestionamos cuantas veces discriminamos a los estudiantes por este dominio y desconocemos las prácticas sociales que si domina. Estas pueden ayudarnos a despertar el interés de los estudiantes que sienten un abandono de nuestra parte, cuando sienten que pese a los esfuerzos por lo que ellos llaman <i>entender</i> siempre pierden, en particular esos que llamamos cansones o esos niños muy lindos, juiciosos pero que no obtienen buenas notas.</p> <p>Esto no ha motivado a cuestionarnos nuevamente. Abordar esta competencia es importante, pero está incompleta si no damos muchas posibilidades de construir modelos, oportunidades de diálogos sobre esto que, si conocen para permitirles desenraizar el uso de esas matemáticas y dar sentido a sus mismas prácticas, porque pese a que ellos están en el ambiente del café son sus padres los que se encargan del negocio familiar, ellos no comprenden toda la dinámica, más allá de ayudar a recolectar café cuando hay cosecha fuerte.</p>
I-20-S3-M3	Profesora Adriana	<p>Si eso cierto profe, identificar que si su cultivo no cumple con condiciones básicas como la densidad de siembra el comité de cafeteros no les presta para insumos o no van a obtener una ganancia es descubrir una práctica social - económica que estaba frente a sus ojos.</p> <p>Es permitirle también pensar si existe un equilibrio entre esa ganancia económica, su vida social y el cuidado ambiental. estos aspectos... digamos que dotan a la modelación de un significado para el estudiante, un significado que vas allá del dominio del proceso, es un significado relacionado con comprender y cuestionar sus propias prácticas sociales y el impacto de las prácticas matemáticas. Es decir se hace visible un significado de la CMM que le permite relacionarse con el mundo que lo rodea que ha estado siempre frente a él pero que él no comprendía y no lo comprendía porque no le habíamos dado la oportunidad.</p>

Fuente: diálogo en reunión del comité de área

Cuando PF opina que *“Esto no ha motivado a cuestionarnos nuevamente. Abordar esta competencia es importante, pero está incompleta si no damos muchas posibilidades de construir modelos, oportunidades de diálogos sobre esto que, si conocen para permitirles desenraizar el uso de esas matemáticas y dar sentido a sus mismas prácticas”*. Está reconociendo que, de acuerdo con una posición sociocultural de las matemáticas, la CMM debe ser resignificada en términos de las posibilidades de dialogo abierto, diversidad de modelos matemáticos y de comprensión de las prácticas sociales en las cuales viven los sujetos cotidianamente como una oportunidad de dar sentido a su actividad matemática. Para la profesora Adriana, abordar el análisis del terreno es un pretexto para abordar cuestionamientos sobre la práctica social del cultivo de café y los usos de las matemáticas en torno a ella, para la profesora un objetivo de esta tarea *“Es permitirles también pensar si existe un equilibrio entre esa ganancia económica, su vida social y el cuidado ambiental”*. En el diálogo entre los profesores es claro el distanciamiento de una tarea centrada en un contenido específico, para centrarse en la comprensión una práctica, de la cual pueden emerger diferentes contenidos simultáneamente pero tambien lecturas del mundo, cuestionamientos de prácticas y participación en su comunidad.

Hasta el momento las tareas han sido propuestas por los profesores asunto que identificaron como un obstáculo para avanzar hacia un significado sociocrítico de la competencia matemática modelizar razón por la cual los profesores consideraron que era necesario disponer de herramientas que contribuyeran por una parte a identificar prácticas de riesgo y por otra, a dar la oportunidad al estudiante de actuar como codiseñador de las tareas a las que se va a enfrentar. En este sentido, el interés está en difuminar las relaciones de poder y las fronteras del aula.

La cartografía educativa (Barragán y Amador, 2014) y las narrativas de sus experiencias constituyeron herramientas para consolidar el interés de empoderamiento de los estudiantes como sujetos políticos, en el sentido que plantea Valero (2002; 2012) como sujetos de derecho que tiene la oportunidad de participar. Estas estrategias dialógicas fueron fundamentales para empoderar a los estudiantes en la lectura del mundo, cuestionamiento de las prácticas sociales, la construcción de modelos para develar prácticas de riesgo, es decir como oportunidad de problematización (Neto y de Carvalho, 2018) y de participación democráticamente en torno a la transformación de los riesgos identificados. De acuerdo con lo anterior, las tareas para movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica parten del hecho de participación de los estudiantes en el diseño, con mayor o menor grado de acompañamiento del profesor, de esta manera se garantiza que las tareas propuestas tengan valor en la vida de los sujetos.

En el caso del profesor Fabio, el uso de la cartografía ayudó los estudiantes del grado undécimo a identificar varias problemáticas, entre las más relevantes emergieron indagar los factores que inciden en las ideas y actos de suicidio en la institución. También, identifican la necesidad de indagar sobre el tratamiento de las finanzas en el municipio, en particular la inversión de los impuestos que pagan los ciudadanos de la región (ver Tabla. 58).

Tabla 5.5. *Identificación de problemáticas a partir de narrativas y cartografías.*

Intervención	Participante	Transcripción
I24	Estudiante 2 grupo 2	La situación de suicidio en adolescentes.
I25	Estudiante 1 grupo 3	La situación económica del país.
I26	Estudiante 1 grupo 4	En que se invierten los impuestos.
I27	Estudiante 1 grupo 2	El aborto.
I28	Estudiante 1 grupo 5	porque los estudiantes no valoran el estudio
I29	Estudiante 1 grupo	Cuidado de los recursos naturales.

I30	Fabio	Teniendo esas seis situaciones de riesgo que ustedes han identificado en nuestra comunidad, ¿cuál consideran más relevante e importante para estudiar?
I31	Estudiante 1 grupo 4	...todas, otro dice,
I32	Estudiante 1 grupo 2	sería bueno la de los impuestos...
I33	Estudiante 1 grupo 3	la de porque no valoran el estudio...
I34	Fabio	Jóvenes escuchémonos... levante la mano para dar su opinión... si estudiante XY díganos
I35	Estudiante 1 grupo 3	Las tres primeras están relacionadas con situaciones ...
I36	Fabio	Ella propone trabajar las tres relacionadas con el comportamiento social, el suicidio, la falta de interés por el estudio y embarazo en adolescentes. Quien más, alguien tiene otra idea diferente, escuchamos al compañero que está alzando la mano.
I37	Estudiante 1 grupo 2	Profe, sería bueno estudiar la del desinterés por el estudio, el suicidio en adolescentes y el de impuestos...
38	Fabio	Bueno ya que escucho varios diciendo que sí, apoyando la propuesta del compañero, levanten la mano los que están de acuerdo... casi que todos... pero antes de definir, díganme porque estudiar estas, cual es la relevancia o importancia que le darían ustedes.
I39	Estudiante 1 grupo 3	La de los impuestos porque uno escucha decir que más y más impuestos.
I40	Estudiante 1 grupo 3	y nadie sabe en que se invierten esos impuestos.
I41	Estudiante 1 grupo 4	La del suicidio ya que... pues todos conocemos las cosas que han pasado, los intentos y suicidios que se han dado acá... y los del desinterés pues por lo que todos sabemos el bajo rendimiento que hay...
I42	Fabio	Bueno, pero definamos chicos entonces cual de todas estas

Fuente: Sesión de clase del grado undécimo.

En el caso de la profesora Adriana en proceso de problematización requirió un acompañamiento más cercano a los estudiantes de grado séptimo. En este acompañamiento los estudiantes cuestionaron las políticas de los bancos y del comité de cafeteros, quienes a juicio de los estudiantes monopolizan el mercado para mantener endeudado a sus padres.

Esta vinculación directa entre el diseño y la competencia develó también estrategias de diseño que cambian de acuerdo con la fuente o el papel del contexto y la lógica de diseño propiamente dicha. Además, cada diseño está asociado a una visión de ejercicio de valores democráticos y por tanto a un tipo particular de participación deseado en los estudiantes. En el caso particular del diseño orientado a movilizar la CMMC, la fuente está constituida por aquellas prácticas sociales de riesgo, que incluyen entre otras cosas: cuestionar el poder y las acciones de

entes del gobierno, identificar prácticas de desventaja social y develar cómo operan y difuminar, compartir o democratizar la práctica del diseño. Sin embargo, se encontró que, para llegar a esto es necesario abrir las fronteras de la escuela, difuminar las relaciones de poder entre profesor y estudiantes, es decir construir una interacción dialógica entre pares, en el sentido que se despierte la sensibilidad por las necesidades del otro, del compañero, del que está al lado y de descubrir la fuente de tales necesidades como se presentó en la Tabla 56.

Teniendo en cuenta la posibilidad de empoderamiento que fundamenta el diseño de tareas para movilizar la competencia matemática modelizar sociocrítica, estas se configuran a partir de proyectos construidos de manera cooperativa entre profesor y estudiantes; también está vinculado con la participación democrática dentro y fuera del aula, las acciones comunitarias, la experiencia, intereses y creencias del estudiante y particularmente, con la oportunidad de participación crítica en la sociedad.

En resumen, el diseño tomó un carácter dinámico debido a la continua reflexión de los profesores, lo cual permitió la construcción compartida diversos significados hasta posicionarse en la competencia matemática modelizar sociocrítica (CMMC). Así mismo, la autonomía de los profesores prevaleció sobre los condicionamientos del sistema curricular estandarizado que promueve el traslapamiento de la formación democrática por una formación dirigida hacia la obtención de resultados. En este sentido, la práctica de diseño fue consistente con una perspectiva curricular democratizante que ofrece múltiples oportunidades de movilización de la CMMC.

5.3 Objetivo 3: Caracterizar los componentes de la evaluación implicados en la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica

La prevalencia de la evaluación formativa frente a la evaluación sumativa constituyó una decisión fundamental para movilizar la CMMC, en el sentido que no se trató de identificar el nivel de competencia al terminar un ciclo de enseñanza para compararlos frente a otros estudiantes o instituciones o como condición para acceder a privilegios otorgados a los buenos estudiantes en matemáticas si no de acompañar en el proceso de enseñanza y aprendizaje al sujeto político; también, para contribuir a la consolidación de una competencia, que ubica en el centro de sus intereses, en su corazón, la prioridad de la participación ciudadana como consecuencia de haber identificado una práctica de riesgo social que atañe e involucra sus necesidades sociales.

En esta investigación fue posible establecer que en la evaluación formativa en la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica, los profesores toman distancia de productos finales que respondan a un ideal establecido por agentes externos o por un sistema de clasificación. Todo lo contrario, los productos son provisionales, dinámicos y sirven de punto de partida para modificar la práctica de evaluación del profesor; de este modo, fue predominante el acompañamiento en la búsqueda de la autonomía y la responsabilidad de llevar a cabo procesos de modelización en diferentes manifestaciones para esclarecer y actuar frente a prácticas de riesgo político, económico, ambiental, médico, entre otros. Bajo esta mirada, los profesores desarrollaron una práctica evaluativa dialógica, humana y autocrítica en la cual, favorecieron la comprensión y simplificación a partir de la lectura del mundo mediante estrategias dialógicas, pero especialmente valoraron el uso de la modelización para extender la participación fuera de la escuela, organizarse

para actuar ante la naturalización de hechos sociales, sensibilizarse frente a la necesidad de la necesidad propia o de otros.

Este proceso no fue inmediato, al igual que en la práctica de diseño, los procesos de reflexión activaron desplazamientos de las prácticas de evaluación paulatinamente desde un marco de referencia de la evaluación del aprendizaje y dominio de conceptos a la evaluación para el aprendizaje y la movilización de la competencia matemática modelizar crítica. Al finalizar el primer momento del proceso de formación, en la implementación de los primeros diseños propios (ver apartado 4.2), el interés de los profesores se instalaba en adecuar una información relacionada con el contexto de la comunidad para introducir representaciones matemáticas de conceptos específicos. Lo anterior es evidente en las rúbricas de evaluación (Tabla 5.6) y en las tareas matemáticas construidas en el primer momento del proceso de formación, las cuales tomaban las fases del proceso de modelización como apoyo para construir las tareas (Figura 4.4).

Tabla 5.6. Rúbrica de evaluación de la primera tarea diseñada por el profesor Fabio.

Descripción de la situación problema	Matematización	Trabajo matemático	Validación y uso del modelo matemático
Identifica múltiples formas de encontrar la trayectoria y la distancia entre dos puntos en una esfera y hace formulaciones de relaciones de dependencia entre algunas de ellas.	Usa relaciones de dependencia, entre cantidades de magnitud y parámetros de la circunferencia para encontrar la longitud de arco.	Usa relaciones de dependencia directa e inversa, identifica y relaciona cantidades de magnitud asociadas a la longitud de arco.	Establecer juicios éticos y críticos.
Identifica múltiples formas de encontrar la distancia entre dos puntos en una situación real.	Usa relaciones de dependencia, entre el radio y la longitud de arco.	Describe verbal y aritméticamente- operaciones básicas- relaciones de dependencia en la longitud de circunferencia.	Describir, representar y explicar la realidad
Identifica cantidades de magnitud y tipifica dependientes e independientes.	Plantea la relación entre el ángulo barrido y la longitud de arco con base en la información recogida.	Describe verbalmente las relaciones de dependencia entre cantidades de magnitud y el tipo de variación	Generar patrones, generalizar

Identifica cantidades de magnitud sin tipificar.	Reemplaza términos, aunque sus procedimientos no sean adecuados.	Aplica operaciones básicas sin reconocer el tipo de variación o cantidades de magnitud adecuadas con la situación.	Aplicar como fórmula
--	--	--	----------------------

Fuente: construcción del profesor Fabio

Las fases del proceso de modelización fueron también usadas para plantear a priori rúbricas de evaluación, como se muestra en la Tabla 5.6, en este primer momento presentaba un interés en promover la matematización vertical, en el sentido propuesto en Solar (2009) de refinamiento de procedimientos, nótese que la mayoría de criterios de la rúbrica de evaluación están direccionados hacia la generalización, el uso de relaciones matemáticas de dependencia entre cantidades de magnitud y el uso de fórmulas. Aunque ya se evidencia que, en la validación, los profesores empiezan a ver la necesidad de construir juicios éticos sobre los usos del modelo y la práctica misma, el proceso de modelización está orientado con fuerza hacia la matematización y el trabajo matemático. En esta rúbrica, también es evidente que no se valora la participación social, una posible causa de esto es, como se ha venido mostrando, la prioridad que se concede al uso de conceptos matemáticos abordados con antelación o en proceso de construcción y la visión individual sobre el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas en general y de la competencia matemática modelizar en particular.

En el momento tres del proceso de formación, los profesores redireccionan su práctica de acuerdo a las resignificaciones sobre la CMM y la evaluación misma. Este hecho se hizo palpable nuevamente en las rubricas construidas y las acciones de contingencia emergentes en las clases de los profesores. La Tabla 5.7 es evidencia de esta resignificación al incluir en los criterios de evaluación la participación como un aspecto de la CMM.

Tabla 5.7. Rúbrica de evaluación del segundo momento de formación.

Descripción de la realidad y la variación	Matematización y cuantificación de la variación	Trabajo matemático	Interpretación, Validación y uso del modelo matemático	Participación Interacción
Identifica múltiples cantidades de magnitud que intervienen en una situación y hace formulaciones de relaciones de dependencia entre algunas de ellas.	Usa relaciones de dependencia, el cociente entre cantidades de magnitud y parámetros de la función lineal.	Usa relaciones de dependencia directa e inversa, identifica y relaciona cantidades de magnitud, asocia la variación constante como elemento fundamental de la función lineal	Establecer juicios éticos y críticos	Negocia y construye significados a partir de los aportes de los compañeros. Plantea y responde preguntas a/de sus compañeros
Identifica múltiples cantidades de magnitud en la situación real analizada y algunas relaciones de dependencia.	Usa relaciones de dependencia, el cociente entre cantidades de magnitud	Describe verbal y aritméticamente- operaciones básica- relaciones de dependencia y el tipo de variación de la función lineal.	Describir, representar y explicar la realidad	Plantea sus comprensiones verbalmente y deja que otros concluyan
Identifica cantidades de magnitud y tipifica entre dependientes independientes	Plantea el cociente entre cantidades de magnitud para identificar la variación constante.	Describe verbalmente las relaciones de dependencia entre cantidades de magnitud y el tipo de variación	Generar patrones, generalizar	Escucha y plantea aportes poco fundamentados
Identifica cantidades de magnitud sin tipificar	Reemplaza términos, aunque sus procedimientos no sean adecuados.	Aplica operaciones básicas sin reconocer el tipo de variación o cantidades de magnitud adecuadas con la situación.	Aplicar como fórmula	Escucha los aportes para transcribir

Fuente: construcción conjunta entre los profesores.

En esta interpretación de la CMM, los profesores valoran la interacción y el diálogo como fuentes de preguntas y acuerdos que permitirán no solo llevar a cabo el proceso de modelización, sino también, la lectura crítica del mundo como base de la alfabetización crítica. Aunque eso no garantiza la implicación de los sujetos en la participación política como herramienta para la transformación de las prácticas de riesgo identificadas. Por ejemplo, el hecho de identificar que las prácticas de contratación de los recolectores de café viola ciertos derechos sociales como el derecho a la salud, a vivienda y a recibir las prestaciones sociales; no garantiza la implicación de los

estudiantes en una participación política, ciudadana y comunitaria que le permita transformar las condiciones de vida de la comunidad (Grundy, 1994), es decir, no garantiza el ejercicio de la lucha social, el uso de herramientas jurídicas entre las que se encuentran: la tutela, acciones de cumplimiento, acciones de grupo, derechos de petición, exigencia de referendos, entre otros (Pachón, 1997).

La participación política, ciudadana y comunitaria, se convirtió en el aspecto fundamental de un nuevo significado de la competencia matemática modelizar, precisamente por lo dicho anteriormente, por la necesidad de participación directa en la prevención y transformación de las prácticas de riesgo. Por esto los estudiantes, además de identificar que existía un riesgo social inminente en la ideación suicida de algunas niñas, tomaron parte en la transformación de la situación alertando a la institución sobre esto, emprendiendo una campaña de sensibilización frente al tema y solicitando a la institución celeridad en la presentación de un recurso ante la Secretaria de Educación para exigir el nombramiento de un docente de orientación escolar. Con este hecho se evidencian dos cosas, por un lado, la valoración de la acción social mediante la participación ciudadana como la dimensión central de la competencia matemática modelizar sociocrítica y, por otro lado, la difuminación del poder más visible en el diseño que en la evaluación.

La difuminación del poder en la evaluación se planteó desde la oportunidad del ejercicio de la autonomía que buscó el profesor cuando promovió procesos de dialógicos. Estos procesos estuvieron basados en el planteamiento de preguntas entre los actores; de esta manera, la evaluación se direcciona hacia la evaluación formativa, pero, también, en el respeto por la sensibilidad de los sujetos por las necesidades del otro, por ejemplo, cuando decide valorar la problematización del

mundo teniendo como centro el bienestar de los demás. Esto se evidenció en el profesor Fabio cuando apoyó los procesos de indagación de la ideación suicida y el uso dado por la Alcaldía a los impuestos en términos la retribución al bienestar de la población de la región y de su comunidad particular. En el caso de la profesora Adriana, la difuminación del poder se hizo evidente cuando motivó la investigación de alternativas de producción agrícola que liberara de la dependencia bancaria a las familias. En estas condiciones, la evaluación además de ser formativa y dialógica también toma una postura humana y democratizante en el sentido que manifiestan Betancourt (2010) y Aranguren (2007), la humanización como la exaltación a la palabra debe permitir desocultar lo que está oculto y responder a “los problemas reales del sujeto” (Betancourt, 2010, p. 55).

Tabla 5.8. La participación ciudadana en la evaluación de la CMM sociocrítica.

Comprensión de las prácticas de riesgo.	Matematización	Construcción del modelo matemático.	Validación y uso del modelo matemático.	Participación Interacción - Promoción del trabajo en cooperativo	Participación ciudadana.
Identifica múltiples riesgos en las prácticas relacionadas con cultivos alternativos a la producción y comercialización del café.	Identifica las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas que emergen de las problemáticas evidenciadas en la cartografía.	Usa herramientas matemáticas para representar las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas presentes en problemáticas asociadas a la producción y comercialización de cultivos alternativos.	Elabora argumentos para comparar la producción y comercialización de múltiples cultivos de la región.	Escucha opiniones de expertos en producción y comercialización de cultivos alternativos al café.	Expresa en forma asertiva los riesgos que emergen de las prácticas usadas en la producción y comercialización de productos alternativos al café.
Identifica los riesgos en las prácticas relacionadas con cultivos alternativos a la producción y comercialización del café.	Justifica las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas en situaciones de contextos reales.	Modela problemáticas asociadas a la producción y comercialización de cultivos alternativos al café.	Genera discurso matemático para explicar las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas en cultivos alternativos al café.	Modifica estrategias para dar a conocer las prácticas de riesgo que emergen en la producción y comercialización de cultivos alternativos.	Previene sobre el uso inadecuado de prácticas en la producción y comercialización de cultivos alternativos al café.

Reconoce y comprende las prácticas relacionadas con diferentes cultivos de la región.	Usa lenguaje matemático para representar situaciones relacionadas con las prácticas de cultivos en la región.	Elabora estrategias para comunicar las prácticas que emergen en la producción y comercialización de cultivos.	Usa herramientas matemáticas para dar a conocer las prácticas emergentes en las prácticas asociadas a cultivos alternativos en la región.	Indaga a expertos para conocer el clima, costos de producción y comercialización de cultivos aptos en la región.	Propone estrategias para dar a conocer los riesgos que emergen en la práctica de producción y comercialización de cultivos agrícolas.
Identifica las prácticas agrícolas de su comunidad.	Representa las cantidades de magnitud en situaciones de su contexto.	Devela estrategias para las prácticas asociadas al cultivo del lulo.	Define pautas para validar riesgos en las prácticas de cultivos,	Establece un lenguaje adecuado para dar a conocer prácticas de riesgo.	Se informa oportunamente sobre los riesgos de las prácticas de cultivos agrícolas en la región.

Fuente: Rúbrica de evaluación construida por la profesora Adriana.

La Tabla 5.8 confirma la tendencia a la evaluación humana y democratizante por el hecho de incluir la participación ciudadana como una dimensión a la competencia matemática modelizar sociocrítica, esta dimensión o componente obedece a una característica de la modelización crítica relacionada con la posibilidad de intervención directa en la sociedad a través del uso de la modelización (Da Silva y Kato, 2012; Valero et al., 2015)

En el marco de la evaluación formativa y humana, la contingencia significó un componente importante para la movilización de la competencia, ya que el actuar reflexivo, autónomo y decidido del profesor cobró vida al comprender que el sentido de tal movilización está en el transitar de un silencio crítico al empoderamiento de la participación. Pese a esto, la lucha por la transformación de un sistema de evaluación es un aspecto que no fue evidente en las prioridades de los profesores, las decisiones tomadas frente al sistema de evaluación se ubicaron en ampliar el proceso evaluativo de modo que coincidiera con la gestión de aula; es decir, gracias al enfoque dialógico de la evaluación y comprensivo del diseño, los profesores concibieron la gestión de aula como una práctica de evaluación y viceversa. En palabras de Moreno (2016), lo anterior indica que la práctica evaluativa de los profesores es vista como un proceso continuo, porque:

Se debe considerar que cuando se alude a un enfoque de evaluación “de proceso”, se coloca en el centro a la deliberación, el juicio y la atribución de significado. La perspectiva práctica no contempla la división entre los diseñadores y los ejecutores del currículo. Por consiguiente, la evaluación no puede concebirse como algo separado de los procesos de enseñanza-aprendizaje, ni del desarrollo del currículo. No cabe ni la evaluación impuesta desde fuera, ni el dualismo del profesor actuando separadamente como enseñante y como evaluador (Moreno, 2016, p. 111).

Esta visión de la evaluación como proceso continuo e integrador resalta el papel de la *evaluación para movilizar*, es decir para convocar la disposición de los sujetos para atender problemas sociales identificados por ellos mismos como se puede leer en la siguiente conversación entre estudiantes del grado séptimo (Tabla 5.9).

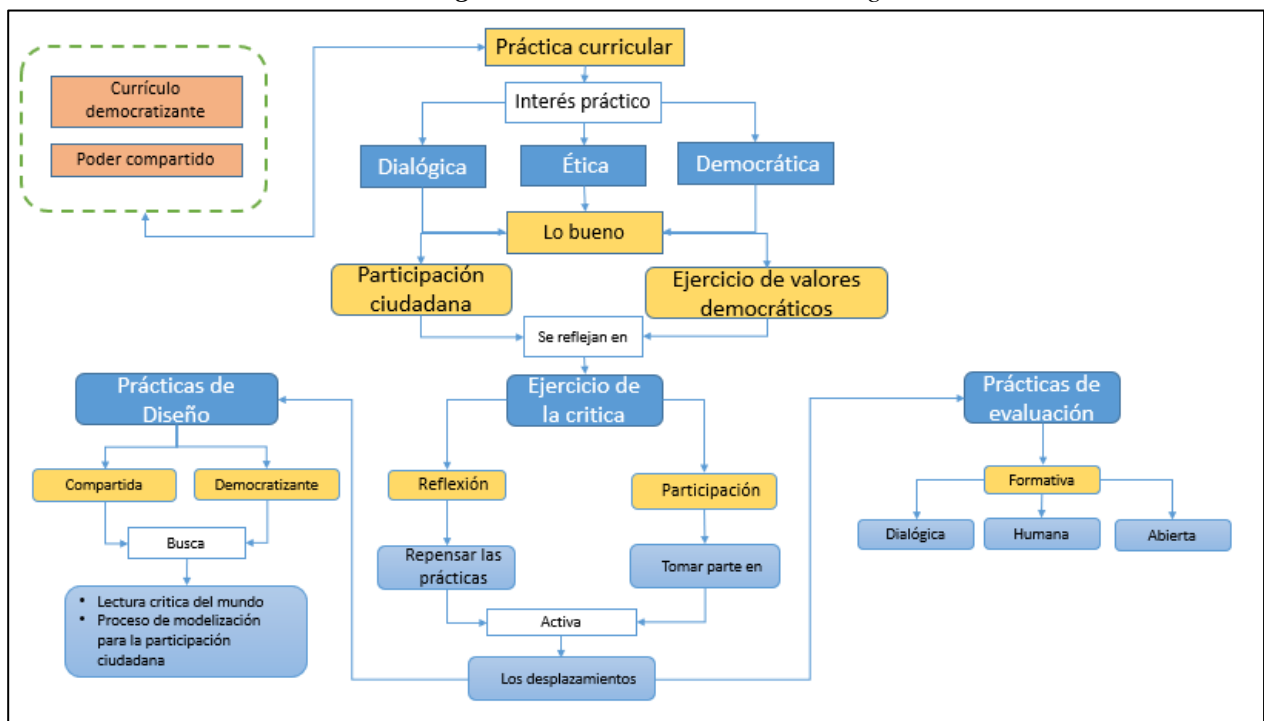
Tabla 5.9. Reconocimiento de riesgo de los recolectores de café.

Intervención	Participante	Transcripción
I9-M2-S3	Fabio	Revisando el trabajo de cada grupo, la gran mayoría siguieron el proceso que hicieron los compañeros de los grupos 4 y 6. Algunos valores cambian porque toman 5 mil o 5500 con alimentación o sin alimentación 7000 o 7500. ¿Qué opinan ustedes sobre ese salario?
I10-M2-S3	Estudiantes grupo 2	1 El grupo llegó a la siguiente conclusión, el salario de un recolector es bueno, siempre y cuando la cantidad de café que recolecta diario sea significativa.
I11-M2-S3	Estudiante grupo 5	1 El salario de un recolector es bueno, sin embargo, la calidad de vida no es la mejor porque trabajan durante la semana o el mes y terminan en una cantina gastándose el dinero. No visitan el médico de manera gradual, viven lejos de las familias, y poca formación académica.
I12-M2-S3	Estudiante grupo 1	1 El salario de un recolector es bueno a quienes les rinde coger café. Con un salario de 2 o 3 millones de pesos es para tener una vida saludable, comer bien, tener buena salud,
I13-M2-S3	Estudiante grupo 2	1 De acuerdo con la información que tenemos el salario diario de un recolector es bueno, pero no cuidan mucho la salud, ya que se exponen al sol, al agua, cargan bultos pesados, su vocabulario no es el mejor, escuchan mucha ranchera y el día de descanso se gastan el dinero en las cantinas o siendo infieles en sus hogares.
I14-M2-S3	Estudiante grupo 8	1 En tiempo de cosecha es la temporada buena para un recolector, pero pasa la cosecha y quedan desempleados. Entonces la calidad de vida cambia, no están acostumbrados a ahorrar, pues se gastan todo de una.

Fuente: Diálogo entre estudiantes del grado séptimo.

En lo concerniente a la configuración de una práctica curricular, en torno a la movilización de la competencia matemática modelizar sociocrítica, las relaciones entre sus componentes fueron establecidas en el marco del acercamiento a un currículo democratizante en cuanto que generaron “las oportunidades de crecer en democracia viviendo la democracia de manera real” (Betancourt, 2010, p. 29). Bajo este enfoque del currículo, los profesores pasan de ser ejecutores parciales de un programa institucional o documento con directrices nacionales a ser co-constructores reflexivos de oportunidades de movilización de aprendizajes y competencias que valoran prioritariamente las necesidades sociales de los seres humanos que constituyen una comunidad.

Figura 5.3. Práctica curricular emergente.



Fuente: Construcción propia.

Esta práctica curricular, busca alentar la formación de sujetos políticos, democráticos, más que sujetos emprendedores que, fundamentados en la idea de unas matemáticas poderosas, sean

aptos para realizar cualquier labor. De acuerdo con Moreno (2016) y Grundy (1994), esta práctica curricular emerge del interés por buscar lo bueno para los sujetos, pero no a espaldas de ellos, sino en un diálogo ético y respetuoso; por tanto, los profesores pretenden impulsar la lectura del mundo-escuela, la sensibilidad por las necesidades del otro, el civismo, la equidad, la solidaridad, el compromiso, en últimas, el ejercicio de los valores democráticos tanto en el aula como en la comunidad (ver Figura 5.3). En este sentido, la CMMC se constituyó en un propósito educativo y en vehículo para el ejercicio de valores democráticos, cuestionar las matemáticas usadas en la sociedad y particularmente de transformación social.

6 PROSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN

Este trabajo de investigación contribuye a la ampliación de la línea de investigación en competencias matemáticas: en Latinoamérica esta línea tiende tres trazos, uno más amplio que los otros, esto haciendo referencia al uso de un modelo de competencia matemática en la formación de profesores, el currículo de matemáticas y el aprendizaje de las matemáticas. Como se mencionó en diferentes sesiones del documento, esta investigación devino en la intercepción entre la formación de profesores y el currículo de matemáticas, en una perspectiva sociocrítica de la Educación Matemática, en la que los intereses desbordan lo cognitivo. Con este antecedente, son planteadas a continuación algunas posibles direcciones que puede suscitar esta investigación.

- Las propuestas curriculares en el enfoque por competencias toman en sus manos la misión de establecer conexiones entre conceptos y procesos matemáticos, sin embargo, en conjunción con otras perspectivas de la Educación Matemática como la sociocrítica y la sociopolítica, en las cuales es central considerar asuntos de identidad y poder, pensar en que el ejercicio de los valores democráticos sean el centro de la competencia matemática es una línea que merece ser fortalecida, más aún cuando, esto constituye uno de los fundamentos de la educación para todos.
- Los abordajes de movilización de las competencias matemáticas tienen mayor presencia en el plano de la educación secundaria, esto indica que existe un campo de indagación sobre competencias en la perspectiva sociocrítica y sociopolítica en educación superior, en dos

aspectos centrales, uno endógeno que hace referencia a reestructuraciones curriculares y didácticas y otro exógeno vinculado con la práctica docente.

- De manera similar, a la prospectiva anterior, es un desafío indagar estas vertientes nacientes de las competencias matemáticas en educación primaria, en términos de desmitificar las ideas matemáticas poderosas basadas en la lógica para avanzar hacia ideas democratizantes de las matemáticas.

7 BIBLIOGRAFÍA

- Strobel, J., Wang, J., Weber, N., & Dyehouse, M. (2013). The role of authenticity in design-based learning environments: The case of engineering education. *Computers & Education*, 64, 143–152.
- Abrantes , P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. En *Educational Studies in Mathematics* (Vol. 47, págs. 125-143). doi:10.1023/A:1014589220323
- Alrø, H., Ole, R., & Valero, P. (2010). Inter-viewing critical mathematics education." . Brill Sense, 2010. 1-9. En H. Alrø, R. Ole, & P. Valero , *Critical Mathematics Education: Past, Present and Future* (págs. 1-9). Brill Sense.
- Álvarez-Álvarez, C. (2015). Teoría frente a práctica educativa: algunos problemas y propuestas de solución. *Perfiles educativos*, 37(148), 172-190.
- Alvis, J., Aldana , E., & Solar, H. (2019). Ambientes de aprendizaje un articulador para el desarrollo de competencias matemáticas. *Espacios*, 40(28), 8-22.
- Anhalt Oropesa, C., Cortez, R., & Been Bennett., A. (2018). The emergence of mathematical modeling competencies: An investigation of prospective secondary mathematics teachers. En *Mathematical Thinking and Learning* (Vol. 20, págs. 202-221.). doi:<https://doi.org/10.1080/10986065.2018.1474532>
- Apple, M. (1983). Curricular form and the logic of technical control. En M. Apple , & L. Weis, *Ideology and Practice in Schooling* (págs. 143-165). Filadelfia: Temples University Press.

- Aristizabal, M. (2008). *Traslapamiento de la pedagogía por el currículo: Colombia 1960-1975. Voces y miradas sobre el paradigma anglosajón en educación*. (1 ed.). Popayan : Diseño gráfico e impresiones.
- Atkins, E. (1990). Power and Criticism: Poststructural Investigations in Education. *Journal of Curriculum Studies*, 22(1), 77-81. doi:10.1080/0022027900220109
- Barbosa , J. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive. *ZDM*, 38(3), 293-301. doi:10.1007/BF02652812
- Barbosa Cerqueira, J. (2003). Modelagem Matemática na sala de aula. *Perspectiva, Erechim* , 27(98), 65-74.
- Barragán Giraldo, D., & Amador Baquiro, J. (2014). La cartografía social-pedagógica: una oportunidad para producir conocimiento y re-pensar la educación. *Itinerario educativo* , 28(64), 127-141.
- Benavides, V. C., & Quintana García, C. (2003). *Gestión del conocimiento y calidad total*. Madrid: Ediciones Díaz de Santos.
- Bernal , C. (2010). *Metodología de la investigación* . Colombia: Pearson Educación.
- Berrio, M. d. (2011). *Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos: el caso del cultivo de café*. Maestría en enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales Tesis de maestría no publicada, Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- Betancourt Cortés, M. (2010). Jóvenes expersoneros escolares como sujetos políticos: Entre sueños, realidades y utopías. *CINDE convenio Universidad de Manizales*, 3-24. Obtenido de <https://ridum.umanizales.edu.co/xmlui/handle/20.500.12746/1373>

- Biembengut, M., & Hein, N. (2013). Mathematical modeling: Implications for teaching. En R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford, *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (págs. 481-490). Dordrecht: Springer. doi:<https://doi.org/10.1007/978-94-007-6271-8>
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Bishop, A. (Septiembre 1987). Aspectos sociales y culturales de la Educación Matemática. *Conferencia invitada en el II Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias y las matemáticas*. Universidad de Valencia. Valencia.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical Modelling: A Theory for Practice. En B. Clarke, M. Clarke Doug, D. Lambdin, F. Lester K, E. Göran , J. Bengt , . . . K. Wallby, *International Perspectives on Learning* (págs. 145-159). Göteborg: National Center for Mathematics.
- Blomhøj, M., & Højgaard, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22(3), 123-139.
- Blum, W., & Niss, M. (1989). Mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects: State, trends and issues in mathematics instruction. En W. Blum , M. Niss, & I. Huntley, *Modelling, applications and applied problem* (págs. 1-21). Chichester:: Ellis Horwood.
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study* (Vol. 10). New York: Springer. doi:10.1007/978-0-387-29822-1.

- Buendia, L., Hernández, F., & Colás, M. (1998). Métodos de investigación en psicopedagogía. *Revista Fuentes*, 343.
- Bujanda, M. (2007). Los jóvenes como ciudadanos: Una nueva hoja de ruta para los programas de educación ciudadana. *México: Miscelánea comillas*, 65(126), 467-479.
- Burkhardt, H. (2006). Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future. *ZDM*, 38(2), 178-195. doi:10.1007/BF02655888
- Bustos, A., Bustos, G., & Novoa, Y. (2013). Propuesta de ambientes de aprendizaje para la promoción de la modelación matemática desde la perspectiva crítica. 249-254.
- Camelo, F., Perrila, W., & Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 9(2), 67-84.
- Carrillo, J., Contreras-González, L., & Zakaryan, D. (2013). Avance de un Modelo de Relaciones entre las Oportunidades de Aprendizaje y la Competencia Matemática. *Bolema Boletim de Educação Matemática*, 27(47), 779-804. . doi:10.1590/S0103-636X2013000400005
- Cerda, H. (2007). *La investigación formativa en el aula*. Bogotá: Magisterio.
- Cherryholmes, C. (1987). A social project for curriculum: post-structural perspectives. *Journal of Curriculum Studies*, 19(4), 295-316. doi:10.1080/0022027870190402
- Cherryholmes, C. (1988). *Power and criticism: Poststructural investigations in education* (First Edition ed., Vol. 2). New York: Press, Teachers College.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

- Cruz Perdomo, I. (2013). La competencia matemática comunicar. *Amazonía Investiga*, 2(3), 68-82.
- D' Amore, B., Fandiño, M. I., & Días Godino, J. (2008). *Competencias y Matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Mexico: Reverté.
- Da Silva, , C., & Kato, L. (2012). Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? *Bolema*, 26(43), 817-838.
- De Lang, J. (1996). Using and Applying Mathematics in Education. En A. Bishop, A. Clements, C. Keitel-Kreidt, & J. Kilpatrick (Edits.), *International handbook of mathematics education*. doi:10.1007/978-94-009-1465-0
- De Sousa Santos, B. (2009). *Pensar el estado y la sociedad : desafíos actuales*. (Primera ed.). Buenos Aires: Waldhuter Editores.
- Díaz-Barriga, Á. (2011). Competencias en educación. Corrientes de pensamiento e implicaciones para el currículo y el trabajo en el aula. *Revista Iberoamericana De Educación Superior*, 2(5), 3-24.
- Díaz-Barriga, Á. (2013). TIC en el trabajo del aula. Impacto en la planeación didáctica. *Revista iberoamericana de educación superior (RIES)*, 4(10), 3-21.
- Doll, W. (1993). *A post-modern perspective on curriculum* (Vol. 9). New York: Teachers College Press.
- Doyle , M. (1986). Liberalism and World Politics-. *American Political Science Review*, 80(4), 1151-1169. doi:10.1017/S0003055400185041

- Edwards, V. (1995). Las Formas de conocimiento en el aula. En E. (. Rockwell, *La escuela cotidiana* (págs. 145-172). México: Fondo de Cultura Económica.
- Erbaş, A., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakiroğlu, E., Alacaci, C., & Baş, S. (2014). Mathematical Modeling in Mathematics Education: Basic Concepts and Approaches. *Educational Sciences: Theory & Practice*. edam (Educational Consultancy and Research Center), 14(4), 1621-1627.
- Erbaş, A., Kertil, M., Çetincaya, B., Çakiroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Mathematical modeling in mathematics education: Basic concepts and different approaches. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 14(4), 1-21.
- Espinoza Salfate, Lorena; Barbe, Joaquim; Mitrovich G, Dinko; Solar , Horacio; Rojas B, Daniela; Matus C, Claudia. (2008). *Análisis de las competencias matemáticas en primer ciclo. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas*. Proyecto FONIDE N°: DED0760, Mineduc, Santiago.
- Font, V. (2002). Una organización de los programas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *Revista Ema*, 7(2), 127-170.
- Font, V., & Godino, J. (2011). Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. Goñi (Coord), *MATEMÁTICAS: Investigación, innovación y buenas* (Vol. 3, pág. 181). Barcelona: GRAÓ.
- Freire, P. (1984). El proceso de alfabetización política: una introducción. En P. Freire, *La importancia de leer y el proceso de liberación* (págs. 94-107). Madrid: Siglo XXI.
- Freire, P. (1996). La importancia del acto de leer. Enseñar lengua y literatura en bachiillerato. *Textos de didáctica de la lengua y la literatura.*, 15, 81-88.

Freire, P. (2004). *Pedagogía de la autonomía: Saberes necesarios para la práctica educativa*. Sao Paulo: Siglo XXI.

Gallardo Córdova , K., Valdes Lozano , D., & Álvarez Cardona , N. (2015). Las prácticas de evaluación del aprendizaje en relación con los estándares internacionales: un estudio exploratorio. *Innovación educativa*, 15(68), 117-133.

García , B., Coronado, A., Giraldo, A., Montealegre, L., Tovar , B., Morales , S., & Cortés, D. (2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*. Florencia, Caquetá, Colombia: Universidad de la Amazonía.

García , G., Acevedo, M., & Jurado , F. (2003). *La dimensión socio-cultural en el criterio de competencia: el caso de matemáticas*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

García , G., Acevedo, M., & Jurado, F. (2003). *La dimensión sociocultural en el criterio de competencia: el caso de matemáticas*,. Bogotá, : Universidad Nacional de Colombia.

García Cabrero, B., Enríquez , J., & Peña , G. (2008). Análisis de la práctica educativa de los docentes: Pensamiento, interacción y reflexión. *REDIE: Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 10, 1-15.

García Quiroga, B., Coronado, A., & Giraldo Ospina , A. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonía.

García Quiroga, B., Coronado, A., & Giraldo Ospina, A. (2017). Implementación de un modelo teórico a Priori de competencia matemática asociado al aprendizaje de un objeto matemático. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación* , 7(2), 301-315.

- García Quiroga, B., Coronado, A., & Montealegre Quintana, L. (2011). Formación y desarrollo de. *Educación y Pedagogía*, 23(59), 159-176.
- Ghiso, A. (2009). Investigación dialógica, resistencia al pensamiento único. Maestros y maestras gestores de nuevos caminos. (págs. 12-27). Cuadernillo N.º 50.
- Gillespie, J. (1993). Numeracy to mathematics. En J. de Lange, I. Huntley, C. Keitel, & M. Niss, *Innovation in maths education by modelling and applications* (págs. 311-321). Chichester: Horwood.
- Giraldo, E., Cadavid, A., & Flórez, S. (2019). Posibilidad de acuerdos sobre las concepciones de currículo para la formación de maestros. *Educación y Educadores*, 22(1), 9-22. doi:10.5294/edu.2019.22.1.1
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gómez, P. (2017). Procesos de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Electronic Journal of Research in Education Psychology*, 7(17), 471-498.
- Gómez, P., & Velazco, C. (2017). Complejidad y coherencia de documentos curriculares colombianos: Derechos Básicos de Aprendizaje y Mallas de Aprendizaje. *Revista Colombiana de Educación*, 73, 259-279.
- Gravemeijer, K. (2007). Emergent Modelling as a Precursor to Mathematical Modelling. En W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss, *Modelling and Applications in Mathematics Education. New ICMI Study Series* (Vol. 10, págs. 137-144). Boston: Springer.

- Groshong, K. (2016). Different Types of Mathematical Models. En C. Hirsch, & A. McDuffie, *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics* (págs. 17-24). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Grundy, S. (1994). *Producto o praxis del curriculum* (3 ed.). Australia: Morata.
- Grundy, S. (1984). *Beyond professionalism: Action research as critical pedagogy*. PhD thesis. Murdoch University.
- Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37-68.
- Gutstein, E. (2012). Mathematics As A Weapon in The Struggle. En O. Skovsmose, O. Skovsmose, & B. Greer, *Opening the Cage. New Directions in Mathematics and Science Education* (págs. 23-48). Rotterdam: SensePublishers.
- Gutstein, E. (2008). Building political relationships with students: An aspect of social justice pedagogy. En E. Freitas, & K. Nolan, *Opening the Research Text* (Vol. 46, págs. 189-219). Boston, MA: Springer.
- Habermas, J. (1999). *Teoría de la acción comunicativa II* (Vol. 2). España: Taurus.
- Habermas, J. (2005). Technology and science as ideology. En N. Stehr, & R. Grundmann, *Knowledge: Critical Concepts* (Vol. 4, págs. 56-87). New York: Routledge.
- Haines, C., Crouch, R., & Davies, J. (2001). Understanding students modelling skills. En J. Matos, W. Blum, S. Houston, & S. Carreira, *Modelling and mathematics education* (págs. 366-380). Chichester:: Horwood.

- Haines, C., Izard, J., & Le Masurier, D. (1993). Modelling intentions realised: Assessing the full range of developed skills. En T. Breiteig, I. Huntley, & G. Kaiser-Messmer, *Teaching and learning mathematics in context* (págs. 200-211). Chichester: Horwood.
- Henning, H., & Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies. En W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss, *Modelling and applications in mathematics education*. (Vol. 10, págs. 225-232). Boston, MA: Springer.
- Hernández Sánchez, M., & García García, B. (2017). Currículum y práctica docente: hacia una educación. En COMIE, *XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa* (págs. 1-7). San Luis Potosí: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- Højgaard Jensen, T. (2007). Assessing Mathematical Modelling Competency. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan, *Mathematical Modelling (ICTMA12) Education, Engineering and Economics* (págs. 141-148). Chichester: Horwood.
- Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. *Educación y Pedagogía*, 23(59), 13-36.
- Julie, C. (2002). Making relevance relevant in mathematics teacher education. En I. Vakalis, D. Hughes Hallett, D. Quinney, & C. Kourouniotis, *Compilers. Proceedings of 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics: [ICTM-2]*. New York: Wiley.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Kaiser, G., & Brand, S. (2015). Modelling competencies: Past development and further perspectives. En G. Stillman, W. Blum, & M. Biembengut, *Mathematical Modelling in*

Education Research and Practice. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling (págs. 129-149). Cham: Springer.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.

Kaiser-Messmer, G. (1986). *Anwendungen im Mathematikunterricht*, (Vol. 2). Franzbecker.

Lakatos, I. (1986). *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemáticos*. España: Alianza.

Latorre, A. (2005). *Investigación - acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. España: Graó.

Le Boterf, G. (2002). De quel concept de compétence avons-nous besoin. *Soins Cadres*, 41, 20-22.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. En J. Boaler, *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (págs. 19-44). Unid States of America: Greenwood Publishing Group, Inc.

Lupiáñez, J., & Rico, L. (2008). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. 3(1), 35-48.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 113–142.

Ministerio de Educación Nacional. (1998 b). *Lineamientos de Curriculares en Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional MEN. (2006). *Esatandares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Autor.

- Ministerio de Educación Nacional MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje DBA (versión 2)*. Bogotá: Autor.
- Niss, M., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and mathematical learning. Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark* (Vol. 485). Roskilde: IMFUFAtext. Recuperado el 21 de Agosto de 2019
- Olmos Rojas, C., Sarmiento Rivera, D., & Montealegre, L. (2016). Competencia matemática modelizar: un estudio exploratorio desde la función cuadrática. *Amazonia Investiga*, 5(9), 57-65.
- Orey, D., & Rosa, M. (2007). A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sociocrítica." *Revista Horizontes* 25.2 (2007): 197-206. *Revista Horizontes*, 25(2), 197-206.
- Parra-Zapata, M., Parra-Zapata, N., & Villa-Ochoa, J. (2017). Gasto energético en las actividades físicas. Una experiencia de modelación matemática en la perspectiva socio-crítica. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 2(1), 57-64.
- Perrenoud, P. (2004). Diez nuevas competencias para enseñar. *Educatio*(23), 223-229.
- Perrenoud, P. (2007). *Desarrollar la Práctica Reflexiva en el oficio de enseñar. Profesionalización y razón pedagógica* (Vol. 1). México D.F.: Graó.
- Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En S. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, *Investigación en educación matemática XIV* (págs. pp. 163-195). Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida.

- Quiroga, B., Coronado, A., & Giraldo Ospina, A. (2015). *Orientaciones Didácticas para el desarrollo de Competencias Matemáticas*. Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonía.
- Rendón-Mesa, P., & Sánchez-Cardona, J. (2019). *Estrategias de evaluación formativa en un curso de modelación matemática para futuros profesores. Informe de Proyecto de Innovación no publicado*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Rico, L. (2004). Evaluación de competencias matemáticas: proyecto PISA/OCDE 2003. En E. Castro, & E. de la Torre, *Investigación en educación matemática : Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.E.M.)* (págs. 89-102). A Coruña: Servicio de Publicaciones.
- Rodríguez-Gómez, G., Gil-Flores, J., & García-Jiménez, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada, España: Serbiula.
- Romberg, T. (1991). Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas. *Revista de educación*(294), 323-406.
- Romo-Vázquez, A., Barquero, B., & Bosch, M. (2019). El desarrollo profesional online de profesores de matemáticas en activo: una unidad de aprendizaje sobre la enseñanza de la modelización. *Uni-pluri/versidad*, 19(2), 161-183. doi:10.17533/udea.unipluri.19.2.09
- Rosa, M., & Orey, D. (2019). Mathematical modelling as a virtual learning environment. *Uni-pluri/versidad*, 19(2), 80-102. doi:10.17533/udea.unipluri.19.2.04
- Sacristán, G. (1995). *El currículum: Una reflexión sobre la práctica* (Quinta ed., Vol. 1). Madrid: Morata.

- Schukajlow, S., Kaiser, G., & Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: A survey on the current state-of-the-art. *ZDM*, 50(3), 5-18. doi:10.1007/s11858-018-0933-5
- Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Cali: Programa Editorial Universidad del Valle.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. (P. Valero, Trad.) Bogotá: una empresa docente.
- Skovsmose, O., Yasukawa, K., & Ravn, O. (2011). Scripting the world in mathematics and its ethical implications. En *Philosophy of Mathematics Education Journal* 26 (págs. 81-98).
- Solar, H., García, B., Rojas, F., & Coronado, A. (2014). Solar, H., García, B., Rojas, F., & Coronado, A. (2014). Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. 26(2), 33-67. *Educación matemática*, 26(2), 33-67.
- Solar, H., Rojas, F., Ortiz, A., & Ulloa, R. (2014). Gestión de las competencias matemáticas y reflexión docente: el caso de la modelización y la argumentación en el aula. (P. Lestón, Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1797-1805.
- Tekin Dede,, A., & Bukova Güzel, E. (2018). A Rubric Development Study for the Assessment of Modeling Skills. *The Mathematics Educator*, 27(2), 33–72.
- Toro, J., & Rodríguez , M. (2001). *La comunicación y la movilización social en la construcción de bienes públicos*. Bogotá: Banco Interamericano de Desarrollo.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 49-59.

- Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de las competencias matemáticas. . Bogotá: MEN. En M. d. Colombia, *Memorias del Foro Educativo Nacional de Colombia—Competencias matemáticas*. Bogotá.
- Valero, P. (2012). Perspectivas sociopolíticas en la educación matemática. En *Educación Matemática Crítica* (págs. 195-216). Bogotá: Ediciones Uniandes.
- Valero, P., Andrade-Molina, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(3), 7-20.
- Van Reeuwijk, M., & Wijers, M. (1997). Students' construction of formulas in context." 2.4 (1997): 230-236. *Mathematics teaching in the Middle school*, 2(4), 230-236.
- Ventosa Pérez, V. (2018). *Didáctica de la participación. Teoría, metodología y práctica* (Narcea ed.). Madrid: Ediciones de la U.
- Villa-Ochoa, J. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 8(16), 133-148.
- Villa-Ochoa, J., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, 18(36), 219-251.
- Villa-Ochoa, J., & Berrio, M. (2015). Mathematical Modelling and Culture: An Empirical Study. En G. Stillman, W. Blum, & M. Biembengut , *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (págs. 241-250). Switzerland: Springer International Publishing.
- Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrio, M., Osorio , A., & Ocampo, D. (16 al 18 de Octubre de 2008). El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10

años de su inclusión en los lineamientos curriculares colombianos. Valledupar, , Colombia:
Funes.

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrio, M., Osorio, A., & Ocampo, D. (2009). Sentido de Realidad y Modelación Matemática: el caso de Alberto. *ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 159-180.

Villa-Ochoa, J., Rosa , M., & Gavarrete, M. (2018). Aproximaciones socioculturales a la modelación en Educación Matemática. Aportes de una comunidad latinoamericana. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 11(1), 4-12.

Zöttl, L., Ufer, S., & Reiss, K. (2011). Assessing Modelling Competencies Using a Multidimensional IRT Approach. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman, *Trends in teaching and learning of mathematical modelling-ICTMA 14* (págs. 437- 437). Dordrecht,: Springer.

8 ANEXOS

8.1 Consentimientos informados

CONSENTIMIENTO INFORMADO DE DOCENTES

Institución Educativa: NUESTRA SEÑORA DEL SOCORRO

Código DANE: 241548000146

Municipio: PITAL- HUILA

Nombre del participante: FABIO ANDRES VICTORIA CC: 83252433

Yo, Fabio Andrés Victoria Almarino mayor de edad, docente de la Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro, sede el Socorro, he sido informado acerca de la participación en la investigación que realiza el docente tutor del PTA Dermin Rogelio Sarmiento Rivera para optar al título de Doctor en Ciencias de la Educación por la Universidad del Quindío.

Luego de haber sido informado(a) sobre las condiciones de la participación en la investigación, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

- Mi presencia en esta investigación es solo de participación, no tendrá repercusiones o consecuencias en el desarrollo de mis actividades escolares. No generará ningún gasto, ni recibirá remuneración alguna por ella.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados (Ley 1581 de 2012 y Decreto 1377 de 2012), y de forma consciente y voluntaria

DOY EL CONSENTIMIENTO

NO DOY EL CONSENTIMIENTO

Para que mi participación en las actividades de práctica educativa como: observación de clase y reuniones de comité de área, se realice en la Institución Educativa donde laboro (o de la sede a la que pertenezco).

Atentamente,



Nombre: Fabio Andrés Victoria
Lugar: El Pital (H)
Fecha: 15 enero 2018

CONSENTIMIENTO INFORMADO DE COMUNIDAD

Institución Educativa: NUESTRA SEÑORA DEL SOCORRO

Código DANE: 241548000146

Municipio: PITAL- HUILA

Nombre del participante: Mónica Alexandra Medina Ramírez

CC: 1004303404

Profesión: Psicóloga

He sido informado acerca de la participación en la investigación que realiza el docente tutor del PTA Dermin Rogelio Sarmiento Rivera para optar al título de Doctor en Ciencias de la Educación por la Universidad del Quindío.

Luego de haber sido informado(a) sobre las condiciones de la participación en la investigación, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

- Mi presencia en esta investigación es solo de participación, no tendrá repercusiones o consecuencias en el desarrollo de mis actividades escolares. No generará ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por ella.

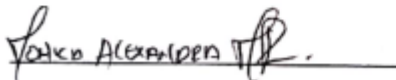
Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados (Ley 1581 de 2012 y Decreto 1377 de 2012), y de forma consciente y voluntaria

DOY EL CONSENTIMIENTO

NO DOY EL CONSENTIMIENTO

Para que mis productos (charla) y mi imagen pueda ser usada en: clase, reuniones de comité de área en la Institución Educativa y en la investigación aquí referenciada.

Atentamente,



Nombre: Mónica Alexandra Medina Ramírez

Fecha: 2 de septiembre de 2019

CONSENTIMIENTO INFORMADO DE DOCENTES

Institución Educativa: NUESTRA SEÑORA DEL SOCORRO

Código DANE: 241548000146

Municipio: PITAL- HUILA

Nombre del participante: ADRIANA ARRIGUÍ CC: 1110458544

Yo, Adriana Milena Arrigui Tones mayor de edad, docente de la Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro, sede el Socorro, he sido informado acerca de la participación en la investigación que realiza el docente tutor del PTA Dermin Rogelio Sarmiento Rivera para optar al título de Doctor en Ciencias de la Educación por la Universidad del Quindío.

Luego de haber sido informado(a) sobre las condiciones de la participación en la investigación, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

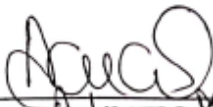
- Mi presencia en esta investigación es solo de participación, no tendrá repercusiones o consecuencias en el desarrollo de mis actividades escolares. No generará ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por ella.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados (Ley 1581 de 2012 y Decreto 1377 de 2012), y de forma consciente y voluntaria

DOY EL CONSENTIMIENTO () NO DOY EL CONSENTIMIENTO

Para que mi participación en las actividades de práctica educativa como: observación de clase y reuniones de comité de área, se realice en la Institución Educativa donde laboro (o de la sede a la que pertenezco).

Atentamente,


 Nombre: Adriana Milena Arrigui Tones
 Lugar: Sede el Socorro, Pital Huila
 Fecha: 14 de enero de 2018



Institución Educativa
Nra. Sra. el Socorro

DANE: 241548000146 N°: 900014711-4

Decreto de creación No 1539/2002

Resolución No. 1791 de 06 de marzo de 2020

CONSENTIMIENTO INFORMADO DE DOCENTES

Institución Educativa: NUESTRA SEÑORA DEL SOCORRO

Código DANE: 241548000146

Municipio: PITAL- HUILA

Nombre del representante legal: Luz Miriam Villaquirá Sarrias

CC: 26541525

Yo, LUZ MIRIAM VILLAQUIRA SARRIAS, mayor de edad, docente de la Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro, sede Nuestra Señora del Socorro, he sido informado acerca de la participación en la investigación que realiza el docente tutor del PTA Dermin Rogelio Sarmiento Rivera para optar al título de Doctor en Ciencias de la Educación por la Universidad del Quindío.

Luego de haber sido informado(a) sobre las condiciones de la participación en la investigación, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

- Mi presencia en esta investigación es solo de participación, no tendrá repercusiones o consecuencias en el desarrollo de mis actividades escolares. No generará ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por ella.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados (Ley 1581 de 2012 y Decreto 1377 de 2012), y de forma consciente y voluntaria

(SI) DOY EL CONSENTIMIENTO

Para que mi nombre, así como el nombre, los espacios y los recursos de la institución puedan ser usados en la investigación toda vez que no se incurra en daños y se cuente con el consentimiento de los actores implicados (profesores y estudiantes).

Atentamente,

Nombre: Luz Miriam Villaquirá Sarrias

Lugar y Fecha: 14 de enero de 2018

Formando la persona en su calidad humana que trabaje y viva para la comunidad

senorasocorro.pital@sedhuila.gov.co, Cel 3138534833, Vda Socorro El Pital- Huila

8.2 Tareas profesora Adriana

Actividad de clase
Paseo a Campo Sevilla
Grado: Séptimo

Actividad de desarrollo conceptual

Estándar: Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

Contenidos: Situaciones aditivas y multiplicativas en números enteros.

La docente propone a los estudiantes de grado séptimo la siguiente actividad asociada al contexto inmediato del estudiante:

Paseo a Campo Sevilla

Imagínese que los estudiantes de grado séptimo organizan una salida al centro recreacional “Campo Sevilla” para realizar una actividad matemática. Estando allí, un estudiante decide entrar a la piscina llevando un objeto que sumerge y suelta repetidas veces; la primera vez lo sumerge 50 cm y sobresale del nivel de la piscina 10 cm; la siguiente vez se sumerge 100 cm y al soltarlo sale 20 cm; por último, se sumerge 150cm y al soltar el objeto sobresale 30 cm de la piscina,

- Describa el movimiento del objeto en la superficie del agua.
- Represente el movimiento del objeto.
- Qué cantidades de magnitud intervienen en la situación.
- Cuantifique el movimiento observado. suponga que el nivel del agua de la piscina no cambia.

Segundos después, el estudiante suelta el objeto y lo deja sobre la superficie agitada del agua.

- ¿Cómo sería este movimiento? Puede representarlo gráficamente.

Matriz de evaluación

Reconocimiento de la situación problema	Matematización de situaciones problemas en enteros.	Construcción del modelo	Validación y uso del modelo matemático
Identifica múltiples cantidades positivas y negativas en procesos de representación en contextos cotidianos.	Usa la localización para ubicar en la recta numérica las cantidades positivas y negativas.	Describe el movimiento de un objeto usando diversas estrategias y cuantifica lo observado.	Establece juicios éticos y críticos al ejemplificar las cantidades positivas y negativas en distintas representaciones y evocación de prácticas sociales.
Identifica cantidades positivas y negativas en procesos de representación en contextos escolares.	Representa en la recta numérica números positivos y negativos.	Describe de manera verbal el movimiento de un objeto y cuantifica lo observado.	Describe, representa y explica la realidad.
Identifica cantidades positivas y negativas en procesos de representación.	Interpreta el opuesto de un número y lo ubica en la recta numérica.	Describe el movimiento de un objeto usando la recta numérica.	Genera patrones para generalizar el comportamiento de un objeto.
Identifica cantidades positivas y negativas.	Representa puntos en la recta numérica.	Cuantifica el movimiento de un objeto.	Compara representaciones usando números enteros.

Actividad de clase

Día de invierno en el Socorro

Grado: Séptimo

Tarea 1.2

Actividad de desarrollo conceptual

Estándar: Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

Contenidos: Situaciones aditivas y multiplicativas en números enteros.

Día de invierno en el Socorro

La profesora invita a los estudiantes a registrar la temperatura de un día de invierno en la vereda el Socorro. Al día siguiente los estudiantes presentaron los siguientes registros:

A las seis de la mañana el termómetro marcaba 10 grados de temperatura. Dos horas después la temperatura disminuyó 3 grados y hasta la una de la tarde subió seis grados más y desde la una hasta las seis de la tarde disminuyó cinco grados.

- Complete la representación talar de las temperaturas correspondientes a la información.

Hora	Temperatura °C
6:00 am	10
8:00 am	
10:00 am	
12:00 m	
2:00 pm	
4:00 pm	
6:00 am	
8:00 m	

- Representar en la recta numérica las variaciones de temperatura registradas.
- Indique en qué intervalos de tiempo aumentó o disminuyó de manera considerable la temperatura.
- Realice estas observaciones con ayuda de un adulto y confirme la cercanía con los datos presentados.

Matriz de evaluación

Reconocimiento de la situación problema	Matematización de situaciones problemas en enteros.	Trabajo matemático	Validación y uso del modelo matemático
Identifica múltiples cantidades positivas y negativas en procesos de representación en contextos cotidianos.	Usa la localización para ubicar en la recta numérica las cantidades positivas y negativas.	Describe la variación de una situación usando diversas estrategias y cuantifica lo observado.	Establece juicios éticos y críticos al ejemplificar las cantidades positivas y negativas en distintas representaciones y evocación de prácticas sociales.
Identifica cantidades positivas y negativas en procesos de representación en contextos escolares.	Representa en la recta numérica números positivos y negativos.	Describe de manera verbal la variación de una situación y cuantifica lo observado.	Describe, representa y explica la realidad.
Identifica cantidades positivas y negativas en procesos de representación.	Interpreta el opuesto de un número y lo ubica en la recta numérica.	Describe la situación de variación usando la recta numérica.	Genera patrones para puntualizar el comportamiento de una situación.
Identifica cantidades positivas y negativas.	Representa puntos en la recta numérica.	Cuantifica la variación de una situación.	Compara representaciones usando números enteros.

Actividad de clase

Grado: Séptimo

Tarea: 2

Actividad de desarrollo conceptual

Estándar	Coherencia horizontal
Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa	<ul style="list-style-type: none">• Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).• Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.

Contenidos: Proporcionalidad directa o inversa.

Al iniciar la jornada escolar se observa que la llave del tanque que surte el agua a la batería sanitaria de los baños de las mujeres, presenta un daño y se observa que el agua se está desperdiciando. Ante esta situación los estudiantes deciden recoger el agua y almacenarla en un balde, 2 minutos después se recogieron 8 cm^3 ; al completar una hora han recogido 240 cm^3 ; 3 horas más tarde tienen 720 cm^3 .

Con la información anterior realice las siguientes actividades:

1. Identifique las cantidades de magnitud y las unidades de magnitud presentes.
2. Complete la siguiente tabla a partir de la información que se presenta.

Tiempo ()							2
Cantidad de agua ()	40		20	60			

3. Elabore una gráfica en el plano cartesiano con la información de la tabla del punto anterior.
4. De acuerdo con la gráfica obtenida indique y muestre con el análisis de la tasa de variación de los intervalos, si la relación entre las cantidades de magnitud es directa o inversa.
5. Encuentre la constante de cambio que modela la situación de cambio.
6. Si se deja un fin de semana sin arreglar la llave ¿cuánto es volumen de agua desperdiciada?
7. Revise el proceso de construcción de sus modelos para ajustarlos de ser necesario.
8. ¿Qué reflexión puede compartir de la situación de desperdicio de agua en la institución? ¿qué implicaciones tiene en la vida institucional? ¿cómo es la realidad de desperdicio de agua en el municipio, vereda, barrio o incluso a nivel nacional?
9. Argumente su posición sobre la frase: el despilfarro del agua potable es una violación de los derechos humanos.
10. Qué acciones sugiere usted para mitigar el despilfarro de agua en los diferentes contextos en los que participa.

Evaluación

Matriz de evaluación

Reconocimiento de la situación problema	Matematización de situaciones problemas en enteros.	Construcción del modelo	Validación y uso del modelo matemático
Identifica diversas cantidades de magnitud para llevar a cabo procesos de representación de las situaciones presentes en contextos cotidianos institucionales.	Usa varios sistemas de representación de las situaciones de variación de cantidades de magnitud en la situación institucional abordada. .	Describe la variación de una situación concreta y cuantifica la variación observada usando diversas estrategias.	Establece juicios éticos y críticos al ejemplificar las cantidades de magnitud en distintas representaciones y evocación de prácticas sociales.
Identifica cantidades de magnitud en procesos de representación en contextos escolares.	Representa en una tabla de doble entrada las cantidades de magnitud.	Describe de manera verbal la variación de una situación concreta y cuantifica lo observado.	Describe, representa y explica la realidad a partir de una situación de variación.
Identifica cantidades de magnitud en la situación presentada.	Utiliza métodos de representación para las cantidades de magnitud presentes en la gráfica bidimensional.	Describe la variación de una situación concreta usando tablas de doble entrada.	Genera patrones para generalizar el comportamiento de una situación de variación. .
Identifica cantidades de magnitud.	Interpreta cantidades de magnitud en un contexto dado.	Cuantifica el movimiento de una situación.	Compara representaciones usando cantidades de magnitud.

Tarea: 3
Grado: Séptimo
Recogiendo la cosecha

Actividad de desarrollo conceptual

Estándar: Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

La institución educativa Nuestra señora del Socorro posee un terreno donde tiene sembrado plantas de café. El comité de cafeteros sugiere a la institución renovar este cultivo porque ya cumplió su vida productiva, por su parte, los docentes del área de matemáticas al enterarse de la situación organizan salida de campo con tareas específicas diseñadas para identificar si es necesaria la renovación total o parcial del cultivo.

La vereda del Socorro del Municipio del Pital posee suelo disperso apto para el cultivo de productos agrícolas como el Café. Este cultivo requiere de ciertas condiciones indispensables para obtener un buen resultado. La Institución Educativa Nuestra Señora del Socorro posee un terreno para la siembra de café con propósitos pedagógicos, Sin embargo, no se tiene registro de los límites y dimensiones del terreno. Su tarea es presentar un croquis que muestre las dimensiones reales del terreno, así como indagar si las condiciones del terreno son favorables para el proceso de comercialización.

Orientaciones: Para esta actividad los estudiantes pueden trabajar en grupo de tres, vincular a sus padres o familiares. Además, cuenta con cuatro sesiones de trabajo de dos horas y una rúbrica de evaluación que le permitirá ubicar sus acciones de aprendizaje y nivel de competencia matemática.

A.1. Consulte con dos caficultores de la vereda la densidad de siembra por hectárea, el clima más adecuado, cómo se cosecha y se comercializa; para ello haga uso de las siguientes representaciones,

1. Haga un dibujo del terreno usando una representación geométrica.
2. Relacione el número de plantas y la cantidad de surcos por hectáreas.
3. Determine la cantidad de abono expresada en gramos o kilogramos para el número de plantas sembradas por hectárea (tenga en cuenta las cantidades de magnitud que intervengan en la situación).
4. Indague si las prácticas de beneficio del café influyen en el proceso de comercialización.
5. Compare el precio de venta y ganancia cuando el café se vende seco o verde.

A.2. El profesor invita a un funcionario del comité de cafeteros a una entrevista para dar a conocer aspectos relacionados con la práctica de siembra, recolección y comercialización del café, formule 5 preguntas en relación con la situación para realizarla al profesional.

B. Expresé las relaciones entre las magnitudes del punto anterior. Establezca el tipo de proporcionalidad y de correlación entre ellas.

C. Sintetice en una expresión matemática las relaciones entre las cantidades de magnitud presentes en la situación.

D. Explique con un ejemplo si esa expresión matemática se ajusta a la situación estudiada, de lo contrario modifíquela.

E. En comparación con los datos teóricos de la densidad de siembra decida ésta es la adecuada en el terreno de la institución. Además, identifique si las ventas del café producido han generado ganancias o pérdidas.

F. De acuerdo a las comparaciones mencionadas anteriormente, elabore una carta a la rectora indicando las recomendaciones que debe tomar respecto al cultivo del café.

G. Dialogue con sus compañeros si el modelo encontrado se puede usar en otro tipo de cultivos agrícolas.

Matriz de evaluación

Descripción de la realidad.	Matematización y cuantificación de la variación, de relaciones y representaciones geométricas.	Construcción del modelo	Validación y uso del modelo matemático	Participación Interacción - Promoción del trabajo en grupo para la interacción y la construcción social de significado.
Construye múltiples representaciones para el terreno del café y las relaciones entre las cantidades de magnitud presentes en la siembra y comercialización del producto.	Usa relaciones de dependencia, el cociente entre cantidades de magnitud y parámetros de proporcionalidad. Así como aproximaciones espaciales bidimensionales.	Usa relaciones espaciales y métricas a escala para representar el terreno del cultivo y organiza el tipo de relación entre las cantidades de magnitud presentes en la situación para la construcción de diversos posibilidades de modelos matemáticos.	Estima y compara la rentabilidad en relación con el área, el clima, tipo de insumos, tipo de secado, fluctuaciones del precio de venta entre otras.	Plantea cuestionamientos adecuados para interactuar y comprender las prácticas socioculturales con los expertos en el tema (caficultores, comité de cafeteros).
Representa situaciones espaciales, variacionales y métricas de las prácticas socioculturales relacionadas con el cultivo del café.	Identifica el tipo de relación entre las cantidades de magnitud interdependientes presentes en la siembra, recolección y comercialización del café.	Asocia elementos del pensamiento espacial y métrico en la representación del terreno; considera diferentes cantidades de magnitud en su modelo matemático.	Pone a prueba su modelo matemático de rentabilidad para el terreno.	Plantea sus comprensiones verbalmente y genera acuerdos con sus compañeros.
Describe las prácticas del cultivo del café y las asocia con algunas relaciones espaciales y numéricas.	Reconoce valores de cada una de las cantidades variables ligadas a la siembra, recolección y comercialización del café.	Asocia algunas cantidades de magnitud para un único modelo matemático.	Confronta aspectos del modelo matemático con relaciones entre las cantidades de magnitud.	Escucha y plantea aportes poco fundamentados acordes con la práctica abordada.
Describe las prácticas del cultivo del café.	Reconoce términos de cantidades variables, aunque sus procedimientos no sean adecuados.	Describe verbalmente la relación de dependencia entre cantidades de magnitud y representa gráficamente el terreno.	Aplica aspectos parciales del modelo para comprobar su validez.	Se informa con respecto a la práctica analizada.

Leyendo mi vereda y sus alrededores

Grado: Séptimo

Estándares

- Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.
- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Uso modelos matemáticos para develar prácticas de riesgo para mi comunidad.
- Construyo y develo modelos matemáticos en prácticas sociales.

Contenidos: Proporcionalidad: directa o inversa

Leyendo mi vereda y sus alrededores

- A. Elabore una cartografía social de su región.
- B. Identifique la problemática social emergente en la cartografía de la siguiente manera:
 - Indague a campesinos de la región sobre qué cultivos son aptos para el clima de la vereda del Socorro, costos de producción y costos de comercialización. Para indagar a los campesinos puede elaborar una encuesta o una entrevista.
 - Elabore una tabla para cada producto de acuerdo con los siguientes items: clima, costos de producción, costos de comercialización.
 - Represente la información de la tabla en gráficas de barras.
 - Identifique cual es el cultivo más favorable.
- C. Una práctica necesaria y común es utilizar fertilizantes en la producción agrícola, ¿qué prácticas de riesgo existe en el uso de los diferentes tipos de abonos e insumos químicos?
- D. Consulte a un experto (campesino, agrónomo) sobre ciertas magnitudes que intervienen en la situación de riesgo identificada en el punto anterior.
- E. En comparación con los datos teóricos de la producción y comercialización de los cultivos de la región decida cuál es el más apto para sembrar en caso de crisis cafetera.
- F. ¿Qué acciones puede emprender para mitigar las prácticas de riesgo identificadas?

Comprensión de las prácticas de riesgo .	Matematización	Construcción del modelo matemático.	Validación y uso del modelo matemático.	Participación Interacción - Promoción del trabajo en grupo para la interacción y la construcción social de significado.	Participación ciudadana.
Identifica múltiples riesgos en las prácticas relacionadas con cultivos alternativos a la producción y comercialización del café.	Identifica las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas que emergen de las problemáticas evidenciadas en la cartografía.	Usa herramientas matemáticas para representar las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas presentes en problemáticas asociadas a la producción y comercialización de cultivos alternativos.	Elabora argumentos para comparar la producción y comercialización de múltiples cultivos de la región.	Escucha opiniones de expertos en producción y comercialización de cultivos alternativos al café.	Expresa en forma asertiva los riesgos que emergen de las prácticas usadas en la producción y comercialización de productos alternativos al café .

Identifica los riesgos en las prácticas relacionadas con cultivos alternativos a la producción y comercialización del café.	Justifica las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas en situaciones de contextos reales.	Modela problemáticas asociadas a la producción y comercialización de cultivos alternativos al café.	Genera discurso matemático para explicar las cantidades de magnitud y las relaciones entre ellas en cultivos alternativos al café.	Modifica estrategias para dar a conocer las prácticas de riesgo que emergen en la producción y comercialización de cultivos alternativos.	Previene sobre el uso inadecuado de prácticas en la producción y comercialización de cultivos alternativos al café.
Reconoce y comprende las prácticas relacionadas con diferentes cultivos de la región.	Usa lenguaje matemático para representar situaciones relacionadas con las prácticas de cultivos en la región.	Elabora estrategias para comunicar las prácticas que emergen en la producción y comercialización de cultivos.	Usa herramientas matemáticas para dar a conocer las prácticas emergentes en las prácticas asociadas a cultivos alternativos en la región.	Indaga a expertos para conocer el clima, costos de producción y comercialización de cultivos aptos en la región.	Propone estrategias para dar a conocer los riesgos que emergen en la práctica de producción y comercialización de cultivos agrícolas.
Identifica las prácticas agrícolas de su comunidad.	Representa las cantidades de magnitud en situaciones de su contexto.	Devela estrategias para las prácticas asociadas al cultivo del lulo.	Define pautas para validar riesgos en las prácticas de cultivos,	Establece un lenguaje adecuado para dar a conocer prácticas de riesgo.	Se informa oportunamente sobre los riesgos de las prácticas de cultivos agrícolas en la región.

8.3 Tareas profesor Fabio

Transporte aéreo de café: exportación Colombia China.

Si pudieran negociar su café con algún empresario o comerciante chino, ¿Qué distancia recorrería este producto ¿Colombia-china, medidos desde la superficie terrestre?

Nota: suponer que la superficie de la tierra es considerada esférica.

Consideraciones para la propuesta de clase

En esta propuesta se invertirá el orden de la clase de la siguiente manera, se iniciará la clase no a partir del título del objeto matemático, sino desde una situación que involucra conexiones con su contexto [exportación del café]. Ya que en los libros de texto se inicia con la noción de ángulo, sistemas de medidas de ángulos, conversión entre sistemas, para terminar en ejercicios de aplicación de la longitud de arco. Partiremos de una situación sin una explicación del concepto de longitud de arco por parte del profesor. Se realizará una aproximación desde los conocimientos de los estudiantes en relación a este concepto.

La intención es encontrar y usar la ecuación de la longitud de arco, se mostró la necesidad en esta de identificar el concepto de radián y con esto se introdujo a los conceptos o temas matemáticos de sistemas de medida de ángulos y así al de ángulos.

Representa

Construya un diagrama que ilustre la situación.

Analiza

Aproximación de los estudiantes a la respuesta. Identificación de variables, conocidas y desconocidas. ¿Qué elementos son necesarios para determinar esta distancia?

Construye

A partir de los siguientes interrogantes planteados a los estudiantes se pretende construcción de los objetos matemáticos: Longitud de Arco, Sistemas de medidas de Ángulos (grados-radianes) y Medidas de longitud.

- ¿Qué significa el símbolo π en matemáticas?
- ¿Cuánto mide la longitud de una circunferencia?

Evidencias de aprendizaje

Construcción de la expresión matemática de la longitud de arco

Significado de competencia asociado

Uso del modelo: el modelo está orientado a encontrar un modelo matemático preestablecido – longitud de arco-

Fases del proceso de modelación involucradas

Rúbrica de evaluación

Descripción de la situación problema	Matematización	Trabajo matemático	Validación y uso del modelo matemático
Identifica múltiples formas de encontrar la trayectoria y la distancia entre dos puntos en una esfera y hace formulaciones de relaciones de dependencia entre algunas de ellas.	Usa relaciones de dependencia, entre cantidades de magnitud y parámetros de la circunferencia para encontrar la longitud de arco.	Usa relaciones de dependencia directa e inversa, identifica y relaciona cantidades de magnitud asociadas a la longitud de arco...	Establecer juicios éticos y críticos
Identifica múltiples formas de encontrar la distancia entre dos puntos en una situación real.	Usa relaciones de dependencia, entre el radio y la longitud de arco.	Describe verbal y aritmeticamente- operaciones básicas- relaciones de dependencia en la longitud de circunferencia.	Describir, representar y explicar la realidad
Identifica cantidades de magnitud y tipifica dependientes e independientes.	Plantea la relación entre el ángulo barrido y la longitud de arco con base en la información recogida.	Describe verbalmente las relaciones de dependencia entre cantidades de magnitud y el tipo de variación	Generar patrones, generalizar
Identifica cantidades de magnitud sin tipificar.	Reemplaza términos, aunque sus procedimientos no sean adecuados.	Aplica operaciones básicas sin reconocer el tipo de variación o cantidades de magnitud adecuadas con la situación.	Aplicar como fórmula