

Manual de Vigas Reforzadas

Gustavo Jaramillo Botero
Ingeniero civil
Especialista en estructuras

Vigas de concreto reforzado

1.1 Introduccion

Para analizar una viga de concreto reforzado se recomienda utilizar el método de la resistencia, el cual es aceptado por la NSR-10.

1.2 Método de la resistencia.

Este método permite conocer el comportamiento de la estructura en el instante de falla; lo cual permite realizar un diseño de diversas estructuras, con factores de seguridad apropiados.

El método de la resistencia se basa en las siguientes hipótesis:

- a) Se admite que las secciones planas antes de la falla, permanecen planas después de ésta.
- b) Se acepta que los esfuerzos no son proporcionales a las deformaciones.
- c) Se admite la adherencia perfecta entre el concreto y el acero de refuerzo.
- d) La resistencia del concreto a la tracción se desprecia.

1.2.1 Factores de seguridad.

Toda estructura de concreto reforzado, debe diseñarse de modo que esté en capacidad de resistir una carga mayor a la esperada. Como el diseño se realiza a partir del momento último, es importante que éste no se presente colocándose un factor de seguridad apropiado.

El reglamento NSR-10 recomienda un factor de seguridad obtenido aumentando las cargas y otro disminuyendo la resistencia de las secciones de concreto.

a) Factores de carga: Es un factor de seguridad, con respecto a las cargas exteriores. Con este factor de seguridad se pretenden cubrir los siguientes riesgos:

- Defectos de construcción
- Sobrecargas en la estructura
- Hipótesis del análisis estructural

Este factor consiste en mayorar las cargas muertas y vivas, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$W_u = 1.2 D + 1.6 L$$

En donde,

W_u = carga última o mayorada

D = carga muerta

L = carga viva

b) Factores de resistencia (ϕ): Estos factores tienen por objeto reducir la capacidad teórica de resistencia de un elemento estructural y cubren los siguientes riesgos:

- Deficiencia de los materiales
- Calidad de la mano de obra
- Tolerancia en las medidas
- Deficiente control de calidad

La NSR-10 en su sección C.9.3.2, recomienda los siguientes factores de reducción de resistencia (ϕ):

Tabla 1.1 Factores de reducción de resistencia (ϕ).

Caso de carga	Factor de resistencia (ϕ)
Flexión sin carga axial	0.90
Tracción axial, con o sin flexión	0.90
Compresión axial, con o sin flexión:	
Refuerzo transversal en espiral	0.75
Refuerzo transversal con estribos	0.65
Cortante y torsión	0.75
Aplastamiento en el concreto	0.65

1.2.2. Cuantía balanceada (P_b).

Se define como **cuantía balanceada**, aquella cantidad de acero necesaria para que fallen simultáneamente el concreto y el acero. En consecuencia, cuando el acero alcanza su deformación de fluencia, el concreto llegará simultáneamente a su deformación de rotura.

1.2.3 Cuantía mínima de diseño (A_s min).

Todas las estructuras de concreto reforzado deben de tener una cantidad mínima de acero, con el fin de evitar la falla del concreto y darle ductilidad al elemento estructural.

La NSR-10 recomienda como cuantía mínima de acero para las vigas de concreto reforzado, la calculada con la siguiente fórmula:

$$A_{s\text{mín}} = \frac{0,25 * \sqrt{f_c}}{f_y} b * d \geq \frac{1,4}{f_y} b * d \quad (\text{MPa})$$

$$A_{s\text{mín}} = \frac{0,80 * \sqrt{f_c}}{f_y} b * d \geq \frac{14}{f_y} b * d \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

En la practica se puede trabajar con la siguiente cuantia minima:

$$P \text{ min} = 0,0033$$

1.2.5. Cuantía máxima de diseño (P máx).

La falla del concreto es violenta, sin indicio previo y debe evitarse diseñando las secciones subreforzadas. Con ello se logra que el material que controla el diseño sea el acero.

Cuando en una viga la falla está dada por el acero, se presentan fisuras que permiten prever el colapso de la estructura.

La NSR-10 limita la cuantía de acero a un valor máximo del 75% del valor balanceado.

$$P \text{ máx} = 0,75 P_b$$

1.3 Deflexiones en vigas.

La deflexión (d) de una viga, es la desviación de un punto situado sobre la elástica, con respecto a su posición original sin carga. La razón principal para calcular la deflexión de una viga, es compararla con la deflexión máxima admisible para cada viga.

La NSR-10 limita los espesores mínimos de vigas y losas en una dirección para que no haya necesidad de calcular flechas.

La tabla siguiente muestra los espesores mínimos de vigas y losas sin muros ni divisiones frágiles, es decir, muros con **particiones livianas**.

Tabla 1.2 Espesores mínimos para vigas y losas sin muros frágiles:

Elemento	Simplemente Apoyado	Un apoyo Continuo	Ambos apoyos Continuos	Voladizo
Losas Macizas	$h = L/20$	$h = L/24$	$h = L/28$	$h = L/10$
Vigas o Losas con nervios armadas en una dirección	$h = L/16$	$h = L/18.5$	$h = L/21$	$h = L/8$

La tabla siguiente muestra los espesores mínimos de vigas y losas con muros frágiles, es decir, muros de **mampostería**.

Tabla 1.3 Espesores mínimos para vigas y losas con muros frágiles:

Elemento	Simplemente Apoyado	Un apoyo Continuo	Ambos apoyos Continuos	Voladizo
Losas Macizas	$h = L/14$	$h = L/16$	$h = L/19$	$h = L/7$
Vigas o Losas con nervios armadas en una dirección	$h = L/11$	$h = L/12$	$h = L/14$	$h = L/5$

En las tablas anteriores se puede observar, que mientras más indeterminada sea una estructura, menor es su espesor requerido con la consecuente reducción del peso propio y de los costos.

Las deflexiones de los elementos estructurales no deben ser superiores a los siguientes límites:

Tabla 1.4 Deflexiones máximas calculadas permisibles.

Tipo de Elemento	Deflexión que se Considera	Deflexión Límite
Cubiertas planas que no Soportan o no están Unidas a elementos no estructurales que puedan ser dañados por deflexiones grandes.	Deflexión instantánea debida a la carga viva.	$d = L/180$
Losas que no soportan o no están unidas a elementos no estructurales que puedan ser dañados por deflexiones grandes.	Deflexión instantánea debida a la carga viva.	$d = L/360$
Cubiertas o losas que soportan o están unidas a elementos no estructurales susceptibles de daño debido a deflexiones grandes.	Deflexión total	$d = L/480$
Cubiertas o losas que soportan o estén unidas a elementos no estructurales que no puedan ser dañados por deflexiones grandes.	Deflexión total	$d = L/240$

1.5 Ayudas para el diseño de vigas

Tabla 1.5. Areas para diferentes cantidades de barras.

Numero de barras	Diámetro de la barra								
	1/4"	3/8"	1/2"	5/8"	3/4"	7/8"	1"	1 1/8"	1 1/4"
1	0.32	0.71	1.29	2.00	2.84	3.87	5.10	6.45	8.19
2	0.64	1.42	2.58	4.00	5.68	7.74	10.20	12.90	16.38
3	0.96	2.13	3.87	6.00	8.52	11.61	15.30	19.35	24.57
4	1.28	2.84	5.16	8.00	11.36	15.48	20.40	25.80	32.76
5	1.60	3.55	6.45	10.00	14.20	19.35	25.50	32.25	40.95
6	1.92	4.26	7.74	12.00	17.04	23.22	30.60	38.70	49.14
7	2.24	4.97	9.03	14.00	19.88	27.09	35.70	45.15	57.33
8	2.56	5.68	10.32	16.00	22.72	30.96	40.80	51.60	65.52
9	2.88	6.39	11.61	18.00	25.56	34.83	45.90	58.05	73.71
10	3.20	7.10	12.90	20.00	28.40	38.70	51.00	64.50	81.90

Tabla 1.6 Propiedades de las barras de refuerzo.

Barra N°	Diámetro en pulgadas	Diámetro cm	Area cm ²	Perímetro cm	Peso kgf/m
N° 2	1/4"	0,64	0,32	2,00	0,25
N° 3	3/8"	0,95	0,71	3,00	0,56
N° 4	1/2"	1,27	1,29	4,00	0,994
N° 5	5/8"	1,59	2,00	5,00	1,552
N° 6	3/4"	1,91	2,84	6,00	2,235
N° 7	7/8"	2,22	3,87	7,00	3,042
N° 8	1"	2,54	5,10	8,00	3,973
N° 9	1 1/8"	2,87	6,45	9,00	5,060
N° 10	1 1/4"	3,23	8,19	10,13	6,404

Tabla 1.7 Areas para varias combinaciones de barras (cm²)

AREAS PARA VARIAS COMBINACIONES DE BARRAS (cm ²)													
-Las columnas 0 5 contienen datos para un tamaño en grupos de 1 a 10 barras.													
-Las columnas 1 2 3 4 5 contienen datos para dos tamaños en grupos de 1 a 5 barras.													
	0	5											
N° 3	1	0,71	4,26										
	2	1,42	4,97										
	3	2,13	5,68										
	4	2,84	6,39										
	5	3,55	7,10										
N° 4	1	1,29	7,74	1	2	3	4	5					
	2	2,58	9,03	2,00	2,71	3,42	4,13	4,84					
	3	3,87	10,32	3,29	4,00	4,71	5,42	6,13					
	4	5,16	11,61	4,58	5,29	6,00	6,71	7,42					
	5	6,45	12,90	5,87	6,58	7,29	8,00	8,71					
				7,16	7,87	8,58	9,29	10,00					
N° 5	1	2,00	12,00				1	2	3	4	5		
	2	4,00	14,00				2,71	3,42	4,13	4,84	5,55		
	3	6,00	16,00				4,71	5,42	6,13	6,84	7,55		
	4	8,00	18,00				6,71	7,42	8,13	8,84	9,55		
	5	10,00	20,00				8,71	9,42	10,13	10,84	11,55		
							10,71	11,42	12,13	12,84	13,55		
N° 6	1	2,84	17,04										
	2	5,68	19,88				4,84	6,84	8,84	10,84	12,84		
	3	8,52	22,72				7,68	9,68	11,68	13,68	15,68		
	4	11,36	25,56				10,52	12,52	14,52	16,52	18,52		
	5	14,20	28,40				13,36	15,36	17,36	19,36	21,36		
							16,20	18,20	20,20	22,20	24,20		
N° 7	1	3,87	23,22										
	2	7,74	27,09				6,71	9,55	12,39	15,23	18,07		
	3	11,61	30,96				10,58	13,42	16,26	19,10	21,94		
	4	15,48	34,83				14,45	17,29	20,13	22,97	25,81		
	5	19,35	38,70				18,32	21,16	24,00	26,84	29,68		
							22,19	25,03	27,87	30,71	33,55		
N° 8	1	5,10	30,60										
	2	10,20	35,70				8,97	12,84	16,71	20,58	24,45		
	3	15,30	40,80				14,07	17,94	21,81	25,68	29,55		
	4	20,40	45,90				19,17	23,04	26,91	30,78	34,65		
	5	25,50	51,00				24,29	28,14	32,01	35,88	39,75		
							29,37	33,24	37,11	40,98	44,85		
N° 9	1	6,45	38,70										
	2	12,90	45,15				11,55	16,65	21,75	26,85	31,95		
	3	19,35	51,60				18,00	23,10	28,20	33,30	38,40		
	4	25,80	58,05				24,45	29,55	34,65	39,75	44,85		
	5	32,25	64,50				30,90	36,00	41,10	46,20	51,30		
							37,35	42,45	47,55	52,65	57,75		
N° 10	1	8,19	49,14										
	2	16,38	57,33				14,64	21,09	27,54	33,99	40,44		
	3	24,57	65,52				22,83	29,28	35,73	42,18	48,63		
	4	32,76	73,71				31,02	37,47	43,92	50,37	56,82		
	5	40,95	81,90				39,21	45,66	52,11	58,56	65,01		
							47,40	53,85	60,30	66,75	73,20		

Tabla 1.8 Ancho mínimo de vigas y columnas para varias combinaciones de barras en una fila (cm).

ANCHO MINIMO DE VIGAS Y COLUMNAS PARA VARIAS COMBINACIONES DE BARRAS EN UNA FILA (cm)										
-Las columnas 0 5 contienen datos para un tamaño en grupos de 1 a 10 barras.										
-Las columnas 1 2 3 4 5 contienen datos para dos tamaños en grupos de 1 a 5 barras.										
	0	5								
N° 3	1	28,1								
	2	14,3	31,6							
	3	17,8	35,0							
	4	21,2	38,5							
	5	24,7	41,9							
N° 4				1	2	3	4	5		
	1		30,0	14,6	18,1	21,5	25,0	28,4		
	2	14,9	33,8	18,4	21,8	25,3	28,7	32,2		
	3	18,7	37,6	22,2	25,6	29,1	32,5	36,0		
	4	22,5	41,3	25,9	29,4	32,8	36,3	39,7		
5	26,3	45,1	29,7	33,2	36,6	40,1	43,5			
N° 5									1	2
	1		31,9	15,3	19,0	22,8	26,6	30,3	14,9	18,4
	2	15,6	36,0	19,4	23,1	26,9	30,7	34,4	19,0	22,5
	3	19,7	40,1	23,4	27,2	31,0	34,8	38,5	23,1	26,6
	4	23,8	44,2	27,5	31,3	35,1	38,8	42,6	27,2	30,7
5	27,9	48,3	31,6	35,4	39,2	42,9	46,7	31,3	34,8	
N° 6										3
	1		33,9	15,9	20,0	24,1	28,2	32,3	15,6	19,4
	2	16,2	38,3	20,3	24,4	28,5	32,6	36,7	20,0	23,8
	3	20,6	42,7	24,7	28,8	32,9	37,0	41,1	24,4	28,2
	4	25,0	47,1	29,1	33,2	37,3	41,4	45,5	28,8	32,6
5	29,5	51,5	33,5	37,6	41,7	45,8	49,9	33,2	37,0	
N° 7										4
	1		35,7	16,5	20,9	25,4	29,8	34,2	16,2	20,3
	2	16,8	40,4	21,3	25,7	30,1	34,5	38,9	20,9	25,0
	3	21,6	45,2	26,0	30,4	34,8	39,2	43,6	25,7	29,7
	4	26,3	49,9	30,7	35,1	39,5	43,9	48,3	30,4	34,5
5	31,0	54,6	35,4	39,8	44,2	48,6	53,1	35,1	39,2	
N° 8										5
	1		37,8	17,2	22,0	26,7	31,5	36,2	16,9	21,3
	2	17,5	42,9	22,3	27,0	31,8	36,6	41,3	22,0	26,4
	3	22,6	48,0	27,4	32,1	36,9	41,6	46,4	27,1	31,5
	4	27,7	53,1	32,4	37,2	42,0	46,7	51,5	32,1	36,6
5	32,8	58,2	37,5	42,3	47,0	51,8	56,6	37,2	41,7	
N° 9										
	1		41,5	18,2	23,6	29,0	34,4	39,8	17,9	23,0
	2	18,5	47,2	23,9	29,3	34,7	40,2	45,6	23,6	28,7
	3	24,3	53,0	29,7	35,1	40,5	45,9	51,3	29,3	34,4
	4	30,0	58,7	35,4	40,8	46,2	51,6	57,0	35,1	40,2
5	35,7	64,4	41,1	46,6	52,0	57,4	62,8	40,8	45,9	
N° 10										
	1		45,4	19,2	25,3	31,4	37,5	43,6	18,9	24,7
	2	19,6	51,9	25,7	31,8	37,9	44,0	50,1	25,4	31,1
	3	26,1	58,4	32,2	38,3	44,4	50,5	56,6	31,8	37,6
	4	32,5	64,8	38,6	44,7	50,8	56,9	63,0	38,3	44,1
5	39,0	71,3	45,1	51,2	57,3	63,4	69,5	44,7	50,5	

Tabla 1.9 Coeficientes para vigas rectangulares con refuerzo a tracción

Concreto: $f'c = 210 \text{ kgf/cm}^2$ (3.000 psi)

Refuerzo: $f_y = 4.200 \text{ kgf/cm}^2$ (60.000 psi)

P (Cuantía)	K (ton/cm ²)	P (Cuantía)	K (ton/cm ²)
0,0020 P mín losa maciza	0,0073	0,0090	0,0304
0,0025	0,0095	0,0095	0,0319
0,0030	0,0109	0,0100	0,0333
0,0033 P mín vigas	0,0120	0,0105	0,0348
0,0035	0,0127	0,0110	0,0362
0,0040	0,0144	0,0115	0,0376
0,0045	0,0161	0,0120	0,0389
0,0050	0,0178	0,0125	0,0403
0,0055	0,0194	0,0130	0,0416
0,0060	0,0211	0,0135	0,0429
0,0065	0,0227	0,0140	0,0442
0,0070	0,0243	0,0145	0,0454
0,0075	0,0258	0,0150	0,0467
0,0080	0,0274	0,0155	0,0479
0,0085	0,0289	0,0160 P máx vigas	0,0491

Tabla 1.10 Coeficientes para vigas rectangulares con refuerzo a tracción

Concreto: $f_c = 245 \text{ kgf/cm}^2$ (3.500 psi)

Refuerzo: $f_y = 4.200 \text{ kgf/cm}^2$ (60.000 psi)

P (Cuantía)	K (ton/cm2)	P (Cuantía)	K (ton/cm2)
0,0020 P mín losa maciza	0,0074	0,0105	0,0355
0,0025	0,0087	0,0110	0,0370
0,0030	0,0103	0,0115	0,0385
0,0033 P mín vigas	0,0121	0,0120	0,0399
0,0035	0,0127	0,0125	0,0413
0,0040	0,0145	0,0130	0,0427
0,0045	0,0162	0,0135	0,0441
0,0050	0,0179	0,0140	0,0454
0,0055	0,0196	0,0145	0,0468
0,0060	0,0213	0,0150	0,0481
0,0065	0,0230	0,0155	0,0494
0,0070	0,0246	0,0160	0,0507
0,0075	0,0262	0,0165	0,0520
0,0080	0,0278	0,0170	0,0532
0,0085	0,0293	0,0175	0,0545
0,0090	0,0309	0,0180	0,0556
0,0095	0,0325	0,0185	0,0568
0,0100	0,0340	0,0187 P máx vigas	0,0575

Tabla 1.11 Coeficientes para vigas rectangulares con refuerzo a tracción.

Concreto: $F_c = 4.000$ PSI (28 MPa)
 Refuerzo: $F_y = 60.000$ PSI (420 MPa)

P (Cuantía)	K (ton/cm ²)	P (Cuantía)	K (ton/cm ²)
0,0020	0,0074	0,0120	0,0406
P mín losa maciza			
0,0025	0,0087	0,0125	0,0420
0,0030	0,0104	0,0130	0,0435
0,0033	0,0121	0,0135	0,0449
P mín vigas			
0,0035	0,0128	0,0140	0,0463
0,0040	0,0146	0,0145	0,0478
0,0045	0,0163	0,0150	0,0492
0,0050	0,0181	0,0155	0,0506
0,0055	0,0198	0,0160	0,0520
0,0060	0,0215	0,0165	0,0533
0,0065	0,0232	0,0170	0,0547
0,0070	0,0249	0,0175	0,0559
0,0075	0,0265	0,0180	0,0572
0,0080	0,0281	0,0185	0,0585
0,0085	0,0297	0,0190	0,0597
0,0090	0,0313	0,0195	0,0610
0,0095	0,0329	0,0200	0,0622
0,0100	0,0345	0,0205	0,0635
0,0105	0,0360	0,0210	0,0646
0,0110	0,0376	0,0214	0,0658
		P máx vigas	
0,0115	0,0391		

Tabla 1.12 Coeficientes para vigas rectangulares con refuerzo a tracción.Concreto: $F'_c = 4.500$ PSI (31,5 MPa)Refuerzo: $F_y = 60.000$ PSI (420 MPa)

P (Cuantía)	K(ton/cm2)	P (Cuantía)	K(ton/cm2)
0,0020 P mín losa maciza	0,0074	0,0130	0,0441
0,0025	0,0087	0,0135	0,0456
0,0030	0,0104	0,0140	0,0471
0,0033 P mín. vigas	0,0122	0,0145	0,0486
0,0035	0,0128	0,0150	0,0500
0,0040	0,0146	0,0155	0,0515
0,0045	0,0164	0,0160	0,0529
0,0050	0,0182	0,0165	0,0543
0,0055	0,0199	0,0170	0,0557
0,0060	0,0216	0,0175	0,0571
0,0065	0,0233	0,0180	0,0584
0,0070	0,0250	0,0185	0,0598
0,0075	0,0267	0,0190	0,0611
0,0080	0,0283	0,0195	0,0624
0,0085	0,0299	0,0200	0,0637
0,0090	0,0316	0,0205	0,0650
0,0095	0,0332	0,0210	0,0663
0,0100	0,0348	0,0215	0,0676
0,0105	0,0364	0,0220	0,0688
0,0110	0,0380	0,0225	0,0700
0,0115	0,0396	0,0230	0,0712
0,0120	0,0411	0,0233 P máx vigas	0,0718

Tabla 1.13 Coeficientes para vigas rectangulares con refuerzo a tracción.

Concreto: $F_c = 5.000$ PSI (35 MPa)
 Refuerzo: $F_y = 60.000$ PSI (420 MPa)

P (Cuantía)	K(ton/cm ²)	P (Cuantía)	K(ton/cm ²)
0,0020 P mín losa maciza	0,0075	0,0140	0,0477
0,0025	0,0088	0,0145	0,0492
0,0030	0,0104	0,0150	0,0507
0,0033 P mín vigas	0,0122	0,0155	0,0522
0,0035	0,0128	0,0160	0,0537
0,0040	0,0146	0,0165	0,0551
0,0045	0,0164	0,0170	0,0566
0,0050	0,0182	0,0175	0,0580
0,0055	0,0199	0,0180	0,0594
0,0060	0,0216	0,0185	0,0607
0,0065	0,0233	0,0190	0,0622
0,0070	0,0250	0,0195	0,0635
0,0075	0,0267	0,0200	0,0649
0,0080	0,0283	0,0205	0,0663
0,0085	0,0299	0,0210	0,0676
0,0090	0,0316	0,0215	0,0689
0,0095	0,0332	0,0220	0,0702
0,0100	0,0348	0,0225	0,0716
0,0105	0,0364	0,0230	0,0727
0,0110	0,0380	0,0235	0,0741
0,0115	0,0396	0,0240	0,0753
0,0120	0,0411	0,0245	0,0766
0,0125	0,0427	0,0250	0,0778
0,0130	0,0441	0,0252 P máx vigas	0,0782

Tabla 1.14 Ancho mínimo de viga para un número dado de barras en una fila.

Designación de la barra.	Nº 4	Nº 5	Nº 6	Nº 7	Nº 8	Nº 9	Nº 10
Diámetro Cm	1,27	1,59	1,91	2,22	2,54	2,87	3,23

Cantidad de Barras	ANCHO DE VIGA (cm)
--------------------	----------------------

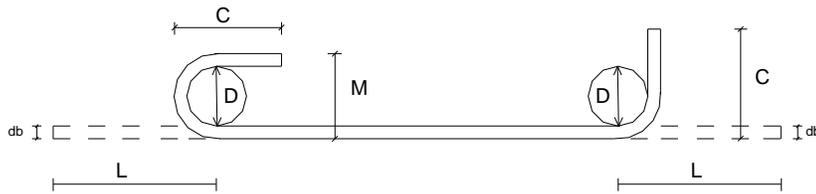
2	15	16	17	17	18	19	19
3	20	21	22	23	24	25	26
4	25	26	27	29	30	31	33
5	29	31	33	34	36	37	39
6	34	36	38	40	42	44	46
7	39	41	43	45	48	50	52
8	43	46	48	51	54	56	59

Tabla 1.15 Recubrimiento del refuerzo. Concreto vaciado en sitio.

TIPO DE CONCRETO	RECUBRIMIENTO MINIMO (cm)
- Concreto colocado directamente sobre el suelo y en contacto permanente con la tierra.	7,50 cm
- Concreto expuesto a la intemperie o en contacto con el suelo de relleno: Barras Nº 6 a Nº 18: Barras Nº 5 y menores:	5,0 cm 4,0 cm
- Concreto no expuesto a la intemperie, ni en contacto con la tierra: - En losas, muros y viguetas. Barras Nº 14 y Nº 18: Barras Nº 11 y menores: - En vigas y columnas: - En cascarones y losas plegadas Barras Nº 6 y mayores: Barras Nº 5 y menores:	4,0 cm 2,0 cm 4,0 cm 2,0 cm 1,5 cm

Tabla 1.16 Dimensiones para ganchos estándar.

Para el doblamiento de las barras de refuerzo principal.



Designación de la Barra	D (cm)	Gancho de 180°			Gancho de 90°	
		L (cm)	C (cm)	M (cm)	L (cm)	C (cm)
Nº 2	3,84	9,60	5,10	5,10	11,20	10,20
Nº 3	5,70	14,20	7,60	7,60	16,60	15,20
Nº 4	7,62	19,00	10,20	10,20	22,20	20,30
Nº 5	9,54	23,80	12,70	12,70	27,80	25,40
Nº 6	11,46	28,60	15,30	15,30	33,40	30,60
Nº 7	13,32	33,30	17,80	17,80	38,80	35,50
Nº 8	15,24	38,10	20,30	20,30	44,40	40,60
Nº 9	22,96	52,10	25,80	28,70	54,70	48,80
Nº 10	25,84	58,60	29,10	32,30	61,60	54,90
Nº 11	28,64	64,90	32,20	35,80	68,30	60,90
Nº 14	43,00	91,50	43,00	51,60	88,70	77,40
Nº 18	57,30	121,90	57,30	68,80	118,30	103,10

Tabla 1.17 Longitud de desarrollo básica (en cm) de barras corrugadas a tracción con gancho estándar.

Designación de la Barra fy= 60.000 PSI	Resistencia del Concreto F'c (PSI)				
	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000
Nº 2	15	15	15	15	15
Nº 3	21	20	19	18	17
Nº 4	28	26	25	23	22
Nº 5	35	33	30	29	27
Nº 6	42	39	38	35	33
Nº 7	50	46	42	40	38
Nº 8	56	52	48	46	43
Nº 9	64	60	55	52	50
Nº 10	72	66	62	58	55

Tabla 1.18 Longitud de desarrollo (en cm) de barras corrugadas a tracción sin gancho estándar.

Designación de la Barra fy= 60.000 PSI	Resistencia del Concreto F'c (PSI)									
	3.000		3.500		4.000		4.500		5.000	
	Refuerzo inferior	Refuerzo superior	Refuerzo inferior	Refuerzo superior	Refuerzo inferior	Refuerzo superior	Refuerzo inferior	Refuerzo superior	Refuerzo inferior	Refuerzo superior
Nº 2	30	37	30	35	30	32	30	31	30	30
Nº 3	42	55	40	51	37	48	35	45	33	43
Nº 4	56	73	53	68	50	63	46	60	45	57
Nº 5	70	91	66	85	62	80	58	75	55	72
Nº 6	84	110	79	102	73	95	70	90	65	85
Nº 7	122	160	114	150	106	138	100	130	95	123
Nº 8	140	182	131	170	122	158	115	150	110	142
Nº 9	158	206	148	192	137	180	130	170	125	160
Nº 10	178	232	166	215	155	200	147	190	140	180

Tabla 1.19 Longitud de desarrollo (en cm) de barras corrugadas a compresión.

Designación de la Barra fy= 60.000 PSI	Resistencia del Concreto F'c (PSI)				
	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000
Nº 2	15	14	13	13	12
Nº 3	22	20	19	18	17
Nº 4	30	28	26	25	23
Nº 5	37	35	32	31	29
Nº 6	44	42	38	36	34
Nº 7	51	48	44	42	40
Nº 8	59	55	51	48	46
Nº 9	66	62	57	55	51
Nº 10	75	70	65	62	58

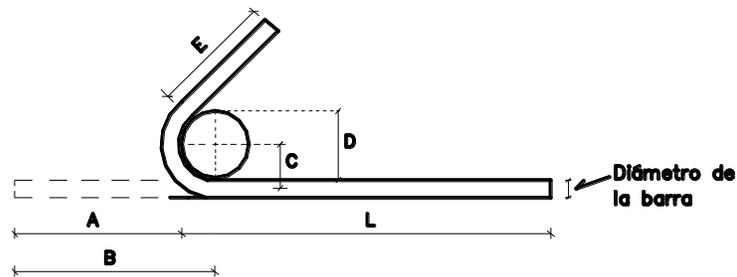
Tabla 1.20 Longitud mínima de traslapes (en cm) de barras corrugadas para empalmes a tracción.

Designación de la Barra fy= 60.000 PSI	Resistencia del Concreto F'c (PSI)									
	3.000		3.500		4.000		4.500		5.000	
	Refuerzo inferior	Refuerzo superior	Refuerzo inferior	Refuerzo superior	Refuerzo inferior	Refuerzo superior	Refuerzo inferior	Refuerzo superior	Refuerzo inferior	Refuerzo superior
Nº 2	37	48	35	46	32	42	31	40	30	37
Nº 3	55	72	52	67	48	62	45	57	42	55
Nº 4	73	95	68	87	63	82	60	78	57	74
Nº 5	91	119	85	112	79	104	75	98	71	92
Nº 6	110	142	104	135	95	123	90	115	85	110
Nº 7	160	207	152	190	138	179	130	170	123	160
Nº 8	182	237	172	225	158	205	148	190	141	183
Nº 9	206	268	195	250	178	231	170	220	160	207
Nº 10	232	300	218	280	200	260	190	246	180	233

Tabla 1.21 Longitud mínima de traslapes (en cm) de barras corrugadas para empalmes a compresión.

Designación de la Barra fy= 60.000 PSI	Resistencia del Concreto F'c (PSI)				
	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000
Nº 2	30	30	30	30	30
Nº 3	30	30	30	30	30
Nº 4	38	38	38	38	38
Nº 5	47	47	47	47	47
Nº 6	57	57	57	57	57
Nº 7	66	66	66	66	66
Nº 8	75	75	75	75	75
Nº 9	85	85	85	85	85
Nº 10	95	95	95	95	95

Tabla 1.22 Longitudes de ganchos para estribos de 135°.

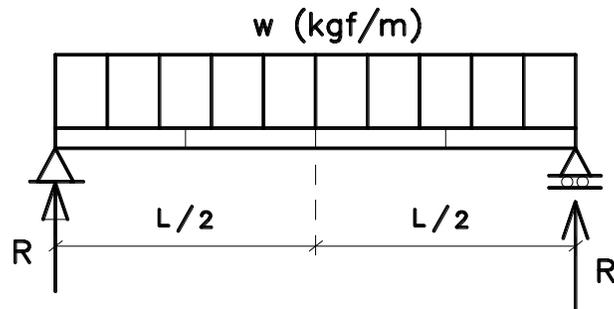


Barra	db	E	D	C	B	A	L Long. adicional	L Long. adicional
Nº	cm	cm	cm	cm	cm	cm	1 gancho	2 gancho
Nº 2	0.64	3.8	2.6	1.6	7.6	5.7	7.5	15.0
Nº 3	0.95	5.7	3.8	2.4	11.3	8.4	8.5	17.0
Nº 4	1.27	7.6	5.1	3.2	15.1	11.3	12.5	25.0
Nº 5	1.59	9.5	6.4	4.0	18.9	14.1	15.0	30.0
Nº 6	1.91	11.5	11.5	6.7	27.2	19.6	20.0	40.0
Nº 7	2.22	13.3	13.3	7.8	31.6	22.7	22.5	45.0
Nº 8	2.54	15.2	15.2	8.9	36.2	26.0	30.0	60.0
Nº 9	2.87	17.2	17.2	10.0	40.9	29.4	35.0	70.0
Nº 10	3.23	19.4	19.4	11.3	46.0	33.1	40.0	80.0

1.6. Formulas para vigas.

Las siguientes formulas se pueden utilizar para calcular los momentos flectores y la fuerza cortante en una viga, sin necesidad de dibujar los diagramas de fuerzas internas.

1.6.1. Viga simplemente apoyada con carga distribuida:



Fuerza cortante en los apoyos:

$$V = \frac{w * L}{2}$$

Momento flector en el centro de la luz:

$$M = \frac{w * L^2}{8} \quad (\text{positivo})$$

Momento flector en los apoyos:

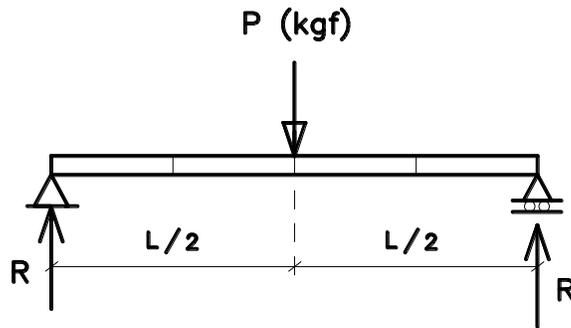
$$M = 0$$

Donde,

w= carga distribuida.

L= luz libre entre apoyos.

1.6.2. Viga simplemente apoyada con carga concentrada en el centro de la luz:



Fuerza cortante en los apoyos:

$$V = \frac{P}{2}$$

Momento flector en el centro de la luz:

$$M = \frac{P * L}{4} \quad (\text{positivo})$$

Momento flector en los apoyos:

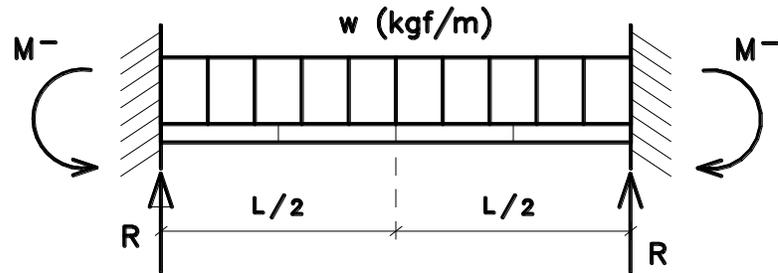
$$M = 0$$

Donde,

P = carga concentrada.

L = luz libre entre apoyos

1.6.3. Viga empotrada en los apoyos con carga distribuida:



Fuerza cortante en los apoyos:

$$V = \frac{w * L}{2}$$

Momento flector en el centro de la luz:

$$M = \frac{w * L^2}{24} \quad (\text{positivo})$$

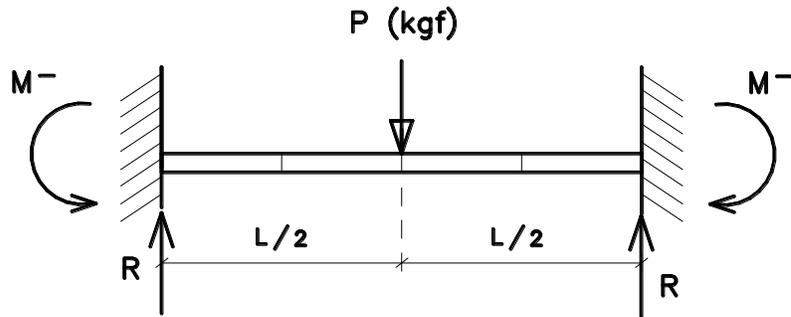
Momento flector en los apoyos:

$$M = \frac{w * L^2}{12} \quad (\text{negativo})$$

Donde,

w = carga distribuida.
 L = luz libre entre apoyos

1.6.4. Viga empotrada en los apoyos con carga concentrada en el centro de la luz:



Fuerza cortante en los apoyos:

$$V = \frac{P}{2}$$

Momento flector en el centro de la luz:

$$M = \frac{P * L}{8} \quad (\text{positivo})$$

Momento flector en los apoyos:

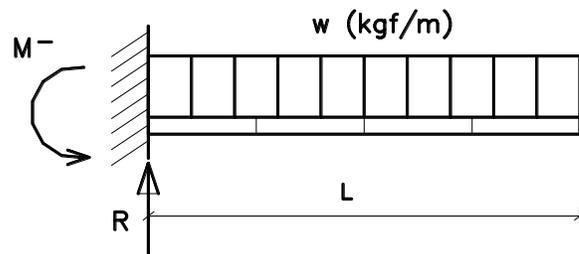
$$M = \frac{P * L}{8} \quad (\text{negativo})$$

Donde,

\$P\$ = carga concentrada.

\$L\$ = luz libre entre apoyos

1.6.5. Viga empotrada en un apoyo con carga distribuida:



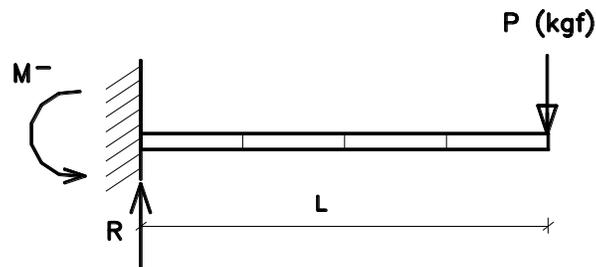
Fuerza cortante en el apoyo:

$$V = w * L$$

Momento flector en el apoyo:

$$M = -\frac{w * L^2}{2} \quad (\text{negativo}), \quad (w = \text{carga distribuida}).$$

1.6.6. Viga empotrada en un apoyo con carga concentrada en el extremo:



Fuerza cortante en el apoyo:

$$V = P$$

Momento flector en el apoyo:

$$M = -P * L \quad (\text{negativo}), \quad (P = \text{carga concentrada})$$

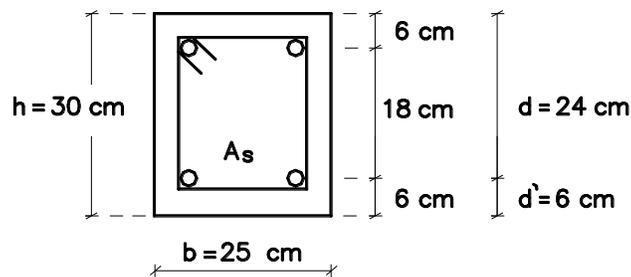
Ejemplo 1.1

Una viga rectangular de concreto tiene las dimensiones que se indican en la figura. Calcular el acero de refuerzo positivo mínimo y máximo que puede tener la viga, según los requisitos de la NSR-10.

Los materiales son:

Concreto: $f_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$

Refuerzo: $f_y = 4.200 \text{ kgf/cm}^2$

**Solución:**

La cuantía de acero mínima (P_{min}) se puede encontrar en la tabla 5.9:

$$P_{min} = 0,0033 \quad (P \text{ es la letra griega Rho})$$

El area de acero minima es:

$$A_s = P * b * d \quad \Rightarrow \quad A_s = 0,0033 * 25 \text{ cm} * 24 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad A_s = 1,98 \text{ cm}^2$$

La cuantía de acero máxima (P_{max}) se puede encontrar en la tabla 5.9:

$$P_{max} = 0,016$$

El area de acero máxima es:

$$A_s = P * b * d \quad \Rightarrow \quad A_s = 0,016 * 25 \text{ cm} * 24 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad A_s = 9,60 \text{ cm}^2$$

Ejemplo 1.2

Una viga rectangular de concreto tiene un área de acero a tracción de 8 cm². Calcular el momento último (Mu) que resiste la viga.

Los materiales son:

Concreto: $f_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$

Refuerzo: $f_y = 4.200 \text{ kgf/cm}^2$

Las dimensiones son:

$b = 30 \text{ cm}$, $h = 30 \text{ cm}$ y $d = 24 \text{ cm}$

Solución:

La ecuación para el coeficiente de refuerzo a tracción (K) de una viga reforzada es:

$$K = \frac{M_u}{b * d^2}$$

Despejando el momento último se obtiene:

$$M_u = K * b * d^2$$

La ecuación para el área de acero es:

$$A_s = P * b * d$$

Despejando la cuantía (P) se obtiene:

$$P = \frac{A_s}{b * d} \Rightarrow P = \frac{8 \text{ cm}^2}{30 \text{ cm} * 24 \text{ cm}} \Rightarrow P = 0,011$$

Con el valor de P se busca K en la tabla 5.9:

Para $P = 0,011$ le corresponde un $K = 0,0362 \text{ ton/cm}^2$

Reemplazando en la ecuación del momento último se obtiene:

$$M_u = K * b * d^2 \Rightarrow M_u = 0,0362 \text{ ton/cm}^2 * 30 \text{ cm} * (24 \text{ cm})^2$$

$$M_u = 625,536 \text{ ton*cm} \Rightarrow M_u = 6255,36 \text{ kg*m}$$

Ejemplo 1.3

Una viga rectangular de concreto tiene una seccion de 35 x 35 cm. Determinar el mayor refuerzo positivo que se le puede colocar a la viga, de acuerdo a los requisitos de la NSR-10. Chequear si el refuerzo cabe en la base de la sección transversal, acomodados en una sola fila.

Los materiales son:

Concreto: $f_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$
 Refuerzo: $f_y = 4.200 \text{ kgf/cm}^2$

Las dimensiones son: $b=35 \text{ cm}$ $h= 35 \text{ cm}$ y $d= 30 \text{ cm}$.

Solución:

La cuantía máxima para una viga se encuentra en la tabla 5.11.

$$P_{\text{max}} = 0,0214$$

El area de acero máximo positivo es:

$$A_s = P * b * d \quad \Rightarrow \quad A_s = 0,0214 * 35 \text{ cm} * 30 \text{ cm}$$

$$A_s = 22,47 \text{ cm}^2$$

Refuerzo positivo: 6 # 7 ($A_s = 23,22 \text{ cm}^2$)

La base necesaria para acomodar el refuerzo es:

$$b = 2 * \text{Recubrimiento} + 6 * \text{Diámetro N}^\circ 7 + 5 * \text{separacion libre entre barras}$$

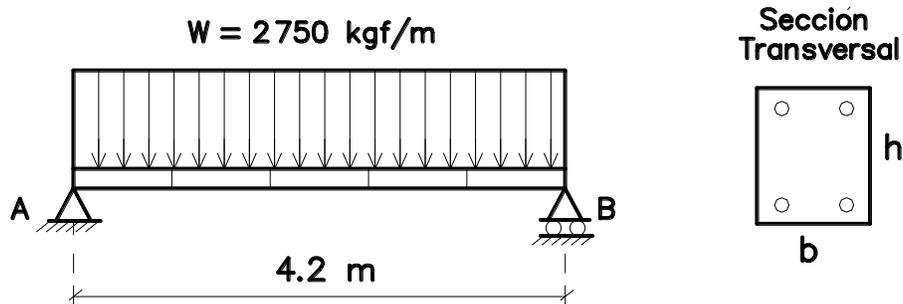
$$b = 2 * 5 \text{ cm} + 6 * 2,22 \text{ cm} + 5 * 5,0 \text{ cm} = 48,32 \text{ cm} < 35 \text{ cm} \quad \underline{\text{No OK}}$$

En la tabla 5.8 se ve que 6 barras N° 7 caben en una sección de 35,70 cm

Conclusion: El refuerzo no cabe en la sección transversal, por lo tanto se recomienda ampliar la sección, para que el refuerzo disminuya y se pueda acomodar en la base de la viga.

Ejemplo 1.4

Una viga simplemente apoyada soporta una carga distribuida de 2.750 kgf/m. La viga no soporta muros frágiles. Calcular el refuerzo positivo y negativo. Considerar zona de amenaza sísmica alta. Utilizar concreto de 210 kgf/cm² y refuerzo de 4.200 kgf/cm².

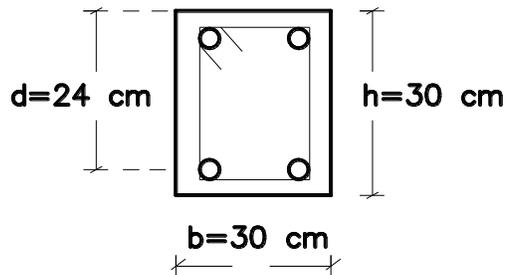
**Solución:**

La altura de la viga se calcula con la fórmula para muros no frágiles:

$$h = L / 16$$

$$h = 420 / 16 \quad \Rightarrow \quad h = 26,25 \text{ cm}$$

Se adoptan las siguientes dimensiones:

**Calculo del refuerzo positivo:**

El momento máximo positivo para una viga simplemente apoyada con una carga distribuida, se calcula con la fórmula:

$$M = \frac{W * L^2}{8} = \frac{2750 \text{ kgf/m} * (4.2 \text{ m})^2}{8} = 6063,75 \text{ kgf*m} = 606,37 \text{ ton*cm}$$

El coeficiente para diseño de vigas de concreto es:

$$K = \frac{M}{b d^2} = \frac{606,37 \text{ Ton}\cdot\text{cm}}{(30 \text{ cm}) (24 \text{ cm})^2} = 0,035 \text{ Ton/cm}^2$$

La cuantía de refuerzo a tracción se encuentra interpolando en la tabla 4.9, para concreto de 210 kgf/cm² y refuerzo de 4.200 kgf/cm².

Para $K = 0.035$ le corresponde una cuantía de: $P = 0.0108$

El área de acero positivo se calcula con la fórmula:

$$A_s = P * b * d \Rightarrow A_s = 0,0108 * 30 \text{ cm} * 24 \text{ cm} \Rightarrow \mathbf{A_s = 7.74 \text{ cm}^2}$$

El número de varillas se encuentra en la tabla 4.5 o 4.7:

Usar: 2 # 6 + 1 # 5 ($A_s = 7,68 \text{ cm}^2$)

Este refuerzo se coloca en la parte inferior de la viga.

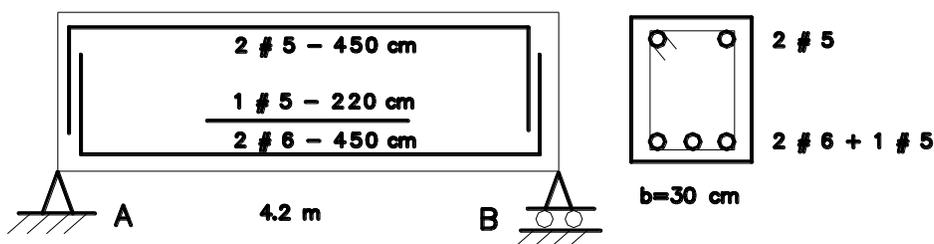
Cálculo del refuerzo negativo:

En la viga no hay momento negativo, por lo tanto el refuerzo negativo se asume como el mínimo recomendado por la NSR-10.

Refuerzo negativo: Usar 2 # 5

Este refuerzo se coloca en la parte superior de la viga.

La distribución longitudinal del refuerzo se muestra en la siguiente figura:

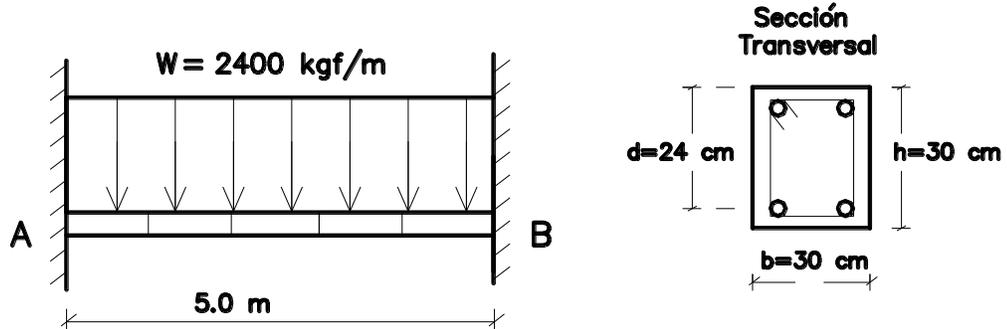


La base necesaria para acomodar este refuerzo es:

$$b = 2 * 5 \text{ cm} + 2 * 1,91 \text{ cm} + 1 * 1,59 \text{ cm} + 2 * 5,0 \text{ cm} = 25,41 \text{ cm} < 30 \text{ cm} \quad \underline{OK}$$

Ejemplo 1.5

Una viga empotrada en los dos extremos soporta una carga uniformemente distribuida de 2.400 kgf/m. Calcular el refuerzo positivo y negativo. Considerar zona de amenaza sísmica alta. Usar concreto de 245 kgf/cm² y refuerzo de 4.200 kgf/cm². La viga soporta particiones livianas.

**Solución:**

La altura de la viga se calcula con la fórmula para muros no frágiles (particiones livianas):

$$h = \frac{L}{18,5} \Rightarrow h = \frac{500 \text{ cm}}{18,5} \Rightarrow h = 27,02 \text{ cm}$$

Las dimensiones de la sección transversal de la viga son:

$$b = 30 \text{ cm}, \quad h = 30 \text{ cm}, \quad d = 24 \text{ cm}$$

Cálculo del refuerzo positivo:

El momento máximo positivo se calcula con la fórmula para una viga empotrada con carga distribuida.

$$M = \frac{W * L^2}{24} \Rightarrow M = \frac{2.400 \text{ kgf/m} * (5,0 \text{ m})^2}{24} \Rightarrow M = 2.500 \text{ kgf*m}$$

El coeficiente para diseño de vigas de concreto es:

$$K = \frac{M}{b d^2} = \frac{250 \text{ Ton*cm}}{(30 \text{ cm}) (24 \text{ cm})^2} = 0,0144 \text{ Ton/cm}^2$$

La cuantía de refuerzo a tracción se encuentra en la tabla 4.9. Para concreto de 245 kgf/cm² y refuerzo de 4.200 kgf/cm².

Para: $K= 0,0144 \Rightarrow P= 0,0038$

El área de acero positivo se calcula con la fórmula:

$As= P * b * d \Rightarrow As= 0,0038 * 30 \text{ cm} * 24 \text{ cm} \Rightarrow \mathbf{As= 2,74 \text{ cm}^2}$

El número de varillas se encuentra en la tabla 4.5 ó 4.7:

Usar 2 # 5 ($As= 4.00 \text{ cm}^2$) (mínimo que se puede utilizar)

Cálculo del refuerzo negativo:

El momento máximo negativo se calcula con la fórmula:

$$M= \frac{W * L^2}{12} \Rightarrow M= \frac{2.400\text{kgf/m} * (5,0 \text{ m})^2}{12} \Rightarrow \mathbf{M= 5.000 \text{ kgf*m}}$$

El coeficiente para vigas de concreto es:

$$K= \frac{M}{b d^2} = \frac{500 \text{ Ton*cm}}{(30 \text{ cm}) (24 \text{ cm})^2} = 0,0289 \text{ Ton/cm}^2$$

La cuantía de refuerzo a tracción es:

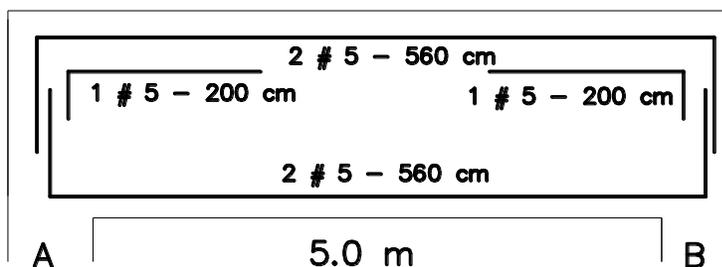
Para: $K= 0,0289 \Rightarrow P= 0,0083$

El área de acero se calcula con la fórmula:

$As= P * b * d \Rightarrow As= 0,0083 * 30 \text{ cm} * 24 \text{ cm} \Rightarrow \mathbf{As= 5,98 \text{ cm}^2}$

El número de varillas es: Usar 3 # 5 ($As= 6,00 \text{ cm}^2$)

La distribución longitudinal del refuerzo se muestra en la siguiente figura:



Diseño de estribos

2.1 Generalidades.

El diseño de vigas por cortante consiste en calcular los estribos o flejes, los cuales resisten las fuerzas cortantes producidas en la sección transversal de la viga.

La NSR-10 recomienda que el diseño a cortante de elementos de concreto reforzado, debe estar basado en la siguiente relación:

$$\Phi V_n \geq V_u$$

Donde,

V_u = Fuerza cortante mayorada en la sección considerada.

V_n = Resistencia nominal al cortante.

Φ = 0,75 (Factor de reducción de resistencia).

$$V_n = V_c + V_s$$

Donde,

V_c = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto.

V_s = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el refuerzo de cortante.

La formula para calcular V_c es:

$$\Phi V_c = 0,17 \Phi \sqrt{f'c} b_w d \quad (f'c \text{ en MPa})$$

$$\Phi V_c = 0,53 \Phi \sqrt{f'c} b_w d \quad (f'c \text{ en kgf/cm}^2)$$

Si V_u es mayor que ΦV_c , el refuerzo a cortante (V_s) debe ser calculado con la siguiente ecuación:

$$\Phi V_s = \frac{\Phi A_v f_y d}{s}$$

A_v = Area de los estribos.

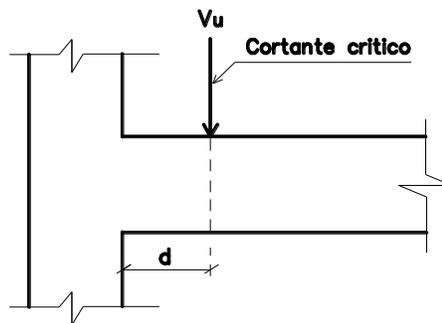
f_y = Resistencia a la fluencia del refuerzo de cortante (estribos)

d = altura efectiva de la viga

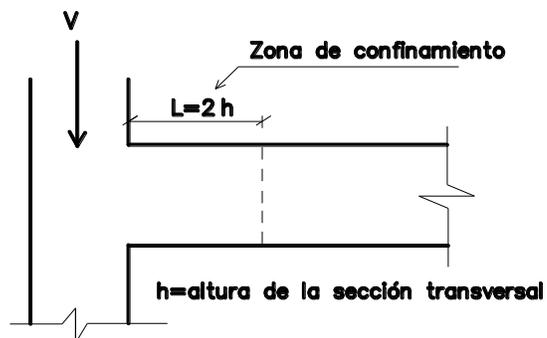
s = separación de los estribos

2.2 Especificaciones generales de diseño.

El reglamento NSR-10 permite tomar la sección crítica para el cálculo de la fuerza cortante en el apoyo y la zona confinada a una distancia igual a la altura efectiva de la sección transversal (d).



Entre la cara del apoyo y la sección crítica, situada a una distancia $2h$ de éste, deben colocarse estribos con una separación igual a la crítica, El primer estribo se colocará a una distancia de 5 cm de la cara del nudo.



2.3 Refuerzo mínimo a cortante

Una viga sin refuerzo transversal es muy vulnerable a las sobrecargas accidentales que pueden generar fallas violentas. Por esta razón es necesario colocar un refuerzo mínimo aunque el cálculo no lo requiera, para controlar la propagación de las fisuras diagonales e incrementar con ello la ductilidad de la estructura. La NSR-10 especifica que debe colocarse un refuerzo mínimo a cortante en todo elemento de concreto reforzado, en donde se cumpla la siguiente condición:

$$V_u > 0,5 \Phi V_c$$

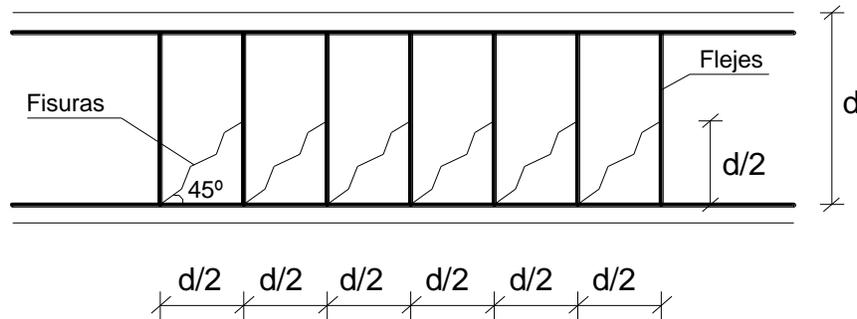
El refuerzo mínimo a cortante se calcula con la fórmula:

$$A_v \text{ min} = 0,062 \sqrt{f'c} \frac{b_w S}{f_y} \geq 0,35 b_w * s/f_y \text{ (esfuerzos en MPa)}$$

$$A_v \text{ min} = 0,2 \sqrt{f'c} \frac{b_w S}{f_y} \geq 3,5 b_w * s/f_y \text{ (esfuerzos en kgf/cm}^2\text{)}$$

2.4 Separación máxima de estribos

La separación de estribos debe garantizar que las posibles grietas formadas en la viga, con un ángulo de inclinación de 45°, no se pasen de la mitad de la altura efectiva de la viga y puedan afectar la zona de compresiones.



$$S \text{ máx} = d / 2$$

S= separación de estribos

d= altura efectiva.

La separación de estribos se calcula con la fórmula:

$$S = \frac{\Phi \cdot A_v \cdot f_y \cdot d}{\Phi V_s}$$

S= Separación de los estribos.

A_v = Area de las ramas de los flejes.

f_y = Resistencia del acero a la fluencia.

V_s = Fuerza cortante a resistir con flejes.

d = altura efectiva de la viga.

Φ = coeficiente de reducción de resistencia.

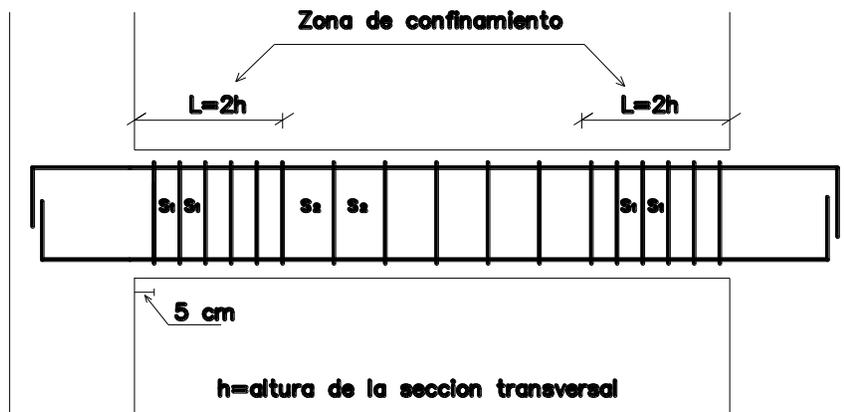
Para asegurar que una fisura intercepte al menos un estribo, la NSR-10 recomienda que la separación entre estribos no será mayor que:

$$S = d / 2$$

$$S = 60 \text{ cm}$$

Se selecciona el menor de éstos valores.

De acuerdo al capítulo C.21 de la NSR-10, la zona confinada corresponde a la distancia igual a $2h$, medida a partir de la cara del apoyo.



El espaciamiento de los flejes en la zona confinada debe ser el menor de los siguientes valores:

$$S_1 = d/4 \quad (d = \text{altura efectiva})$$

$$S_1 = 8d_b \quad (d_b = \text{diámetro de la barra longitudinal de menor diámetro})$$

$$S_1 = 24d_b \quad (d_b = \text{diámetro de la barra del estribo cerrado de confinamiento})$$

$$S_1 = 30 \text{ cm}$$

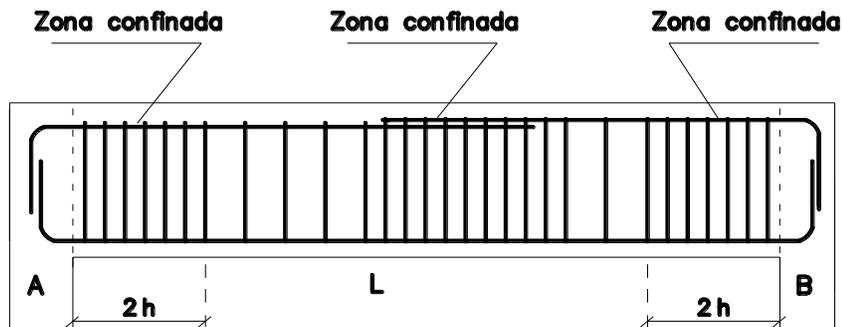
En las zonas diferentes a las de confinamiento, la separación de los estribos debe ser la menor dimensión de la siguiente:

$$S_2 = d/2 \quad (d = \text{altura efectiva})$$

El diámetro del estribo debe ser mayor o igual a 3/8".

En los extremos de los estribos debe tener ganchos de 135° abrazando al refuerzo longitudinal.

Para estructuras con capacidad de disipación de energía especial (*DES*), la NSR-10 recomienda considerar como zona confinada, aquella en donde se realizan los traslapes de las barras longitudinales.



El espaciamiento de los estribos en estas zonas confinadas no debe ser mayor que el menor de los siguientes valores:

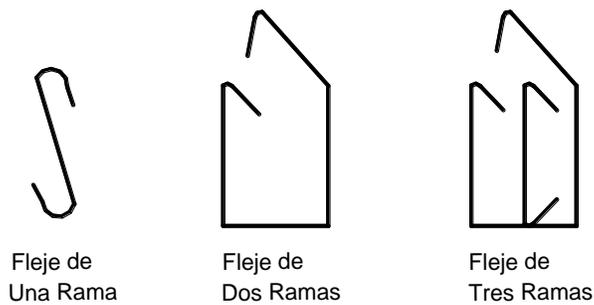
$$S = d/4$$

$$S = 10 \text{ cm}$$

1.6 Estribos cerrados

Los estribos cerrados se definen como elementos cerrados que constituyen una forma de refuerzo transversal, para absorber el esfuerzo cortante en vigas de concreto reforzado.

Las ramas de los estribos consisten en el número de barras verticales aptas para interceptar las fisuras.



Los ganchos estándar para estribos consisten de un doble a 90° o 135° , más una parte recta de longitud mínima igual a 6 diámetros de la barra ($6 db$), pero no menor de 6.5 cm en el extremo libre de cada barra.

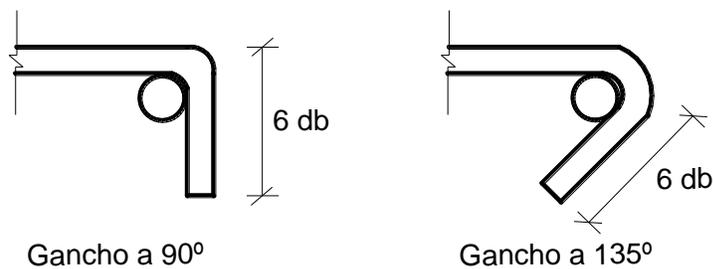
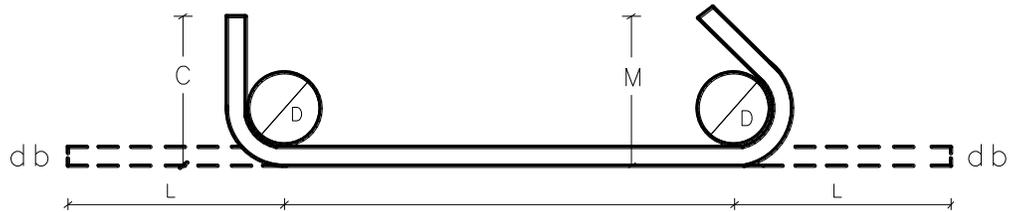


Tabla 2.1 Dimensiones para ganchos estándar.ç

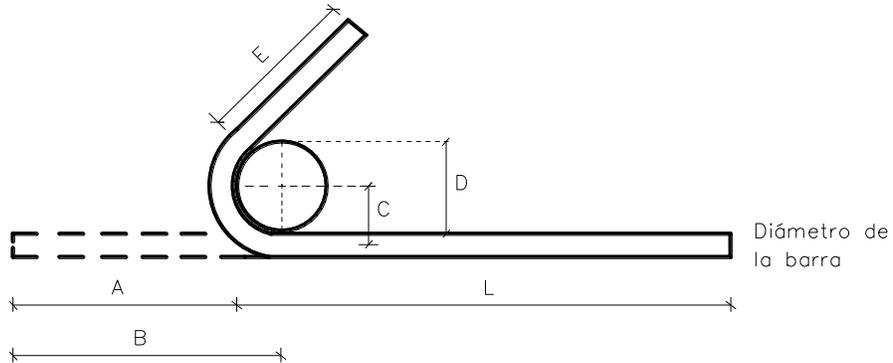
Para el doblamiento de estribos.



Designacion de la barra	D (cm)	Gancho 90°		Gancho 135°
		L(cm)	C (cm)	
Nº 2	2,56	6,40	5,80	11,30
Nº 3	3,80	9,40	8,60	13,10
Nº 4	5,08	12,60	11,40	15,10
Nº 5	6,36	15,80	14,30	18,90
Nº 6	11,46	33,40	30,60	27,20
Nº 7	13,32	38,80	35,50	31,60
Nº 8	15,24	44,40	40,60	36,20

Nota: La dimensión **M** se debe utilizar para estribos en zona de amenaza sísmica alta.

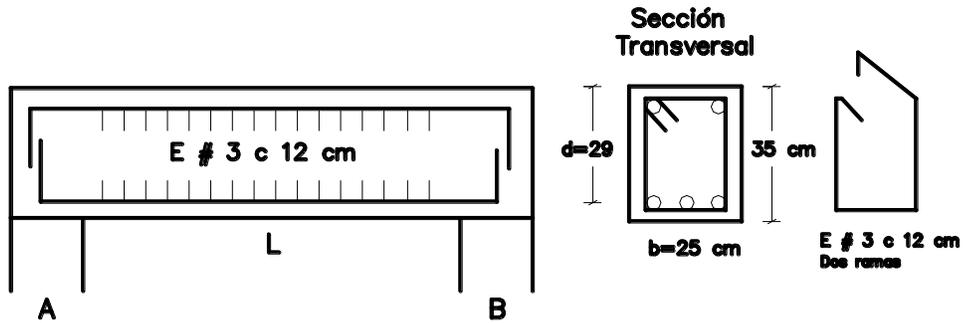
Tabla 2.2 Longitudes de ganchos para estribos de 135°



Barra	db	E	D	C	B	A	L Long. Adicional	L Long. Adicional
Nº	cm	cm	cm	cm	cm	cm	1 gancho	2 gancho
Nº 2	0.64	3.8	2.6	1.6	7.6	5.7	7.5	15.0
Nº 3	0.95	5.7	3.8	2.4	11.3	8.4	8.5	17.0
Nº 4	1.27	7.6	5.1	3.2	15.1	11.3	12.5	25.0
Nº 5	1.59	9.5	6.4	4.0	18.9	14.1	15.0	30.0
Nº 6	1.91	11.5	11.5	6.7	27.2	19.6	20.0	40.0
Nº 7	2.22	13.3	13.3	7.8	31.6	22.7	22.5	45.0
Nº 8	2.54	15.2	15.2	8.9	36.2	26.0	30.0	60.0
Nº 9	2.87	17.2	17.2	10.0	40.9	29.4	35.0	70.0
Nº 10	3.23	19.4	19.4	11.3	46.0	33.1	40.0	80.0

Ejemplo 2.1

Una viga rectangular está reforzada a cortante por flejes N° 3 de dos ramas espaciados cada 12 cm. Calcular la fuerza cortante que absorbe el refuerzo, si la sección transversal es $b=30$ cm, $h=35$ cm y $d=29$ cm.

**Solución:**

La fuerza cortante que resisten los flejes se calcula con la fórmula:

$$\Phi V_s = \frac{\Phi A_v f_y d}{s}$$

El área del refuerzo de los estribos es:

$A_v =$ área de las dos varillas N° 3.

$$A_v = 2 * 0.71 \text{ cm}^2 = 1.42 \text{ cm}^2$$

$f_y = 4.200 \text{ kg/cm}^2$ (hierro corrugado)

$$d = 29 \text{ cm}, \quad s = 12 \text{ cm}$$

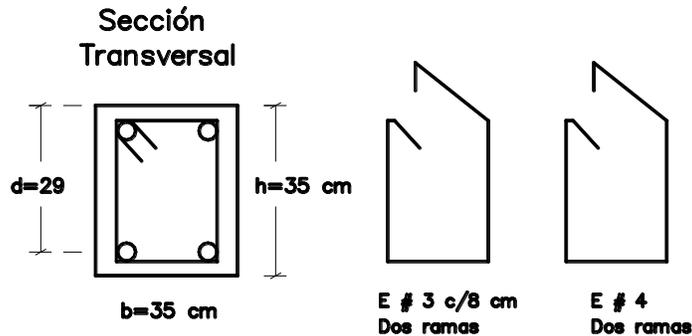
La fuerza cortante que absorbe el refuerzo es:

$$\Phi V_s = \frac{0,75 * 1,42 \text{ cm}^2 * 4.200 \text{ kgf/cm}^2 * 29 \text{ cm}}{12 \text{ cm}}$$

$\Phi V_s = 10.810 \text{ kgf}$ (fuerza cortante que absorbe el refuerzo)

Ejemplo 2.2

Una viga rectangular está reforzada a cortante por flejes N° 3 de dos ramas espaciados cada 8 cm. Calcular la máxima separación si se quiere cambiar el refuerzo a cortante por flejes N° 4 de dos ramas. La sección transversal se muestra en la figura.



Solución:

La fuerza cortante que absorben los flejes N° 3 de dos ramas es:

$$\Phi V_s = \frac{\Phi * A_v * f_y * d}{s}$$

El área de los flejes N° 3 de dos ramas es:

$$A_v = 2 * 0.71 \text{ cm}^2 = 1.42 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_y = 4.200 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (Para hierro corrugado)}$$

$$\Phi V_s = \frac{0.75 * 1.42 \text{ cm}^2 * 4.200 \text{ kgf/cm}^2 * 29 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} \Rightarrow \Phi V_s = 16.214,6 \text{ kgf}$$

Los estribos N° 4 deben resistir esta misma fuerza cortante:

$$A_v = 2 * 1.29 \text{ cm}^2 = 2,58 \text{ cm}^2$$

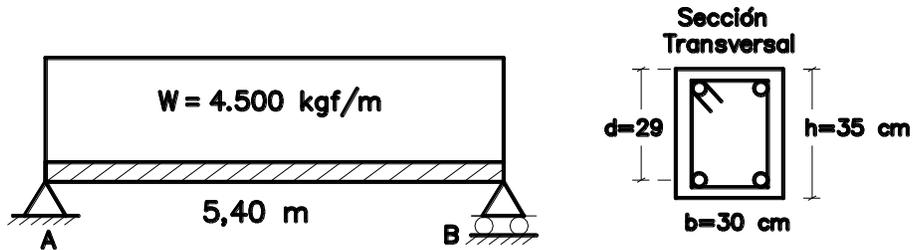
$$V_s = 16.214,6 \text{ kgf (Obtenido en los flejes N° 3)}$$

$$S = \frac{\Phi A_v * f_y * d}{\Phi V_s} = \frac{0,75 * 2,58 \text{ cm}^2 * 4.200 \text{ kgf/cm}^2 * 29 \text{ cm}}{16.214,6 \text{ kgf}} \Rightarrow S = 14,53 \text{ cm}$$

Esta es la separación que deben tener los flejes N° 4, para obtener el mismo resultado de los flejes N° 3.

Ejemplo 2.3

Una viga simplemente apoyada soporta una carga distribuida de 4.500 kgf/m. Diseñar la separación de los estribos necesarios para absorber el cortante. Usar concreto de 210 kgf/cm² y refuerzo de 4.200 kgf/cm². La distancia entre ejes es de 5,40 m.

**Solución:**

La fuerza cortante en los apoyos es igual a:

$$V = \frac{w \cdot L}{2} = \frac{4.500 \text{ kgf/m} \cdot 5,40 \text{ m}}{2} \Rightarrow V = 12.150 \text{ kgf}$$

La fuerza cortante crítica a la distancia d es igual a:

$$V_u = V - w \cdot d$$

$$V_u = 12.150 \text{ kgf} - 4.500 \text{ kgf/m} (0,29 \text{ m}) \Rightarrow V_u = 10.845 \text{ kgf}$$

La fuerza cortante que resiste el concreto es:

$$\Phi V_c = 0,53 \cdot \Phi \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d = 0,53 \cdot 0,75 \cdot \sqrt{210} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 29 \text{ cm}$$

$$\Phi V_c = 5.011,48 \text{ kgf}$$

a) La fuerza cortante que le corresponde absorber a los estribos en la zona confinada es:

$$\Phi V_s = V - \Phi V_c \Rightarrow \Phi V_s = 10.845 \text{ kgf} - 5.011,48 \text{ kgf} \Rightarrow \Phi V_s = 5.833,52 \text{ kgf}$$

Se seleccionan estribos N° 3 de dos ramas. El área de las dos ramas es:

$$A_v = 2 \cdot 0,71 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_v = 1,42 \text{ cm}^2$$

La separación entre estribos se calcula con la siguiente ecuación:

$$S = \frac{\Phi A_v * f_y * d}{\Phi V_s}$$

Reemplazando los valores se obtiene:

$$S = \frac{\Phi A_v * f_y * d}{\Phi V_s} = \frac{0,75 * 1,42 \text{ cm}^2 * 4.200 \text{ kgf/cm}^2 * 29 \text{ cm}}{5.833,52 \text{ kgf}} \Rightarrow \mathbf{S = 22,24 \text{ cm}}$$

La NSR-10 en su capítulo C-21, recomienda que la zona confinada se debe tomar a una distancia igual a **2h** de la cara del nudo, por lo tanto, en esa distancia se colocan los flejes a la menor distancia entre:

$$S = d/4 = 29/4 = 7,25 \text{ cm.}$$

$$S = 8 * d_b = 8 * 1,59 \text{ cm} = 12,72 \text{ cm (barra N}^\circ 5)$$

$$S = 24 * d_b = 24 * 0,95 \text{ cm} = 22,8 \text{ cm (barra N}^\circ 3)$$

$$S = 30 \text{ cm}$$

$$S = 22,24 \text{ cm}$$

La separación menor es la de 7,25 cm, la cual se puede aproximar a 7 cm.

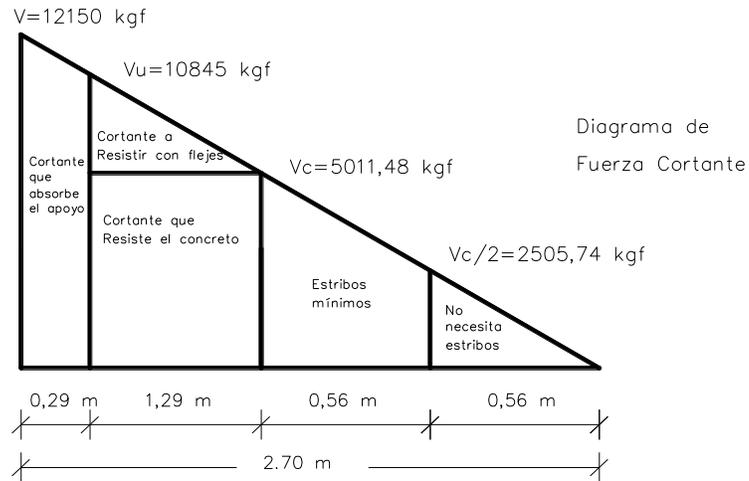
La NSR-10 en su capítulo C-21, recomienda que la zona no confinada se debe tomar a una distancia mayor a **2h** de la cara del nudo, por lo tanto, en esa distancia se colocan los flejes a la menor distancia entre:

$$S = d/2 = 29/2 = 14,50 \text{ cm.}$$

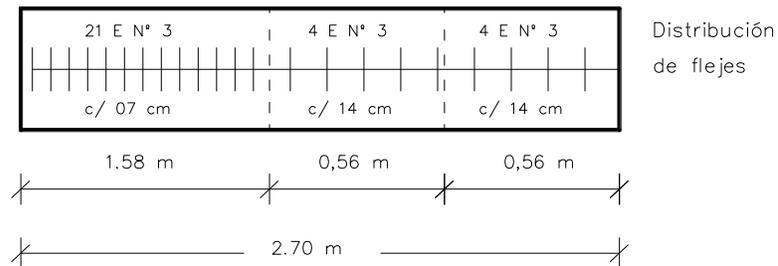
$$S = 30 \text{ cm}$$

La separación menor es la de 14,50 cm, la cual se puede aproximar a 14 cm.

El diagrama de fuerzas cortantes para la mitad de la viga se muestra en la siguiente figura:



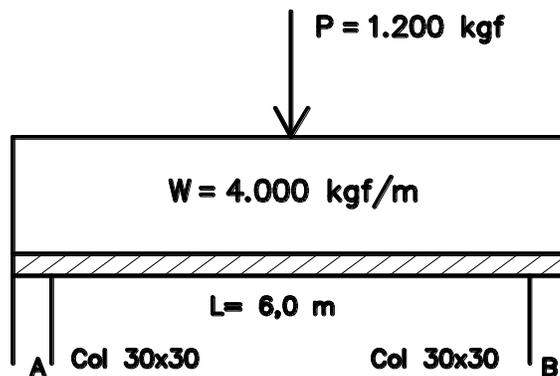
La separación de los estribos para la mitad de la viga, se muestra en la siguiente figura:



Ejemplo 2.4

Una viga empotrada en sus dos apoyos soporta una carga distribuida de 4.000 kgf/m y una concentrada de 1200 kgf, localizada en el centro de la luz. Diseñar la separación de los estribos necesarios para absorber el cortante. Usar concreto de 210 kgf/cm² y refuerzo de 4.200 kgf/cm². La distancia entre ejes es de 6,0 m.

La sección transversal es: $b=30$ cm, $h=35$ cm y $d=29$ cm.

**Solución:**

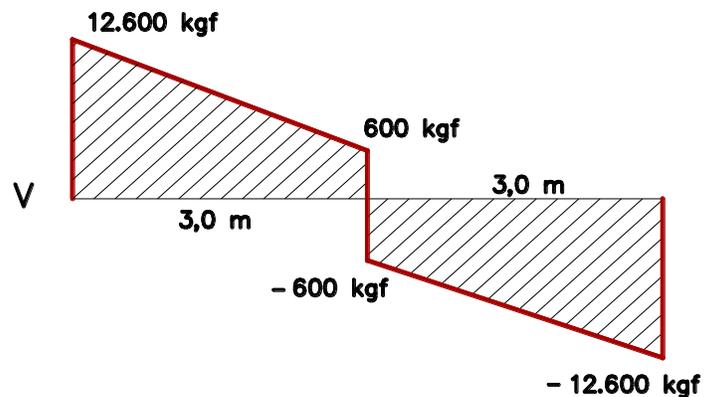
La Carga total sobre la viga es:

$$W = 4.000 \text{ kgf/m} * 6,0 \text{ m} + 1.200 \text{ kgf} = 25.200 \text{ kgf}$$

Las reacciones en los apoyos de la viga son iguales, debido a que la carga es simétrica:

$$A_y = B_y = 25.200 \text{ kgf}/2 = 12.600 \text{ kgf}$$

El diagrama de fuerza cortante de muestra en la siguiente figura:



La fuerza cortante critica a la distancia d es igual a:

$$V_u = V - w * d$$

$$V_u = 12.600 \text{ kgf} - 4.000 \text{ kgf/m} (0,29 \text{ m}) \Rightarrow \mathbf{V_u = 11.440 \text{ kgf}}$$

La fuerza cortante que resiste el concreto es:

$$\Phi V_c = 0,53 * \Phi \sqrt{f_c} * b * d = 0,53 * 0,75 * \sqrt{210} * 30 \text{ cm} * 29 \text{ cm}$$

$$\mathbf{\Phi V_c = 5.011,48 \text{ kgf}}$$

a) La fuerza cortante que le corresponde absorber a los estribos en la zona confinada es:

$$\Phi V_s = V - \Phi V_c \Rightarrow \Phi V_s = 11.440 \text{ kgf} - 5.011,48 \text{ kgf} \Rightarrow \mathbf{\Phi V_s = 6.428,52 \text{ kgf}}$$

Se seleccionan estribos N° 3 de dos ramas. El área de las dos ramas es:

$$A_v = 2 * 0,71 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_v = 1,42 \text{ cm}^2$$

La separación entre estribos es:

$$S = \frac{\Phi A_v * f_y * d}{\Phi V_s} = \frac{0,75 * 1,42 \text{ cm}^2 * 4.200 \text{ kgf/cm}^2 * 29 \text{ cm}}{6.428,52 \text{ kgf}} \Rightarrow \mathbf{S = 20,18 \text{ cm}}$$

La NSR-10 en su capitulo C-21, recomienda que la zona confinada se debe tomar a una distancia igual a $2h$ de la cara del nudo, por lo tanto, en esa distancia se colocan los flejes a la menor distancia entre:

$$S = d/4 = 29/4 = 7,25 \text{ cm.}$$

$$S = 8 * d_b = 8 * 1,59 \text{ cm} = 12,72 \text{ cm (barra N° 5)}$$

$$S = 24 * d_b = 24 * 0,95 \text{ cm} = 22,8 \text{ cm (barra N° 3)}$$

$$S = 30 \text{ cm}$$

$$S = 20,18 \text{ cm}$$

La separacion menor es la de 7,25 cm, la cual se puede aproximar a 7 cm.

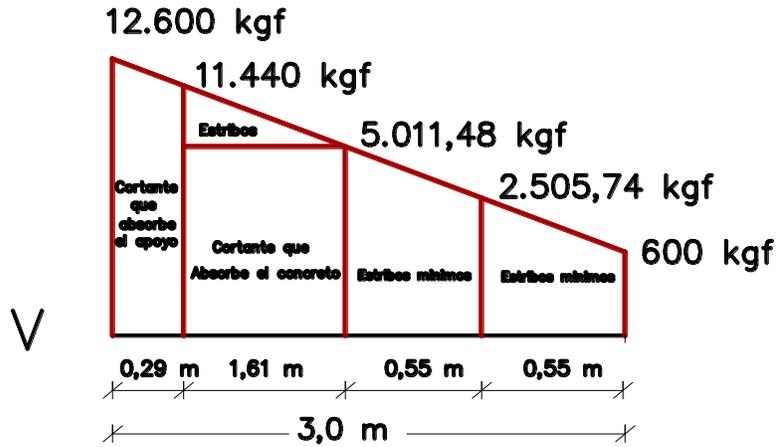
La NSR-10 en su capitulo C-21, recomienda que la zona no confinada se debe tomar a una distancia mayor a $2h$ de la cara del nudo, por lo tanto, en esa distancia se colocan los flejes a la menor distancia entre:

$$S = d/2 = 29/2 = 14,50 \text{ cm.}$$

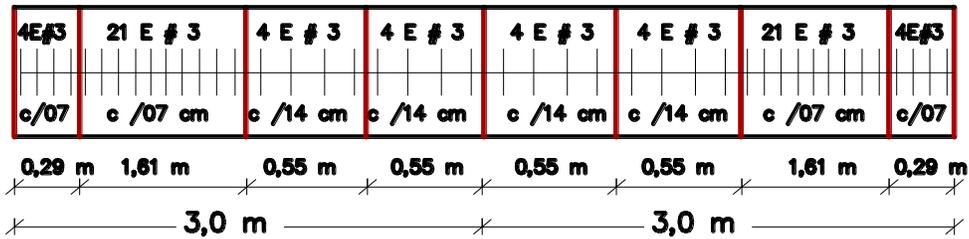
$$S = 30 \text{ cm}$$

La separación menor es la de 14,50 cm, la cual se puede aproximar a 14 cm.

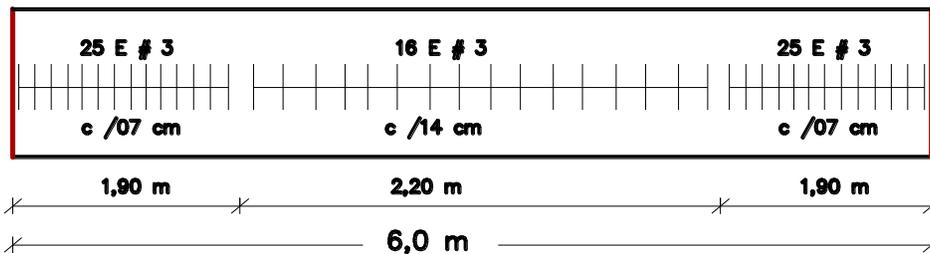
El diagrama de fuerzas cortantes para la mitad de la viga se muestra en la siguiente figura:



La separación de los estribos para la mitad de la viga, se muestra en la siguiente figura:



La distribución de los estribos en los planos estructurales se debe presentar de la siguiente manera:



Bibliografía

NILSON, Arhur H. Diseño de estructuras de concreto. 12 edición. Mc Graw Hill. 1999

Norma Sismoresistente del 2010 (NSR-10)

ROCHEL, A. Roberto. Hormigón reforzado. Universidad EAFIT. 1998.

SEGURA, F. Jorge. Estructuras de concreto. Universidad Nacional de Colombia. 1999.