

Manual de Física Mecánica I

Gustavo Jaramillo Botero
Ingeniero civil
Especialista en estructuras

Edición de prueba

Armenia Quindio
2019

1. Sistema de unidades

1.1 Introducción

Magnitud es todo lo que se puede medir para obtener una información cuantitativa de cualquier fenómeno físico. Medir es comparar una magnitud con otra de la misma especie, la cual se toma como unidad.

Las magnitudes se clasifican en fundamentales y derivadas.

a) Magnitudes Fundamentales: Son aquellas que se pueden definir por sí solas, es decir, que no dependen de otras. Las magnitudes fundamentales más utilizadas son: Longitud, masa y tiempo.

b) Magnitudes Derivadas: Son aquellas que se deben expresar por una o varias magnitudes fundamentales, mediante el empleo de definiciones o fórmulas. Por ejemplo, el volumen es el producto de tres longitudes, luego el volumen es una magnitud derivada.

Los múltiplos y submúltiplos de las unidades fundamentales de cualquier sistema de unidades, pueden obtenerse mediante el uso de los prefijos definidos en la siguiente tabla.

Tabla 1.1 Múltiplos y submúltiplos.

FACTOR MULTIPLICATIVO	PREFIJO	SIMBOLO
$1\ 000\ 000\ 000\ 000=10^{12}$	Tera	T
$1\ 000\ 000\ 000=10^9$	Giga	G
$1\ 000\ 000=10^6$	Mega	M
$1\ 000=10^3$	Kilo	k
$100=10^2$	Hecto	h
$10=10^1$	Deca	da
$0.1=10^{-1}$	deci	d
$0.01=10^{-2}$	centi	c
$0.001=10^{-3}$	mili	m
$0.000\ 001=10^{-6}$	micro	u
$0.000\ 000\ 001=10^{-9}$	nano	n
$0.000\ 000\ 000\ 001=10^{-12}$	pico	p
$0.000\ 000\ 000\ 000\ 001=10^{-15}$	femto	f
$0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001=10^{-18}$	ato	a

1.2 Sistema internacional de unidades (S.I)

El sistema internacional se estableció como el sistema de uso universal durante la decimoprimer conferencia mundial de pesos y medidas, que tuvo lugar en Sevres, Francia, en 1.960.

El sistema está basado en siete unidades básicas, que son: para la longitud el metro (m), para la masa el kilogramo (kg), para tiempo el segundo (s), para corriente eléctrica el amperio (A), para temperatura el kelvin (K), para la intensidad luminosa el candela (Cd) y para cantidad de sustancia el mol (mol).

Las principales unidades del sistema internacional (S.I) se muestra en la tabla siguiente:

Tabla 1.2 Sistema Internacional de Unidades (S.I).

CANTIDAD	UNIDAD	SIMBOLO	FORMULA
Aceleración	Metro sobre segundo ²		m / s^2
Angulo	Radian	Rad	
Area	Metro cuadrado		m^2
Densidad	Kilogramo sobre metro ³		Kg / m^3
Energía	Joule	J	$N - m^3$
Fuerza	Newton	N	$Kg - m / s^2$
Frecuencia	Hertz	Hz	s^{-1}
Impulso	Newton – segundo		$Kg - m / s$
Longitud	Metro	M	
Masa	Kilogramo	kg	
Momento	Newton – metro		$N - m$
Potencia	Watt	W	J / s
Presión	Pascal	Pa	N / m^2
Esfuerzo	Pascal	Pa	N / m^2
Tiempo	Segundo	S	
Velocidad	Metro sobre segundo		M / s
Volumen sólidos	Metro cúbico		M^3
Volumen líquidos	Litro	L	$10^{-3} m^3$
Trabajo	Joule	J	$N-m$

En el sistema internacional (S.I) el peso depende de la gravedad de la tierra; por lo tanto, el peso se calcula con la siguiente formula:

$$W = m \cdot g$$

W= peso

m= masa

g= gravedad (9.80 m/s²)

Una masa de 1 kg tiene el siguiente peso:

$$W = (1 \text{ kg}) (9,80 \text{ m/s}^2) \Rightarrow W = 9,80 \text{ kg} \times \text{m/s}^2 \Rightarrow W = 9,80 \text{ Newton}$$

Con el fin de evitar confusión en el uso del sistema internacional, existen las siguientes reglas aceptadas internacionalmente, respecto a la sintaxis que debe emplearse:

- Nunca se intercambian minúsculas y mayúsculas.

mm y no MM

- Los símbolos no se alteran en el plural.

kg y no kgs

- No se deja espacio entre el prefijo y el símbolo.

MPa y no M Pa

- No se agrega punto al final del símbolo

m

- Los símbolos no son abreviaturas

m y no mts

- En los productos de símbolos se utiliza el punto levantado

kN *m

- En los cocientes se utiliza un solo símbolo de división, o pueden utilizarse potencias negativas.

kg/m.s o kg*m⁻¹*s⁻¹

- Puede utilizarse punto, o coma, para indicar los decimales

0.12 o 0,12

- Para números menores que la unidad, nunca se omite el cero inicial.

0.124 y no .124

- Debe haber siempre un espacio entre el número y las unidades, excepto cuando se trata de grados celsius (centígrados).

12 m , 15°C

- Las unidades cuyo nombre es el apellido de un científico, se emplean con mayúscula:

N (Newton), Pa (Pascal)

- Las unidades que tiene un símbolo en el denominador, se les puede decir **por** en vez de **sobre**.

km/h (Kilometro por hora)

1.4 Sistema Ingles de uso común en Estados Unidos (U.S.C.S)

Este sistema ha sido el más utilizado en los Estados Unidos, en el que las unidades básicas son las unidades de longitud, fuerza y tiempo. Estas unidades son: para longitud, el pie (ft); para la fuerza, la libra (lb) y para el tiempo, el segundo (s).

Como el peso de un cuerpo depende de la atracción de la gravedad, la cual varía con la ubicación, se especifica que la libra estándar debe estar colocada sobre el nivel del mar. Estas unidades no forman un sistema absoluto, sino que dependen de la gravedad de la tierra.

Otras unidades de uso común en los Estados Unidos son la milla (mi), igual a 5280 ft; la pulgada (in), igual a 1/12 ft; y la kilolibra (kip) que es igual a una fuerza de 1000 libras.

La tonelada se usa con frecuencia para representar una masa de 2000 libras pero, al igual que la libra, debe convertirse en slugs en los cálculos de ingeniería.

El valor de la gravedad en este sistema es de 32.2 ft/s^2 , cuando la libra estándar recibe la aceleración de la gravedad, se denomina slug.

$$1 \text{ slug} = 1 \text{ lb} \cdot \text{s}^2/\text{ft} = 14.59 \text{ kg}$$

Para los cálculos de física e ingeniería, se debe trabajar el peso de los cuerpos en libras y no en slug. El slug es una masa 32.2 veces mayor que la libra estándar.

La conversión en pies, libras y segundos de cantidades expresadas en el sistema ingles requiere mucha atención en los cálculos, debido a que se pueden presentar malas interpretaciones.

Las unidades más utilizadas en la construcción colombiana, son las pulgadas para designar el diámetro de varillas y tuberías; así como las libras sobre pulgada cuadrada (PSI) para designar la resistencia de varillas y del concreto.

Tabla 1.3 Sistema ingles de unidades (U.S.C.S)

CANTIDAD	UNIDAD	SIMBOLO	FORMULA
Aceleración	Pie por segundo ² Pulgada por segundo ²		Ft / s ² In / s ²
Area	Pie cuadrado Pulgada cuadrada		Ft ² Pul ²
Densidad	Libra por pulgada ³		Lb / m ³
Energía	Pie por Libra		Ft – lb
Fuerza	Kilopondio	Kip	
Frecuencia	Hertz	Hz	s ⁻¹
Impulso	Libra por segundo		Lb -s
Longitud	Pie	Ft	
Masa	Libra, onza, slug	Lb, oz	
Momento	Libra – pie		Lb - ft
Potencia	Watt	W	
Presión	Libra sobre pulgada ²		PSI
Esfuerzo	Libra sobre pulgada ²		PSI
Tiempo	Segundo	S	
Velocidad	Milla por hora		Mph
Volumen sólidos	Pie cúbico		Ft ³
Volumen líquidos	Galón	GI	
Trabajo	Pie – libra		Ft * lb

En el siguiente cuadro se presenta las equivalencias entre el sistema ingles (USCS) y el sistema internacional (SI).

Tabla 1.4 Unidades del sistema Ingles (USCS) y su equivalencia en unidades del sistema Internacional (S.I):

CANTIDAD	USCS	S.I
Aceleración	Ft / s ²	0,3048 m/s ²
	In / s ²	0,0254 m/s ²
Area	Ft ²	0,0929 m ²
	In ²	645,2 mm ²
Energía	Ft – lb	1,356 j
Fuerza	Kip	4,448 kN
	Lb	4,448 N
	Oz	0,278 N
Impulso	Lb – s	4,448 N.s
Longitud	Ft	0,3048 m
	In	25,40 mm
	Mi	1,609 Km
Masa	Oz masa	28,35 g
	Lb masa	0,4536 Kg
	Slug	14,59 Kg
	Ton	907,2 Kg
Momento de una fuerza	Lb – ft	1,356 N – m
	Lb - in	0,1130 N-m
Momento de inercia	In ⁴	0,4162 x 10 ⁶ mm ⁴
Momentum	Lb – s	4.448 kg.m/s
	Ft-lb/s	1,356 W
	HP	745,7 W
Presión o esfuerzo	Lb / ft ²	47,88 Pa
	Lb / in ² (PSI)	6,895 Kpa
Velocidad	Ft / s	0,3048 m/s
	In/s	0,0254 m/s
	Mi/h (mph)	0,4470 m/s
	Mi/h (mph)	1,609 Km/h
Volúmen	Ft ³	0,02832 m ³
	In ³	16,39 cm ³
Volumen líquidos	Galón	3,785 L
	Qt	0,9464 L
Trabajo	Ft – lb	1,356 J

1.4 Conversión de un sistema de unidades a otro.

Debido al uso de los tres sistemas de unidades en la construcción colombiana, se hace necesario convertir unidades de un sistema a otro, para ello puede emplearse las siguientes constantes:

Unidades de Longitud Multiplicar por:

Centímetro a pulgadas-----	0,3937
Decímetro a pulgadas-----	3,937
Kilómetros a millas terrestres-----	0,6214
Kilómetros a pies-----	3280,8
Millas terrestres a kilómetros-----	1,609
Legua a kilómetros-----	4,828
Metro a pulgadas-----	39,37
Metro a yardas-----	1,094
Decámetros a pies-----	32,808
Metros a pies-----	3,2808
Pies a metros-----	0,3048
Pies a centímetros-----	30,48
Pies a pulgadas-----	12
Pulgadas a centímetros-----	2,54
Mils a micrones-----	25,4
Micrones a mils-----	0,039

Unidades de Area Multiplicar por:

Centímetros ² a pulgadas ² -----	0,1550
Hectáreas a metros ² -----	10000
Cuadras a metros ² -----	6400
Fanegadas a metros ² -----	6400
Metros ² a centímetros ² -----	10000
Metros ² a pies ² -----	10,76
Pie ² a pulgadas ² -----	144
Varas ² a metros ² -----	0,64
Acres a Hectáreas-----	0,4047

Unidades de Volumen Multiplicar por:

Centímetros ³ a pulgadas ³ -----	0,061
Galones (USA) a litros-----	3,7854
Litros a pies ³ -----	0,0353
Metros ³ a galones(USA)-----	264,17
Metros ³ a pies ³ -----	35,315
Metros ³ a litros-----	1000
Onzas fluidas a centímetros ³ -----	29,57
Galones (USA) a onzas fluidas-----	128

Unidades de Masa Multiplicar por:

Arrobas a libras (500 g)-----	25
Kilogramos a libras inglesas-----	2,204
Kilogramos a libras métricas-----	2
Libras inglesas a onzas-----	16
Libras inglesas a gramos-----	453,6
Onzas inglesas a gramos-----	28,35
Toneladas métricas a kilogramos-----	1000

Unidades de Fuerza**Multiplicar por:**

Gramos fuerza a dinas-----	981
Kilogramos fuerza a Newton-----	9,81
Newton a dinas-----	100000
Newton a libras fuerza-----	0,225

Unidades de presión**Multiplicar por:**

Kgf/cm ²	a	Lb/pulg ² -----	14,223
Kgf/cm ²	a	N/mm ² -----	0,0981
Kgf/cm ²	a	Kpa-----	98,1
mmHg	a	Kgf/cm ² -----	0,00136
Atmósferas	a	Kgf/cm ² -----	1,0336
Metros H ₂ O	a	Kg/cm ² -----	0,1
Kgf/cm ²	a	bar-----	0,981
Pascal	a	N/m ² -----	1
P.S.I	a	Kg/cm ² -----	0.07
Kg/cm ²	a	MPa-----	0.1

1.6 Reducción de Múltiplos y Submúltiplos:

Para reducir unidades a múltiplos y submúltiplos se utiliza el método de reducción a la unidad, el cual consiste en los siguientes pasos:

- Se reduce la cantidad dado a la unidad del sistema.
- De la unidad del sistema se pasa a la unidad pedida.

Ejemplo 1.1

Reducir 30 metros a centímetros.

$$30 \text{ m} * \frac{10^2 \text{ cm}}{\text{m}} = 30 * 10^2 \text{ cm} , \text{ (m se anula con m)}$$

$$30 \text{ m} = 30 * 10^2 \text{ cm} = 3.000 \text{ cm}$$

Ejemplo 1.2

Reducir 5 Newton a kilonewton.

$$5 \text{ N} * \frac{10^{-3} \text{ kN}}{\text{N}} = 5 * 10^{-3} \text{ kN} , \text{ (N se anula con N)}$$

$$5 \text{ N} = 5 * 10^{-3} \text{ kN} = 0,005 \text{ kN}$$

Ejemplo 1.3

Reducir 4 horas a segundos

$$4 \text{ horas} * \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ hora}} * \frac{60 \text{ segundos}}{1 \text{ min}}$$

$$4 \text{ horas} = 4 * 60 * 60 \text{ segundos} = 14.400 \text{ segundos}$$

Ejemplo 1.5

Una figura rectangular tiene una base de 10 cm y una altura de 20 cm. Calcular el área de la figura en cm^2 y en m^2 .

Area = base * altura

$$A = b * h \quad \Rightarrow \quad A = 10 \text{ cm} * 20 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2$$

Para expresar el área en m^2 se realiza el siguiente procedimiento:

$$A = 200 \text{ cm}^2 * \frac{\text{m}^2}{(100 \text{ cm})^2}$$

$$A = 200 \text{ cm}^2 * \frac{\text{m}^2}{(100 \text{ cm})^2} = 2000 \text{ cm}^2 * \frac{\text{m}^2}{100^2 \text{ cm}^2}$$

$$A = 200 * 100^{-2} \text{ m}^2 = 0,020 \text{ m}^2$$

Ejemplo 1.9

El área de un lote irregular es de 46.000 m^2 , expresar el área en términos de hectáreas.

Solución:

$$1 \text{ hectárea} = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m} = 10.000 \text{ m}^2$$

$$A = 46.000 \text{ m}^2 * \frac{1 \text{ hectárea}}{10.000 \text{ m}^2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A = 4,6 \text{ Ha}}$$

Ejemplo 1.10

Un automóvil tiene una velocidad de 84 km/h, Calcular la velocidad del auto en metros por segundo (m/s).

Solución:

La velocidad es:

$$V = 84 \text{ km/h} * \frac{1.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} \Rightarrow V = 23,33 \text{ m/s}$$

2. Propiedades de la materia

2.1 Introducción.

Todas las cosas que nos rodean están hechas de materia, la materia forma los cuerpos que existen en la naturaleza, estos cuerpos tienen formas que les son propias, dichas formas reciben el nombre de propiedades.

Las propiedades de la materia son aquellas características que diferencian a los cuerpos. Las propiedades pueden ser: específicas o generales.

2.2. Propiedades específicas: son aquellas que permiten diferenciar unas sustancias de otras. Por ejemplo: El hierro es duro, el vidrio es frágil, el azúcar es dulce, etc.

Las propiedades específicas de un cuerpo son: Color, olor, sabor, densidad, dureza, ductilidad, maleabilidad, etc.

2.3. Propiedades generales: son aquellas que no son características de la sustancia misma y por lo tanto no permiten diferenciarlas. Por ejemplo: Una barra de platino puede pesar lo mismo que un trozo de madera.

Las propiedades generales de un cuerpo son: Tamaño, forma, peso, etc.

2.4 Propiedades de los materiales.

Las principales propiedades de los materiales usados en construcción son las siguientes:

2.4.1 Ductilidad: Es la propiedad que tienen algunos metales de dejarse reducir a hilos.

2.4.2 Maleabilidad: Es la propiedad que tienen algunos metales de dejarse reducir a láminas.

2.4.3 Impenetrabilidad: Es la propiedad por la cual dos cuerpos no pueden estar ocupando el mismo espacio simultáneamente.

2.4.4 Dureza: Es la propiedad que tienen los cuerpos de oponer resistencia a ser rayados por otros. Esta propiedad se mide de acuerdo a la escala de dureza de Mohs.

1º Talco.	6º Feldespato.
2º Yeso.	7º Cuarzo.
3º Calcita.	8º Topacio.
4º Fluorita.	9º Corindón.
5º Apatita.	10º Diamante.

La escala funciona de la siguiente manera, un cuerpo al ser rayado por el diamante pero no por el corindón, tendrá una dureza entre 9º y 10º.

2.4.5 Masa: Es la cantidad de materia contenida en un cuerpo.

La unidad de masa en el sistema internacional es el kilogramo (kg).

2.4.6 Inercia: Es la propiedad de los cuerpos de permanecer en reposo o en movimiento, a una velocidad determinada, hasta que haya una causa externa que modifique dicho estado.

2.4.7 Fuerza: Es toda causa que tiende a modificar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo.

2.4.8 Peso: El peso de un cuerpo es la fuerza gravitacional que ejerce la tierra sobre él. La dirección de dicha fuerza es hacia el centro de la tierra.

2.4.9 Densidad: La densidad de un cuerpo es la relación entre la masa y el volumen. La densidad de un cuerpo se calcula con la siguiente fórmula:

$$D = \frac{m}{V}$$

D = densidad

m = masa

V = volumen

La masa de un cuerpo se mide con una balanza y el volumen se mide por sus dimensiones o por el volumen de agua que desaloja el cuerpo al introducirlo en una vasija con agua.

2.4.10 Peso específico (γ): El peso específico es la relación que existe entre el peso y el volumen de un cuerpo. El peso específico ha sido poco utilizado y se ha reemplazado por la densidad, debido a que el peso de un cuerpo cambia con la gravedad de cada lugar.

$$\text{Peso específico} = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}}$$

$$\gamma = \frac{W}{V}$$

Ejemplo 2.1

Cuál es la densidad de un cubo de 15 cm de arista, si su masa es de 3.800 g.

Solución:

El volumen del cubo es:

$$V = L^3$$

$$V = (15 \text{ cm})^3 = 3.375 \text{ cm}^3$$

La densidad del cubo es:

$$D = \frac{m}{V}$$

$$D = \frac{3.800 \text{ g}}{3.375 \text{ cm}^3} \quad \Rightarrow \quad D = 1,12 \text{ g/cm}^3$$

Ejemplo 2.2

Calcular el volumen de un cubo, cuya densidad es de $2,7 \text{ g/cm}^3$ y su masa es de 130 g.

$$D = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{D} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{130 \text{ g}}{2,7 \text{ g/cm}^3} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V = 48,15 \text{ cm}^3}$$

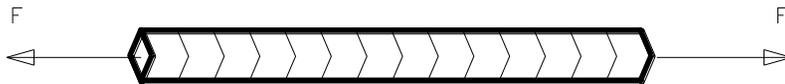
2.5 Esfuerzos

Un cuerpo está sometido a esfuerzos cuando actúan sobre él, fuerzas exteriores que tratan de deformarlo. Estas fuerzas producen en el cuerpo unas fuerzas internas que tratan de contrarrestar las fuerzas externas.

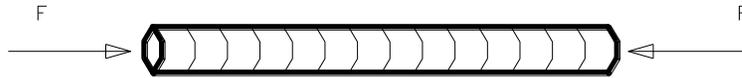
2.5.1 Clases de esfuerzos.

Los esfuerzos más importantes que actúan en un material son los siguientes.

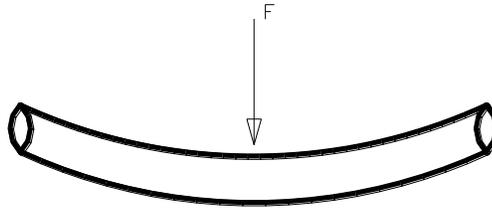
a) Esfuerzos de Tensión: Son los esfuerzos que se producen cuando las fuerzas externas tratan de estirar el cuerpo en el sentido de su longitud.



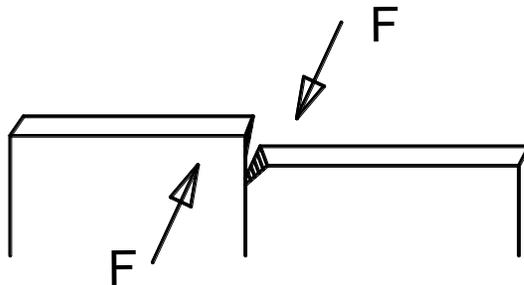
b) Esfuerzos de compresión: Son los esfuerzos que se producen cuando las fuerzas externas tienden a acortar o comprimir un cuerpo.



c) Esfuerzos de Flexión: Son los que se producen cuando las fuerzas externas aplicadas al cuerpo, tienden a doblarlo.



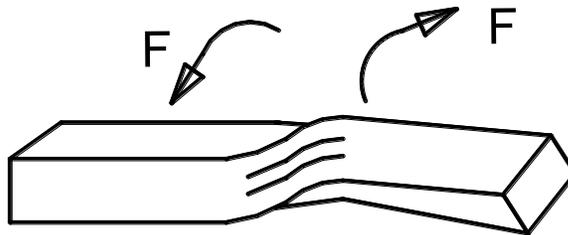
d) Esfuerzo de Cortadura: Se produce cuando las fuerzas externas tienden a cortar el cuerpo, a este esfuerzo también se le denomina también esfuerzo de cizallamiento.



e) Esfuerzo de Pandeo: Se produce cuando las fuerzas tienden a acortar el cuerpo en el sentido de su longitud, y este tiene la tendencia a doblarse. Este esfuerzo es muy común en las columnas.

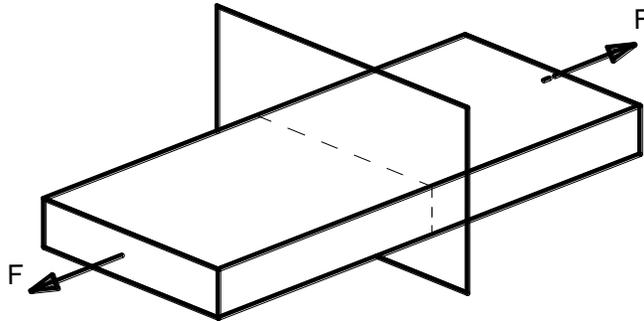


f) Esfuerzo de Torsión: Es el esfuerzo que se produce cuando las fuerzas externas tienden a retorcer el cuerpo.

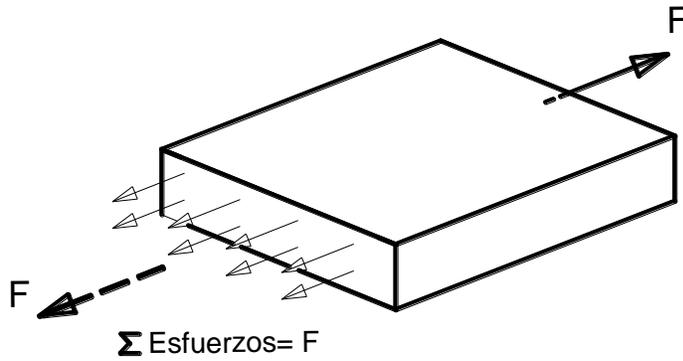


2.5.2 Intensidad del esfuerzo.

Una barra soporta una fuerza axial F en cada extremo, como se indica en la figura. Como la barra trata de romperse, cada una de las fibras del cuerpo aportará una parte del esfuerzo para evitarlo.



La suma de los esfuerzos soportados por cada fibra es igual a la fuerza aplicada.



La intensidad de este esfuerzo se define como la fuerza por unidad de área.

$$\Gamma = \frac{F}{A}$$

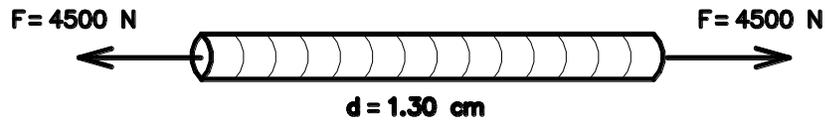
Γ = esfuerzo

F = fuerza

A = área en donde se aplica la fuerza.

Ejemplo 2.3

Una varilla redonda de acero de 1,30 cm de diámetro, soporta una fuerza de tensión de 4.500 N. Calcular el esfuerzo en la varilla.

**Solución:**

El esfuerzo se calcula con la fórmula:

$$\Gamma = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Area de la sección transversal}}$$

El área de la sección transversal de una varilla redonda se calcula con la fórmula:

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3,14 \times (0,65 \text{ cm})^2 \quad \Rightarrow \quad A = 1,32 \text{ cm}^2$$

El valor del área se pasa a metros cuadrados:

$$A = 1,32 \text{ cm}^2 \times \frac{1 \text{ m}^2}{(100 \text{ cm})^2} = 0,000132 \text{ m}^2$$

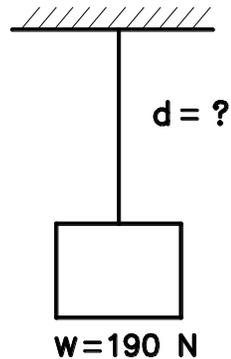
El esfuerzo de tensión (Γ) es:

$$\Gamma = \frac{F}{A} = \frac{4.500 \text{ N}}{0,000132 \text{ m}^2} \quad \Rightarrow \quad \Gamma = 34.090 \text{ N/m}^2$$

$$\Gamma = 34.090 \text{ Pa} \quad \Rightarrow \quad \Gamma = \mathbf{34,09 \text{ MPa}}$$

Ejemplo 2.4

Un alambre de acero está soportando un peso de 190 N. Calcular el diámetro (d) del alambre, si el esfuerzo admisible es de 170 MPa.

**Solución:**

La formula del esfuerzo es:

$$\Gamma = \frac{F}{A}$$

Despejando el área de la fórmula anterior, se obtiene:

$$A = \frac{F}{\Gamma}$$

$$A = \frac{190 \text{ N}}{170 \text{ MPa}} = \frac{190 \text{ N}}{170.000.000 \text{ N / m}^2} = 0,00000111 \text{ m}^2 \Rightarrow A = 0,011 \text{ cm}^2$$

La formula para el área del circulo es:

$$A = \pi r^2$$

Despejando el radio se obtiene:

$$r^2 = A / \pi \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{A / \pi}$$

$$r = \sqrt{0,011 \text{ cm}^2 / 3,14} \quad \Rightarrow \quad r = 0,059 \text{ cm}$$

$$d = 2r \quad \Rightarrow \quad d = 2 \times 0,059 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{d = 0,12 \text{ cm}}$$

3. Vectores y escalares

3.1 Introducción.

Para el estudio de la física las magnitudes se dividen en dos grandes grupos, vectores y escalares.

3.2 Magnitudes Escalares.

Son aquellas que se determinan por su valor numérico y su unidad. Por ejemplo:

Tiempo: $t= 7 \text{ s}$

Masa: $m= 12 \text{ kg}$

Volumen: $V= 25 \text{ m}^3$

Area: $a=4 \text{ Ha}$

Longitud: $l= 34 \text{ m}$

3.3 Magnitudes Vectoriales.

Son aquellas que se determinan utilizando varias variables, las variables más comunes son: magnitud, dirección y sentido.

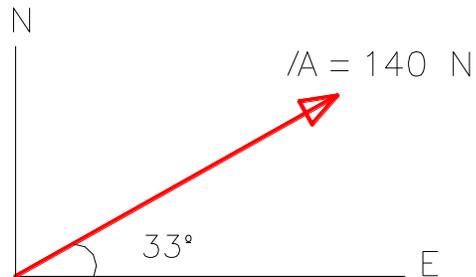
Las magnitudes vectoriales se representan gráficamente mediante una flecha, en la cual se obtiene la siguiente información:

a) Magnitud: La magnitud la representa el tamaño de la flecha, de acuerdo a una escala preestablecida.

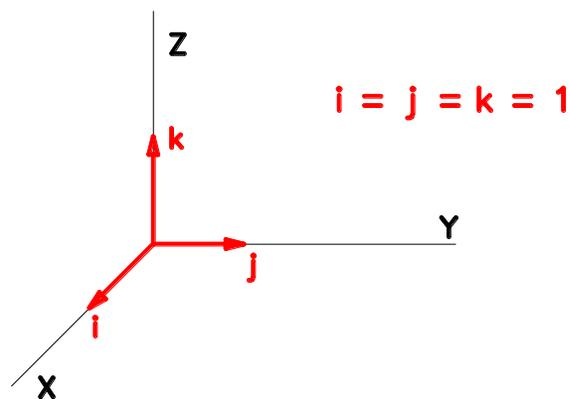
b) Dirección: La dirección la representa el ángulo de la flecha con respecto al eje horizontal.

c) Sentido: El sentido lo indica la cabeza de la flecha.

El vector **A** tiene una magnitud de 140 N, una dirección de 33° y el sentido es Nor-Este.



Los vectores se pueden representar con ayuda de los vectores unitarios, cuya magnitud es la unidad y su dirección es la de los ejes coordenados.



La magnitud de un vector está dada por la raíz cuadrada de la suma de los

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

cuadrados de sus componentes.

El ángulo de dirección del vector está dado por la tangente de dos de sus componentes.

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

3.4 Suma de vectores.

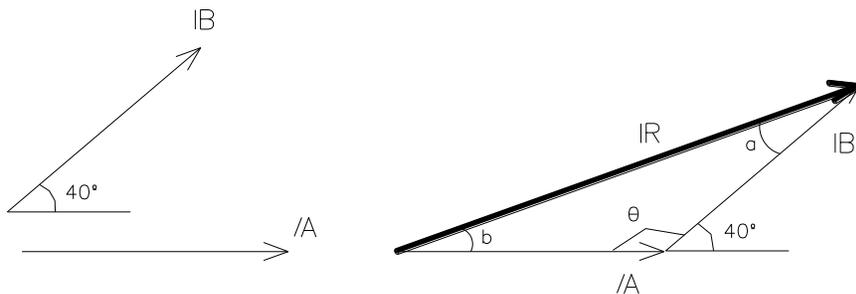
La suma de vectores no obedece las leyes de las matemáticas, los vectores se suman de acuerdo a la ley del paralelogramo. Es decir, si se tiene un vector de 5 N y otro de 8 N, la suma no es 13 N. La suma de estos dos vectores depende del ángulo formado entre ellos.

La suma entre dos vectores puede ser de forma gráfica o analítica.

3.4.1 Método gráfico

Para sumar vectores por el método gráfico se puede utilizar el método del triángulo, del paralelogramo o del polígono.

a) Método del triángulo: La suma de vectores por este método consiste en desplazar un vector y unir el origen de uno con el final del otro. La resultante es el vector medido desde el origen hasta el final del sistema.



Para encontrar el valor de la resultante, se utiliza la ley de los senos o la ley de los cosenos:

Ley de los senos:

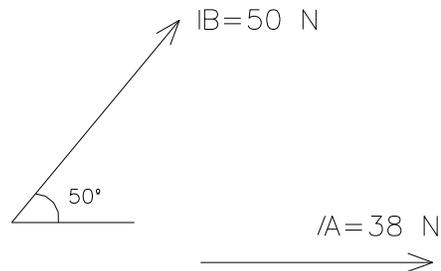
$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{R}{\sin \theta}$$

Ley de los cosenos:

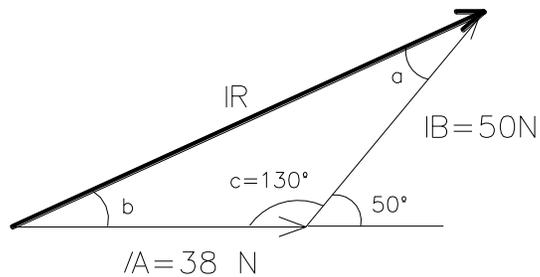
$$R^2 = A^2 + B^2 - 2 A B \cos \theta$$

Ejemplo 3.4

Sumar los vectores **A** y **B** utilizando el método del triángulo. calcular la magnitud y el ángulo de dirección de la resultante, con respecto al vector **A**.

**Solución:**

Se desplaza el vector **B** y se forma un triángulo con los dos vectores. La resultante es el vector medido desde el origen hasta el final del sistema.



Para encontrar el valor de la resultante se utiliza la ley de los cosenos:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2 A \cdot B \cos c$$

$$R^2 = 38^2 + 50^2 - 2 (38)(50) \cos 130^\circ$$

$$R^2 = 1444 + 2500 - (-2442.59)$$

$$R^2 = 3944 + 2442.59$$

$$R^2 = 6386.59 \quad \Rightarrow \quad R = 79.92 \text{ N}$$

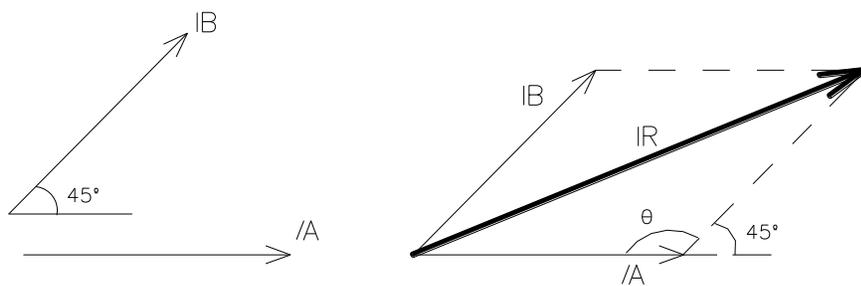
El ángulo de dirección de la resultante con respecto al vector **A**, se calcula con la ley de los senos:

$$\frac{R}{\sin c} = \frac{B}{\sin b} \Rightarrow \frac{79.92}{\sin 130^\circ} = \frac{50}{\sin b}$$

$$\sin b = \frac{50 \sin 130^\circ}{79.92} \Rightarrow \sin b = 0.479 \Rightarrow \mathbf{b = 28.64^\circ}$$

b) Método del paralelogramo: Para sumar dos vectores por este método, se unen los dos vectores en su origen y se forma un paralelogramo con líneas paralelas a ellos, la **diagonal** del paralelogramo es la resultante.

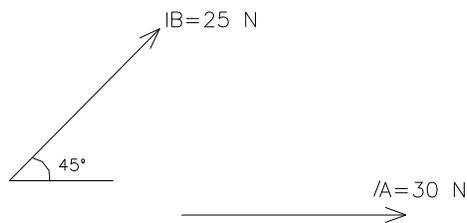
Para encontrar el valor de la resultante, se utiliza la ley de los senos o la ley



de los cosenos.

Ejemplo 3.3

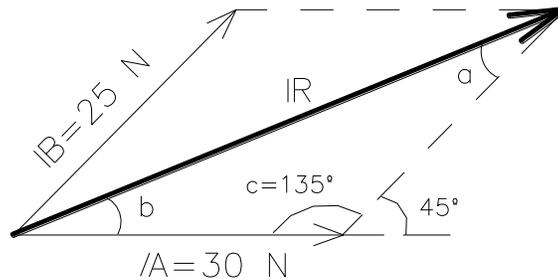
Sumar los vectores **A** y **B** utilizando el método del paralelogramo. calcular la magnitud y el ángulo de dirección de la resultante, con respecto al vector **A**.



Solución:

Se desplazan los vectores y se forma un paralelogramo, la diagonal del paralelogramo es la resultante.

En la siguiente figura se muestra el paralelogramo resultante.



Para encontrar el valor de la resultante se utiliza la ley de los cosenos:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2 A \cdot B \cos c$$

$$R^2 = 30^2 + 25^2 - 2 (30)(25) \cos 135^\circ$$

$$R^2 = 900 + 625 - (-1.060,66)$$

$$R^2 = 1.525 + 1060,66$$

$$R^2 = 2.585,66 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R = 50,85 \text{ N}}$$

El ángulo de dirección de la resultante con respecto al vector **A**, se calcula con la ley de los senos:

$$\frac{R}{\sin c} = \frac{B}{\sin b} \quad \Rightarrow \quad \frac{50,85}{\sin 135^\circ} = \frac{25}{\sin b}$$

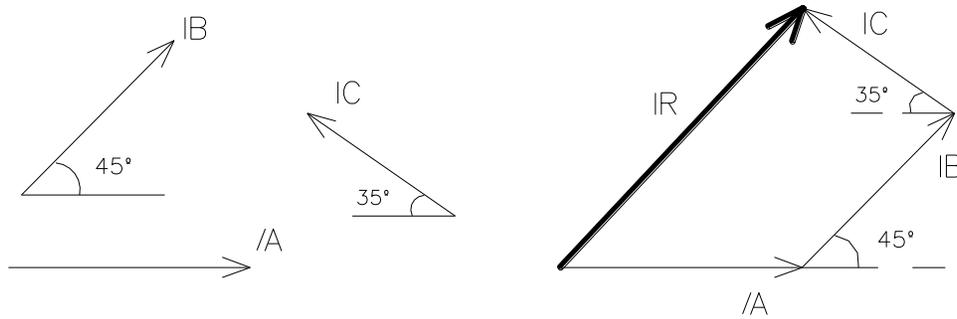
$$\sin b = \frac{25 \sin 135^\circ}{50,85} \quad \Rightarrow \quad \sin b = 0,3476 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{b = 20,34^\circ}$$

c) Método del polígono: El método del polígono se utiliza para sumar dos o más vectores, en este método se deben dibujar los vectores a una escala

conveniente y se ordenan de tal forma que el origen de uno coincida con el final del otro. Los vectores se trasladan al polígono, mediante líneas paralelas.

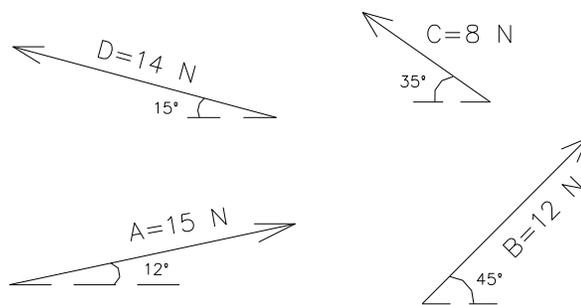
El vector **resultante** tiene por origen el punto inicial del sistema y por extremo el punto final. La magnitud de la resultante se debe medir en la escala convenida.

En la siguiente figura se ilustra la forma de organizar el polígono y la resultante formada por la suma de los tres vectores.



Ejemplo 3.5

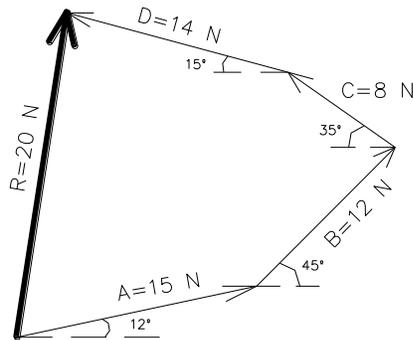
Sumar los vectores **A**, **B**, **C** y **D** utilizando el método del polígono. Calcular la magnitud de la resultante.



Solución:

Se trasladan los vectores y se acomodan de manera que el origen de uno coincida con el final del otro, la **resultante** es el vector trazado desde el origen hasta el final del sistema.

En la figura se muestra el polígono formado por la suma de los cuatro vectores.



La resultante se debe medir de acuerdo a una escala establecida.

3.4.2 Método analítico

Para sumar dos o más vectores, se suman algebraicamente sus componentes y se halla el valor de la resultante; las componentes se suman de acuerdo a los vectores unitarios, es decir, se suman las componentes de **i**, las componentes de **j** y las componentes de **k**.

La suma de dos vectores **A** y **B**, en **tres dimensiones** se obtiene con la siguiente ecuación:

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k}$$

La magnitud de la resultante es:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

El ángulo de dirección con respecto a un plano es:

La suma de dos vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} , en **dos dimensiones** se obtiene con la siguiente ecuación:

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j}$$

La magnitud de la resultante se obtiene con la siguiente fórmula:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

El ángulo de dirección de la resultante, con respecto al eje x es:

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

Ejemplo 3.6

Sumar los vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} utilizando el método analítico, calcular la magnitud de la resultante y el ángulo que forma con la horizontal.

$$\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 5\mathbf{j}, \quad \mathbf{B} = 2\mathbf{i} + 9\mathbf{j}$$

Solución:

$$R = (3+2)i + (-5+9)j$$

$$R = 5i + 4j$$

$$R = \sqrt{5^2 + 4^2} \Rightarrow R = \sqrt{25 + 16}$$

$$R = \sqrt{41} \Rightarrow R = 6.40$$

El ángulo de dirección de la resultante es:

$$\tan \theta = \frac{4}{5}$$

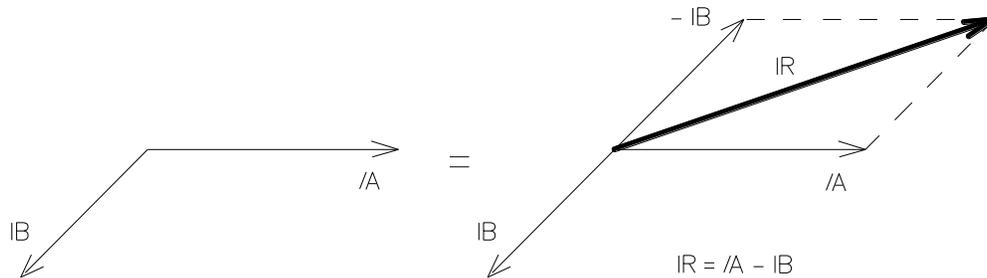
$$\tan \theta = 0.8 \Rightarrow \theta = 38.66^\circ$$

3.5 Resta de vectores

Para restar dos vectores **A** y **B**, se invierte el sentido de uno de los vectores y se efectúa la suma por el método gráfico o analítico.

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

En la siguiente figura se muestra la forma de restar dos vectores;



Ejemplo 3.7

Restar los vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} ($\mathbf{A} - \mathbf{B}$) utilizando el método analítico, calcular la magnitud de la resultante y el ángulo que forma con la horizontal.

$$\mathbf{A} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j}, \quad \mathbf{B} = 4\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$$

Solución:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} - \mathbf{B} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{R} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

$$\mathbf{R} = (2\mathbf{i} - 6\mathbf{j}) + (-4\mathbf{i} - 8\mathbf{j}) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{R} = (2 - 4)\mathbf{i} + (-6 - 8)\mathbf{j}$$

$$\mathbf{R} = -2\mathbf{i} - 14\mathbf{j}$$

La magnitud de la resultante es:

$$R = \sqrt{(-2)^2 + (-14)^2} \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt{4 + 196}$$

$$R = \sqrt{200} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R} = 14,13$$

El ángulo de dirección de la resultante es:

$$\tan \theta = \frac{14}{2} \quad \Rightarrow \quad \tan \theta = 7 \quad \Rightarrow \quad \theta = 81,87^\circ$$

El signo **negativo** de las dos componentes de la resultante, indica que está en el tercer cuadrante.

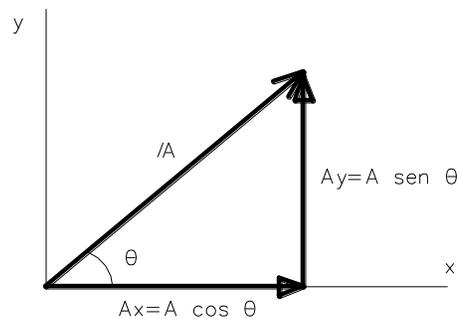
3.6 Descomposición de vectores

Cualquier vector se puede reemplazar por medio de sus componentes rectangulares. Las componentes rectangulares son aquellos vectores que siguen la trayectoria de los ejes coordenados.

En muchas operaciones de física se debe trabajar con las componentes rectangulares, debido a que presenta mayor claridad en el planteamiento y solución de problemas relacionados con vectores.

Para encontrar las componentes rectangulares de un vector, se usa las reglas de la trigonometría.

En la siguiente figura se muestran las componentes rectangulares de un vector.



La componente horizontal se encuentra utilizando la formula del coseno,

$$\cos \theta = \frac{\text{Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} \Rightarrow \cos \theta = \frac{A_x}{A} \Rightarrow \mathbf{A_x = A \cos \theta}$$

La componente vertical se encuentra utilizando la formula del seno,

$$\sin \theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{Hipotenusa}} \Rightarrow \sin \theta = \frac{A_y}{A} \Rightarrow \mathbf{A_y = A \sin \theta}$$

Hipotenusa

A

Si las componentes rectangulares A_x y A_y se suman vectorialmente, el resultado es el vector A .

$$\mathbf{A} = A_x + A_y$$

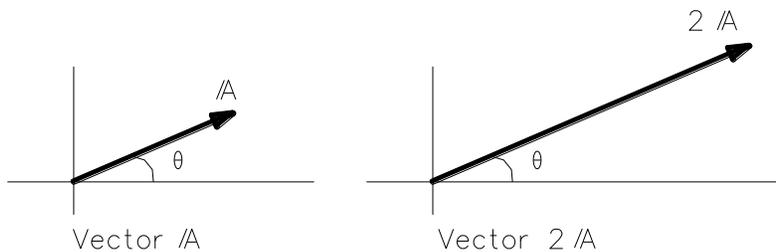
3.7 Producto escalar

Un vector se puede multiplicar por un escalar o por un vector

3.7.1 Producto de un vector por un escalar

El producto de un vector por un escalar es un nuevo vector aumentado en el número de veces, de acuerdo al número que se ha multiplicado.

En la siguiente figura se tiene un vector \mathbf{A} si este vector se multiplica por dos (2), el resultado es un vector aumentado en dos veces.



3.7.2 Producto escalar de dos vectores

El producto escalar de dos vectores es conocido como el **producto punto**. El producto escalar entre dos vectores es un número.

La fórmula para hallar el producto punto entre dos vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} es:

$$A \cdot B = A B \cos \theta$$

El producto escalar entre los vectores unitarios es:

$$i \cdot i = 1, \quad j \cdot j = 1, \quad k \cdot k = 1$$

$$i \cdot j = 0, \quad i \cdot k = 0, \quad j \cdot k = 0$$

El producto escalar entre dos vectores es igual a:

$$| A \cdot B | = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z$$

Si se quiere encontrar el ángulo entre los dos vectores, se utiliza la siguiente formula:

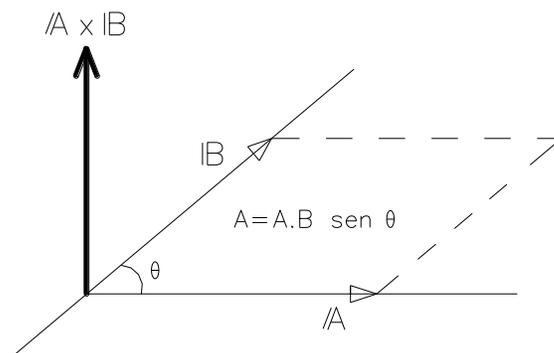
$$| A \cdot B | = A \cdot B \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{| A \cdot B |}{A \cdot B}$$

3.7.3 Producto vectorial entre dos vectores

El producto vectorial entre dos vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} , se define como un tercer vector que cumple con las siguientes condiciones:

- La dirección del tercer vector es perpendicular al plano formado por los dos vectores \mathbf{A} y \mathbf{B} .
- La magnitud del tercer vector es igual al área del paralelogramo formado por dichos vectores.



El producto vectorial de los vectores unitarios es:

$$i * i = 0, \quad j * j = 0, \quad k * k = 0$$

$$i * j = k, \quad j * k = i, \quad k * i = j$$

$$j * i = -k, \quad k * j = -i, \quad i * k = -j$$

Si se conocen las componentes de los vectores, el producto vectorial se encuentra resolviendo la matriz de dichos vectores:

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Resolviendo la matriz se obtiene:

$$A \times B = (A_y * B_z - A_z * B_y) i - (A_x * B_z - A_z * B_x) j + (A_x * B_y - A_y * B_x) k$$

Si se conoce la magnitud de cada vector, el producto vectorial se calcula con la siguiente fórmula:

$$|A \times B| = A \cdot B \cdot \sin \theta$$

El ángulo entre los vectores se puede obtener de la anterior fórmula:

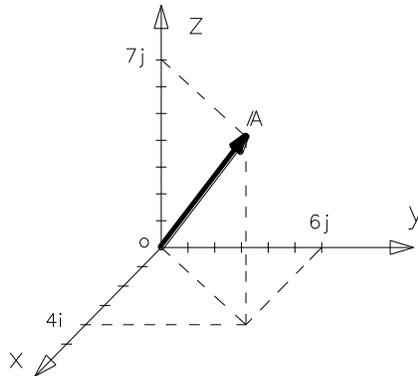
$$\text{Sen } \theta = \frac{|A \times B|}{A \cdot B}$$

Ejemplo 3.8

Representar el vector **A** en el plano de tres dimensiones, calcular la magnitud y el ángulo de dirección del vector fuerza.

$$\vec{A} = 4\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$$

Solución:



La magnitud del vector **A** es:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$A = \sqrt{4^2 + 6^2 + 7^2}$$

$$A = \sqrt{16 + 36 + 49} \Rightarrow A = \sqrt{101} \Rightarrow \mathbf{A = 10.05\ N}$$

El ángulo de dirección con respecto al plano **XY** es:

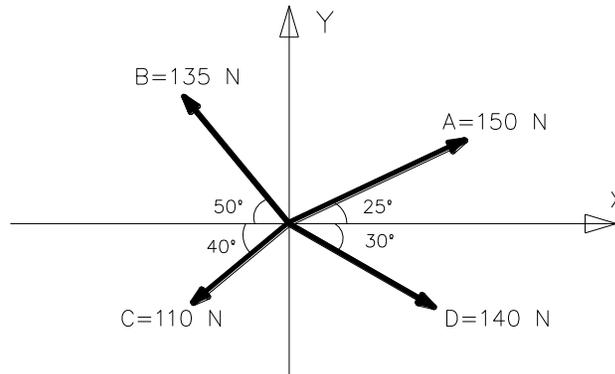
$$\tan \theta = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$$

$$\tan \theta = \frac{7}{\sqrt{4^2 + 6^2}}$$

$$\tan \theta = \frac{7}{\sqrt{52}} \Rightarrow \tan \theta = 0.9707 \Rightarrow \mathbf{\theta = 44.15^\circ}$$

Ejemplo 3.9

En la figura se muestra un sistema de cuatro vectores. Calcular y dibujar la resultante del sistema.



Solución:

Resultante en **X**:

$$A_x = 150 \cos 25^\circ = 135.95 \text{ N}$$

$$B_x = -135 \cos 50^\circ = -86.78 \text{ N}$$

$$C_x = -110 \cos 40^\circ = -84.26 \text{ N}$$

$$D_x = 140 \cos 30^\circ = 121.24 \text{ N}$$

$$\text{-----}$$

$$R_x = 86.15 \text{ N}$$

Resultante en **Y**:

$$A_y = 150 \sin 25^\circ = 63.39 \text{ N}$$

$$B_y = 135 \sin 50^\circ = 103.42 \text{ N}$$

$$C_y = -110 \sin 40^\circ = -70.71 \text{ N}$$

$$D_y = -140 \sin 30^\circ = -70.00 \text{ N}$$

$$\text{-----}$$

$$R_y = 26.10 \text{ N}$$

El signo positivo de las dos componentes, indica que la resultante está en el primer cuadrante.

La magnitud de la resultante es:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{86.15^2 + 26.10^2}$$

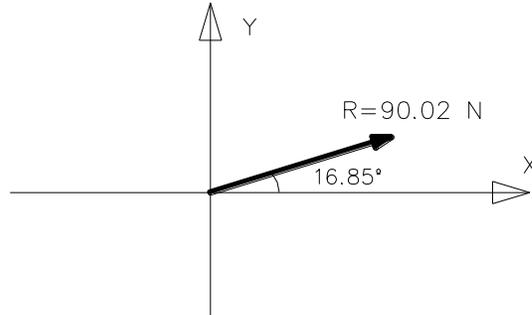
$$\mathbf{R = 90.02 \text{ N}}$$

El ángulo de dirección de la resultante es:

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} \Rightarrow \tan \theta = \frac{26.10}{86.15}$$

$$\tan \theta = 0.3029 \Rightarrow \mathbf{\theta = 16.85^\circ}$$

La resultante del sistema se muestra en la siguiente figura:



Ejemplo 3.9

Hallar el producto escalar entre los vectores **A** y **B**. Hallar el ángulo que forman los dos vectores

$$A = 3i - 4j + k, \quad B = 6i + 2j - 3k$$

Solución:

$$A \cdot B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$A \cdot B = 3 \times 6 - 4 \times 2 - 1 \times 3$$

$$A \cdot B = 18 - 8 - 3 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A \cdot B = 7}$$

El ángulo entre los vectores es:

$$\cos \theta = \frac{|A \cdot B|}{A \cdot B}$$

$$A^2 = 3^2 + (-4)^2 + 1^2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A = 5.1}$$

$$B^2 = 6^2 + 2^2 + (-3)^2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{B = 7.0}$$

$$\cos \theta = \frac{7}{5.1 \cdot 7.0} \quad \Rightarrow \quad \cos \theta = 0.1960 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\theta = 78.69}$$

4. Movimiento Rectilíneo

4.1 Introducción

El movimiento rectilíneo es aquel que sigue una trayectoria en línea recta. En el movimiento rectilíneo se estudian los conceptos de velocidad y aceleración.

4.2 Desplazamiento

El desplazamiento de un cuerpo es la distancia medida desde el punto inicial, hasta el punto final. La distancia o desplazamiento está dada por la ecuación:

$$d = v \cdot t$$

donde,
d= distancia recorrida
v= velocidad
t= tiempo

4.3 Velocidad

La velocidad se define como el desplazamiento de un cuerpo por unidad de tiempo. Matemáticamente la velocidad está dada por la ecuación:

$$V = \frac{d}{t}$$

4.4 Velocidad media: La velocidad media de un objeto es la distancia recorrida en un tiempo determinado, teniendo en cuenta la dirección del movimiento.

$$\text{Velocidad media} = \frac{\text{Desplazamiento}}{\text{Tiempo transcurrido}}$$

La **velocidad media** es un vector que apunta en la misma dirección que el desplazamiento; si el desplazamiento del objeto apunta en la dirección positiva, la velocidad media es positiva. Por el contrario, si el desplazamiento es negativo, la velocidad media es negativa.

4.5 Velocidad instantánea

La velocidad instantánea es aquella que describe el movimiento de un objeto en cada instante, tomando intervalos de tiempo muy pequeños.

4.6 Movimiento rectilíneo uniforme.

El movimiento rectilíneo uniforme es aquel que presenta su velocidad constante, por lo tanto no existe aceleración. La pérdida de velocidad debido al rozamiento del aire no se tiene en cuenta en este apartado.

Las ecuaciones que relacionan las variables del movimiento rectilíneo uniforme son las siguientes:

$$d = v * t$$

$$v = d/t$$

$$t = d/v$$

Ejemplo 4.1

Calcular la distancia que recorre un automóvil en 30 minutos, si su velocidad media es de 52 km/h.

Solución:

$$d = v * t$$

$$d = 52 \text{ km/h} * 0.5 \text{ h}$$

$$d = 26 \text{ km}$$

4.7 Aceleración

Se denomina **aceleración** al cambio de velocidad por unidad de tiempo.

$$\text{Aceleración} = \frac{\text{Cambio de velocidad}}{\text{Intervalo de tiempo}}$$

El término de **aceleración** se aplica tanto a los aumentos como a las disminuciones de velocidad.

La aceleración se define de acuerdo a sus magnitudes, con la siguiente ecuación:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

donde:

v = velocidad final

v_0 = Velocidad inicial

t = tiempo final

t_0 = tiempo inicial

Si la velocidad inicial es cero ($v_0=0$) y el tiempo inicial es cero ($t_0=0$), la ecuación anterior se convierte en:

$$a = \frac{v}{t}$$

Ejemplo 4.2

Un avión inicia su movimiento a partir del reposo y acelera durante su recorrido por la pista, en un tiempo de 22 segundos alcanza una velocidad de 270 km/h. Calcular la aceleración media del avión.

Solución:

La aceleración media se calcula con la formula:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

$$a = \frac{270 \text{ km/h} - 0}{22 \text{ s} - 0} = 12,27 \text{ km/h*s} \quad \Rightarrow \quad a = 3,41 \text{ m/s}^2$$

4.8 Movimiento rectilíneo uniformemente variado.

El movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), es aquel en el cual la velocidad cambia a cada instante, debido a que está actuando una aceleración constante sobre el móvil.

Al ser la aceleración constante, el cambio de velocidad es proporcional al tiempo transcurrido. Cuando la velocidad aumenta, el movimiento se denomina uniformemente acelerado y si esta disminuye, se denomina uniformemente retardado.

Para describir este tipo de movimientos con ecuaciones, se parte de la ecuación de la aceleración:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Si se considera que el tiempo inicial es cero ($t_0=0$), la ecuación anterior se convierte en:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

Despejando la velocidad se obtiene:

$$v = v_0 + a t$$

La ecuación de la velocidad media en función de las velocidades inicial y final es:

$$V_m = \frac{v_0 + v}{2}$$

La ecuación que relaciona la distancia recorrida por un móvil, en función de la velocidad inicial y final esta dada por:

$$d = \frac{1}{2} (v_0 + v) t$$

La ecuación de la distancia recorrida por un móvil, teniendo en cuenta la aceleración es:

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

La ecuación que relaciona la aceleración con la distancia recorrida y las velocidades inicial y final es:

$$v^2 = v_0^2 + 2 a d$$

4.9 Caída libre

La caída libre de los cuerpos se debe a la fuerza de gravedad que ejerce la tierra. En la caída libre no se considera la fuerza de fricción ejercida por el aire.

La velocidad instantánea de un objeto que cae desde el reposo, después de un tiempo t , se puede expresar con la siguiente fórmula:

$$V = g * t$$

La distancia que recorre un cuerpo uniformemente acelerado que parte del reposo es:

$$d = \frac{1}{2} g * t^2$$

Es frecuente observar que los objetos caen con aceleraciones distintas. Una hoja de papel cae más lento que una piedra, esto se debe a la forma del objeto y a la fricción que ejerce el aire. Si los dos materiales tuvieran la misma forma, caerían con igual aceleración.

En los laboratorios de física se acostumbra a realizar un experimento para comprobar esto. En una bomba de vacío se dejan caer una moneda y una pluma, como no hay rozamiento del aire, los dos objetos caen con igual aceleración.

Las ecuaciones para el estudio de caída libre son las siguientes:

$$v = v_0 + g t$$

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 g h$$

$$h = \frac{1}{2} (v + v_0) t$$

Cuando la caída se inicia a partir del reposo, la velocidad inicial es cero ($v_0=0$) y las ecuaciones se convierten en:

$$v = g * t$$

$$h = \frac{1}{2} g * t^2$$

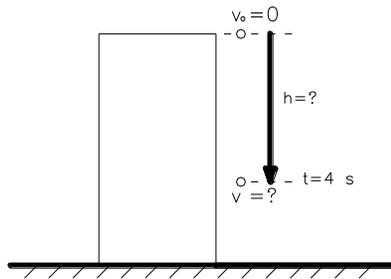
$$v^2 = 2 g * h$$

$$h = \frac{1}{2} v * t$$

Ejemplo 4.6

Desde la parte superior de un edificio deja caer una piedra. Luego de 4 segundos de caída libre, calcular:

- a) El desplazamiento o altura (h) que cae la piedra.
b) La velocidad de la piedra.



Solución:

- a) El desplazamiento se encuentra con la siguiente ecuación:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = \frac{1}{2} (9.8 \text{ m/s}^2) (4 \text{ s})^2$$

$$\mathbf{h = 78.4 \text{ m}}$$

- c) La velocidad final se encuentra con la siguiente ecuación:

$$v = g \cdot t \quad \Rightarrow \quad v = (9.8 \text{ m/s}^2) (4 \text{ s}) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v = 39.2 \text{ m/s}}$$

5. Leyes de Newton

5.1 Introducción

La mecánica se basa en tres leyes fundamentales que relacionan la fuerza y el movimiento, establecidas por **Newton** quien basó sus trabajos en los estudios que había realizado **Galileo Galilei** muchos años atrás.

5.2 Fuerza

La fuerza es un concepto fundamental en física, al empujar un cuerpo se ejerce una fuerza sobre él. La unidad de fuerza en el sistema internacional es el **Newton** (N).

5.3 Primera ley de Newton. Equilibrio.

Uno de los efectos de una fuerza es modificar el estado de movimiento del cuerpo. Cuando una fuerza única actúa sobre un cuerpo, produce a la vez cambios en sus movimientos de traslación y de rotación.

Cuando varias fuerzas actúan simultáneamente sobre un cuerpo, sus efectos pueden compensarse entre sí, dando como resultado el equilibrio en el cuerpo. Si el cuerpo está en reposo, continua en reposo y si está en movimiento, continua en movimiento.

5.4 Análisis de la primera ley de Newton.

Esta ley dice que en ausencia de fuerzas aplicadas, un cuerpo permanece en reposo o se mueve con movimiento rectilíneo uniforme. Es decir, cuando un cuerpo se ha puesto en movimiento, no es necesario ejercer una fuerza para mantenerlo en movimiento.

La anterior afirmación se cumpliría si no existiera la fuerza de rozamiento, que es la que trata de detener el movimiento de los cuerpos.

Si un cuerpo permanece en equilibrio, se dice que la sumatoria de fuerzas que actúan sobre el es cero.

$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0$$

5.5 Segunda ley de Newton. Gravitación

Se sabe por experiencia que un cuerpo que esté en reposo se moverá siempre que exista una fuerza que lo empuje. De la misma manera, para detener un cuerpo se necesita de una fuerza.

La fórmula deducida por **Newton** para relacionar la fuerza, la masa y la aceleración es:

Fuerza = masa por aceleración

$$F = m * a$$

Cuando actúan varias fuerzas sobre un cuerpo, la fórmula se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Sigma F = m * a$$

5.6 Masa y peso.

El peso de un cuerpo puede definirse como la fuerza gravitatoria que la tierra ejerce sobre el, y está dirigido hacia el centro de la tierra.

El peso para un cuerpo que cae libremente se calcula con la fórmula:

Peso = masa por gravedad
w = m * g

El peso de un cuerpo es una fuerza, por lo tanto se debe expresar en unidades de fuerza, en el sistema internacional la unidad de peso es 1 N, y en el sistema inglés es 1 lb.

En el sistema internacional el peso se calcula de la siguiente manera:

El peso de 1 kg de masa es:

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$g = 9.80 \text{ m/s}^2$$

$$w = m * g$$

$$w = 1 \text{ kg} * 9.80 \text{ m / s}^2$$

$$w = 9.80 \text{ kg*m*s}^{-2} \quad \Rightarrow \quad w = 9.80 \text{ N}$$

5.7 Tercera ley de Newton. Acción y reacción.

Cualquier fuerza dada es sólo una interacción de dos cuerpos. Es decir, no existe una fuerza aislada. Por lo tanto se deduce la siguiente definición:

Siempre que un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el segundo ejerce sobre el primero una fuerza de la misma magnitud, dirección opuesta y con la misma línea de acción.

Las dos fuerzas que intervienen en toda interacción entre dos cuerpos, reciben a menudo los nombres de acción y reacción.

Gráficamente la acción y reacción se representa por dos fuerzas iguales pero opuestas F y $-F$.



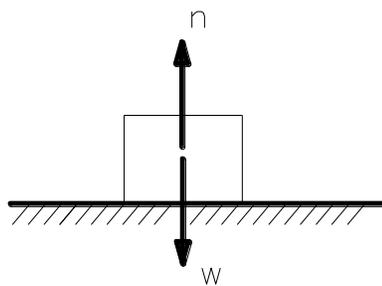
Newton estableció esta propiedad de las fuerzas en su tercera ley, la cual dice:

A cada acción se opone siempre una reacción igual: es decir, las acciones mutuas entre dos cuerpos son siempre iguales y están dirigidas hacia partes contrarias.

5.8 Fuerza normal.

Cuando un objeto se encuentra en reposo o en movimiento sobre una superficie, existe una fuerza que actúa sobre el objeto, esta fuerza se denomina fuerza normal (n) y es perpendicular a la superficie.

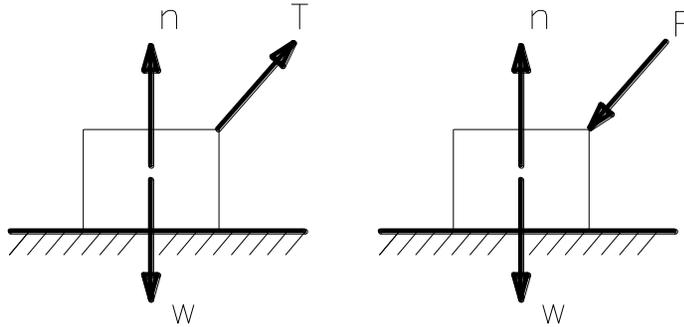
En la siguiente figura se muestra un bloque en reposo, sobre el actúan dos fuerzas, la fuerza de gravedad o peso W , y la fuerza normal n .



Por equilibrio se sabe que la normal es igual al peso del bloque.

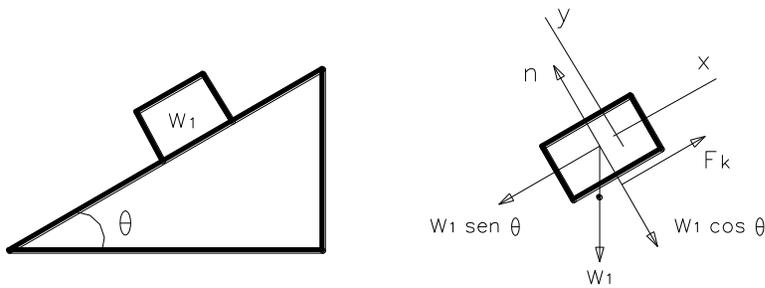
$$n = w$$

Si existe una tercera fuerza que tire hacia arriba o empuje el bloque hacia abajo, la normal será diferente al peso del bloque.



$$n \neq w$$

Si el bloque está apoyado sobre una superficie inclinada, la normal es diferente al peso del bloque.

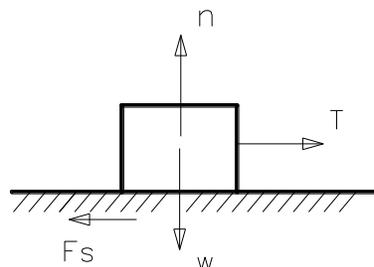


$$n = w \cos \theta$$

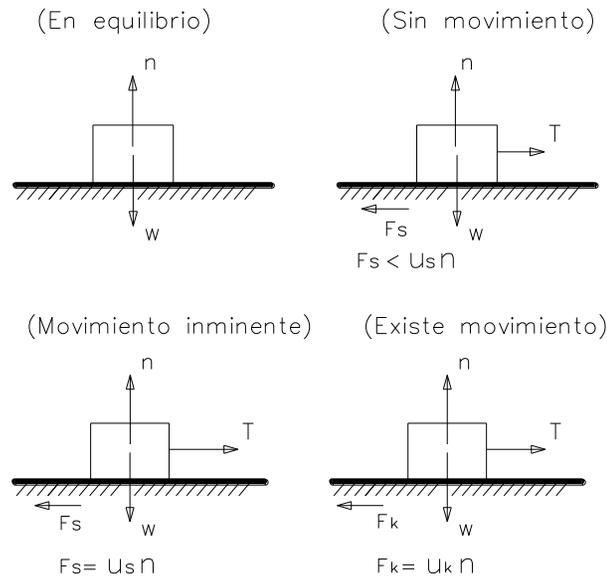
5.9 Rozamiento

Cuando la superficie de un cuerpo desliza sobre la de otro, cada cuerpo ejerce sobre el otro una fuerza de rozamiento paralela a las superficies. La fuerza sobre cada cuerpo es opuesta a la dirección de su movimiento respecto al otro.

Cuando un bloque desliza de izquierda a derecha a lo largo de una superficie, actúa sobre él una fuerza de rozamiento (F_s) hacia la izquierda, y otra fuerza igual actúa hacia la derecha sobre la mesa. Las fuerzas de rozamiento actúan también cuando no hay movimiento relativo.



Una fuerza horizontal que actúa sobre un peso en reposo sobre el suelo, puede no ser suficiente para ponerlo en movimiento, debido a otra fuerza de rozamiento, igual y opuesta, ejercida por el suelo sobre el peso. En la siguiente figura, un bloque descansa sobre una superficie y se encuentra en equilibrio.



Si se ata una cuerda al bloque y se aumenta gradualmente la tensión T de la cuerda. Mientras la tensión sea pequeña, el bloque permanecerá en reposo. La fuerza paralela a la superficie se denomina *fuerza de rozamiento estático* F_s . La otra componente, n es la fuerza normal ejercida sobre el bloque por la superficie. Debido a las condiciones de equilibrio, la fuerza de rozamiento estático, F_s , es igual y opuesta a la fuerza T , y la fuerza normal n es igual y opuesta al peso w .

Al incrementar la fuerza T se alcanza un valor límite en el cual el bloque se despegue de la superficie y empieza a moverse. Tan pronto como se inicia el movimiento, se observa que la fuerza de rozamiento disminuye. Para dos superficies, esta nueva fuerza de rozamiento depende también del valor de la fuerza normal y se representa con una relación de proporcionalidad.

Cuando el bloque está en reposo, la fuerza de rozamiento estático está dada por la ecuación:

$$F_s = u_s n$$

El factor de proporcionalidad, u_s , se llama *coeficiente estático de rozamiento*.

Cuando el bloque está en movimiento, la fuerza de rozamiento cinético está dada por la ecuación:

$$F_k = u_k n$$

El factor de proporcionalidad, u_k , se llama *coeficiente cinético de rozamiento*.

La fuerza de rozamiento F siempre es la componente de la fuerza de contacto paralela a la superficie, y la fuerza normal n siempre es la componente normal a la superficie.

Los coeficientes estático y cinético de rozamiento dependen de la naturaleza de la superficie, siendo grande para superficies rugosas y pequeño, para superficies lisas.

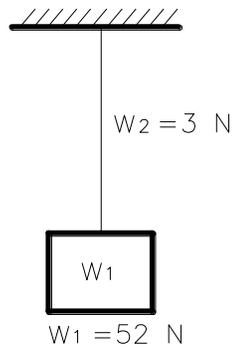
En la siguiente tabla se muestran los coeficientes de rozamiento de algunos materiales.

Tabla 5.1 Coeficientes de rozamiento

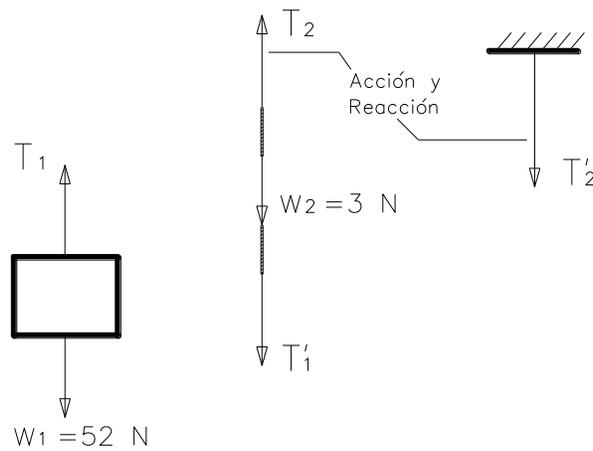
Materiales	Estático, u_s	Cinético, u_k
Acero sobre acero	0.74	0,57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Latón sobre acero	0.51	0.44
Cinc sobre hierro colado	0.85	0.21
Cobre sobre hierro colado	1.05	0.29
Cobre sobre vidrio	0.68	0.53
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.41
Teflòn sobre acero	0.05	0.05
Teflòn sobre Teflòn	0.05	0.05

Ejemplo 5.1

Un bloque de 52 N de peso está suspendido de un techo mediante una cuerda, tal como se indica en la figura. Calcular la tensión en la cuerda si ésta pesa 3 N y se encuentra en equilibrio.

**Solución:**

En la siguiente figura se muestran las fuerzas que actúan en el diagrama.



De la primera figura se tiene:

$$\Sigma F_y = T_1 - w_1 = 0 \quad (\text{Primera ley de Newton})$$

$$T_1 = w_1 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T_1 = 52 \text{ N}}$$

La reacción a la fuerza T_1 es la fuerza T_1' de igual magnitud dirigida hacia abajo:

$$T_1 = T_1' \quad (\text{Tercera ley de Newton})$$

$$\mathbf{T_1' = 52 \text{ N}}$$

De la segunda figura se tiene que la cuerda está en equilibrio:

$$\Sigma F_y = T_2 - w_2 - T_1' = 0 \quad (\text{Primera ley de Newton})$$

$$T_2 = w_2 + T_1'$$

$$T_2 = 3 \text{ N} + 52 \text{ N} = 55 \text{ N}$$

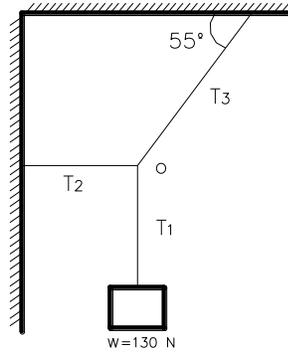
La reacción a T_2 es la fuerza T_2' , dirigida hacia abajo:

$$T_2 = T_2' \quad (\text{Tercera ley de Newton})$$

$$\mathbf{T_2' = 55 \text{ N}}$$

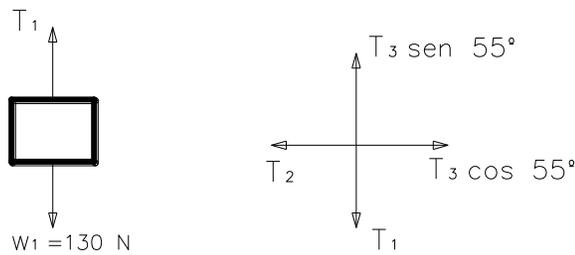
Ejemplo 5.2

En la figura se muestra un bloque de 130 N de peso, el cual cuelga de una cuerda que está anudada en el punto o a otras dos cuerdas, una sujeta a la pared y otra al techo. Calcular las tensiones en las tres cuerdas si los pesos de estas son despreciables.



Solución:

El diagrama de las tensiones se muestra en la siguiente figura:



De la primer figura se tiene:

$$\Sigma F_y = T_1 - w = 0$$

$$T_1 = w$$

$$\mathbf{T_1 = 130 \text{ N}}$$

De la segunda figura se tiene un sistema de fuerzas en equilibrio:

La T_3 se descompone en sus componentes rectangulares.

$$\Sigma F_x = 0: \quad T_3 \cos 55^\circ - T_2 = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0: \quad T_3 \sin 55^\circ - T_1 = 0 \quad (2)$$

De la ecuación (2) se tiene:

$$T_3 = \frac{T_1}{\text{Sen } 55^\circ} \Rightarrow T_3 = \frac{130 \text{ N}}{\text{sen } 55^\circ} \Rightarrow \mathbf{T_3 = 158.7 \text{ N}}$$

Reemplazando en la ecuación (1) se tiene:

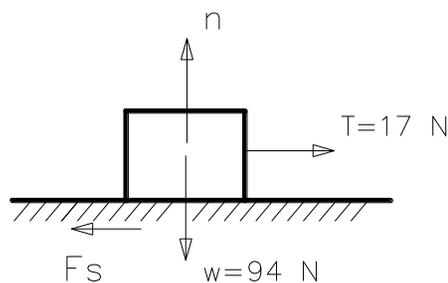
$$T_2 = T_3 \cos 55^\circ$$

$$T_2 = 158.7 \times \cos 55^\circ$$

$$\mathbf{T_2 = 91.03 \text{ N}}$$

Ejemplo 5.3

En la figura se muestra un bloque de 94 N de peso. La tensión en el cable puede aumentarse hasta 17 N antes de que el bloque empiece a deslizarse, y para mantener el bloque en movimiento a velocidad constante, se necesita una fuerza de 9 N. Hallar los coeficientes estático y cinético de rozamiento.



Solución:

De acuerdo a la figura, se tiene:

$$\Sigma F_x = T - F_s = 17 \text{ N} - F_s = 0 \Rightarrow \mathbf{F_s = 17 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_y = n - w = n - 94 \text{ N} = 0 \Rightarrow \mathbf{n = 94 \text{ N}}$$

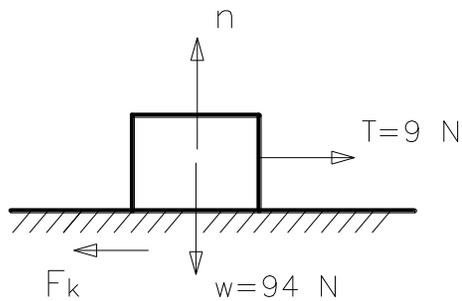
La ecuación para el movimiento inminente es:

$$F_s = u_s n$$

$$u_s = \frac{F_s}{n} = \frac{17 \text{ N}}{94 \text{ N}} = 0.18$$

$u_s = 0.18$ (Coeficiente estático de rozamiento)

De acuerdo a la figura 2 se tiene:



$$\Sigma F_x = T - F_k = 9 \text{ N} - F_k = 0 \quad \Rightarrow \quad F_k = 9 \text{ N.}$$

$$\Sigma F_y = n - w = n - 94 \text{ N} = 0 \quad \Rightarrow \quad n = 94 \text{ N.}$$

La ecuación para el movimiento es:

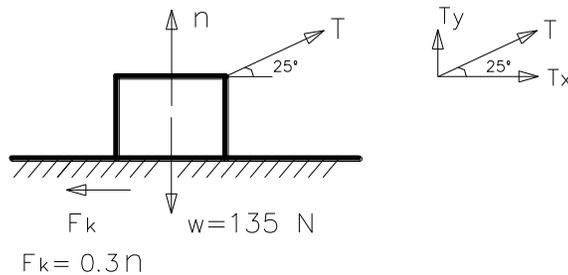
$$F_k = u_k n$$

$$u_k = \frac{F_k}{n} = \frac{9 \text{ N}}{94 \text{ N}} = 0.095$$

$u_k = 0.095$ (Coeficiente cinético de rozamiento)

Ejemplo 5.4

En la figura se muestra un bloque de 135 N de peso. Calcular la fuerza T necesaria para arrastrar el bloque a velocidad constante, si la fuerza se realiza con un ángulo de inclinación de 25° sobre la horizontal. El coeficiente cinético de rozamiento entre el bloque y la superficie es de 0.30.

**Solución:**

Utilizando la primera condición de equilibrio se puede escribir:

$$\Sigma F_x = T \cos 25^\circ - 0.3 n = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = T \sin 25^\circ + n - 135 \text{ N} = 0 \quad (2)$$

De la ecuación (1) se obtiene:

$$T \cos 25^\circ = 0.3 n$$

$$T = 0.3 n / \cos 25^\circ \Rightarrow T = 0.331 n \quad (3)$$

Se reemplaza (3) en la ecuación (2):

$$T \sin 25^\circ + n - 135 \text{ N} = 0$$

$$T \sin 25^\circ + n = 135 \text{ N}$$

$$(0.331 n) \sin 25^\circ + n = 135 \text{ N} \Rightarrow 0.139 n + n = 135 \text{ N}$$

$$1.139 n = 135 \text{ N} \Rightarrow n = 135 \text{ N} / 1.139 \Rightarrow \mathbf{n = 118.52 \text{ N}}$$

$$T = 0.331 n \Rightarrow T = 0.331 (118.52 \text{ N}) \Rightarrow \mathbf{T = 39.23 \text{ N}}$$

BIBLIOGRAFIA

Beer y Johnston. Estática. Cuarta edición. Mc Graw Hill. 6 Edición.

Cutnell John. Física. Editorial Limusa. 3 Edición.

Gutiérrez Aranzeta, Carlos. Mecánica y calor. Editorial Limusa. 3 Edición

Hewitt, Paul. Física Conceptual. Editorial Pearson. 9 Edición.

Sears y Zemansky. Física Universitaria. Editorial Harla. 6 Edición.

Serway Raymond A. Física. Mac Graw - Hill. Tomo I. 4ª Edición.